М.Н.Сокольский

ДОПУСКИ и КАЧЕСТВО ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ



Ленинград
„Машиностроение"
Ленинградское отделение
1989

ББК 34.9
С59
УДК 681.7.013.8

Рецензент д-р техн. наук проф. А. П. Грамматин

Сокольский М. Н.

С59 Допуски и качество оптического изображения. — Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1989. — 221 с.: ил.
ISBN 5-217-00547-5

В книге изложены методы расчета допусков на изготовление и сборку оптических деталей, узлов, систем, в том числе на общие и местные (астигматические, локальные, зональные) отклонения формы поверхности, углы отражательных призм, децентрировку поверхностей и характеристики оптических материалов. Рассмотрены волновые аберрации оптических систем, их разложение по степенным и ортогональным полиномам, допустимые значения аберраций в зависимости от назначения прибора. Даны примеры расчета аберраций конкретных систем. Содержит справочные материалы, простые и удобные расчетные формулы.

Книга предназначена для инженерно-технических работников оптической промышленности.

С $\frac{2706040000-292}{038\ (01)-89}$ 292—89 ББК 34.9

ISBN 5-217-00547-5 © Издательство «Машиностроение», 1989

ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из главных задач современного оптического приборостроения является получение высококачественного оптического изображения. Эффективные методы расчета оптических систем, применение автоматизированных систем проектирования, новые оптические материалы позволяют разработать системы по качеству изображения, близкие к дифракционному. Однако их практическая реализация, трудоемкость изготовления во многом зависят от теоретически обоснованных допусков на изготовление и сборку оптических деталей и компонентов. Особую актуальность эта проблема имеет для серийного и крупносерийного производства приборов.

Наличие погрешностей изготовления и сборки оптической системы приводит к возникновению дополнительных аберраций, а следовательно, к ухудшению качества изображения. Поэтому актуальной проблемой проектирования становится расчет допусков в процессе изготовления и сборки оптических систем с позиций современной теории качества изображения.

Однако этому вопросу в работах по проектированию и исследованию приборов уделялось недостаточное внимание и в них отсутствует систематическое изложение материала. Широкое внедрение математических методов и средств вычислительной техники позволило автоматизировать решение ряда задач по расчету допусков, но это главным образом касается допусков радиусов кривизны поверхностей, толщин линз и воздушных промежутков, показателей преломления и дисперсии оптических материалов, децентрировки [10], а также некоторых вопросов анализа и синтеза допусков и распределения допусков по различным параметрам [70] при применении теории вероятностей и математической статистики. Отдельные вопросы влияния погрешностей изготовления на качество изображения рассмотрены в работах видных советских оптотехников А. И. Тудоровского, Г. Г. Слюсарева, М. М. Русинова, Д. С. Волосова, Д. Ю. Гальперна, М. Д. Мальцева, Н. П. Заказнова, Г. В. Погарева, А. П. Грамматина, Д. Т. Пуряева, С. А. Родионова и др. [10, 11, 28, 39, 41, 42, 47, 52, 64, 66, 70], а также в отечественных и зарубежных научных статьях.

На характеристики оптических систем, в частности на качество изображения, особое влияние оказывают местные отклонения формы оптических поверхностей, такие как астигматические, локальные, зональные; децентрировки оптических поверхностей и узлов, вызывающие появление полевых аберраций четных порядков, например аберраций II порядка, постоянных по полю изображения; погрешности углов призм, вызывающих двоение изображения, поперечный хроматизм, отклонения углов; неоднородность оптического материала, свили, пузыри, двойное лучепреломление. Обычно эти погрешности не включаются в статистические модели, которые используются при расчетах допусков, не учитываются также возможности компенсации погрешностей юстировкой системы, например смещениями и разворотами компонентов. Решению данных задач в книге уделено основное внимание.

Задача расчета допусков включает в себя следующие основные этапы: установление зависимостей между погрешностями изготовления и сборки оптических узлов и систем и волновыми аберрациями; нахождение суммарного отклонения параметра, исходя из соответствующего критерия качества изображения, обусловленного назначением оптического прибора; распределение суммарного допустимого отклонения по отдельным параметрам. Последнему вопросу посвящены отдельные работы, поэтому ему уделяется немного места, в основном при рассмотрении конкретных примеров расчета допусков.

Предлагаемая книга представляет собой попытку систематизации и комплексного рассмотрения методов расчета допусков с позиций современной теории качества изображения. При этом автор ставит себе цель изложить методы расчета с получением простых и удобных формул, таблиц, графиков, не требующих большой вычислительной работы.

В гл. 1 приведены элементы теории качества изображения и волновых аберраций и формулы разложения волновой аберрации по степенному и ортогональному базисам; проанализирована связь коэффициентов волновой аберрации с геометрическими аберрациями; даны допустимые значения аберрации при различных критериях качества изображения, допустимые значения аберрации типовых оптических систем. Последующие главы посвящены методам расчета допусков.

В гл. 2 изложены теоретические основы расчета допусков на формы оптических поверхностей; рассмотрены методы распределения допусков по поверхностям; дана оценка трудоемкости изготовления в серийном производстве и качества изображения адаптивных систем. Расчеты допусков центрировки поверхностей и компонентов обычно выполняют на основе анализа поперечных аберраций.

В гл. 3 рассмотрены волновые аберрации при наличии децентрировок, глобальное разложение волновой аберрации при наличии децентрировок, глобальное разложение волновой аберрации по зрачку и полю изображения, влияние децентрировок на качество изображения и методы их расчета.

Расчет допусков углов отражательных призм, а также ФРТ и ОПФ при наличии двоения изображения и поперечного хроматизма, обусловленного клиновидностью развертки призмы в плоскопараллельную пластинку и пирамидальностью, изложены в гл. 4.

Существенное влияние на качество изображения оказывают погрешности оптического материала: оптическая неоднородность и краевое двойное лучепреломление, бессвильность, пузырность. Исследованиям их влияния на качество изображения, теоретически обоснованному выбору требований к материалу посвящена гл. 5.

Значительное внимание в книге уделено примерам расчета допусков в процессе изготовления и сборки наиболее часто встречающихся на практике деталей и компонентов.

Данная книга является результатом исследований и разработок, выполненных автором в процессе многолетней деятельности в оптико-механической промышленности, а также изучения и обобщения новейших отечественных и зарубежных достижений в этой области.

Автор выражает благодарность проф. д-ру техн. наук С. А. Родионову за ценные советы и постоянное внимание к работам, проводившимся по тематике книги, коллегам — за помощь при работе над книгой, особенно канд. техн. наук И. П. Агурку.

Автор признателен лауреату Ленинской премии проф. В. А. Звереву за постоянную поддержку и доброжелательное внимание к данной работе.

Автор с благодарностью примет все замечания и пожелания, которые просим направлять в адрес издательства: 191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10.

Глава 1

РАСЧЕТ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ АБЕРРАЦИЙ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Наличие аберраций в оптической системе, обусловленных как погрешностями расчета, так и погрешностями изготовления и сборки, приводит к искажению качества оптического изображения. Известны характеристики и критерии качества изображения, применяемые для оценки оптических систем в зависимости от их назначения. Остановимся на основных понятиях и определениях теории оценки качества изображения, с позиций которых рассматриваются допустимые значения аберраций.

1.1. ХАРАКТЕРИСТИКА КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Качество изображения удобно оценивать по распределению освещенности в изображении типовых объектов: точки, линии, края равномерно светящейся плоскости, синусоидальной и прямоугольной миры и других объектов.

Основными характеристиками качества изображения являются функции рассеяния точки (ФРТ) и оптическая передаточная функция (ОПФ). Знание этих характеристик позволяет найти распределение освещенности в изображении объекта конечных размеров, а также сформулировать критерии качества изображения. Вопросам теории качества изображения посвящено значительное число работ, например [7, 29, 67], поэтому, в данном параграфе мы кратко остановимся лишь на основных положениях и формулах, необходимых для дальнейшего изложения материала.

Функция рассеяния точки (*ФРТ*) $D(y', z')$ характеризует распределение освещенности в изображении точечного источника, даваемого оптической системой, и определяется квадратом модуля комплексной амплитуды $E(y', z')$:

$$D(y', z') = E(y', z)\, E^*(y', z') = |E(y', z')|^2,$$

где знак «*» означает комплексно сопряженную величину. Распределение комплексной амплитуды в плоскости изображения с точностью до постоянного множителя c представляет собой

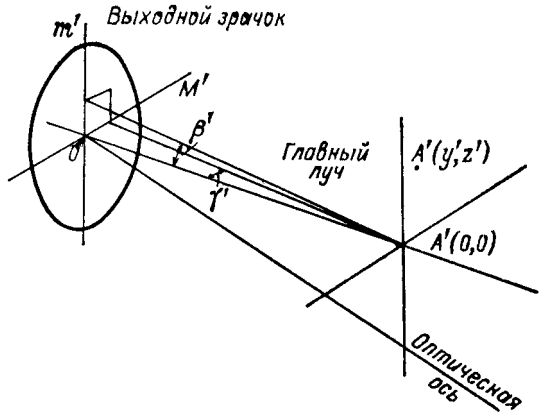


Рис. 1.1. Волновой фронт на выходном зрачке оптической системы

преобразование Фурье комплексной амплитуды на выходном зрачке или комплексного пропускания оптической системы $F(\beta', \gamma')$

$$F(y', z') = c_1 \frac{R\sqrt{D_p}}{\lambda} \iint\limits_{s_p} F(\beta', \gamma') \exp[ik(\beta' y' + \gamma' z')]\, d\beta'\, d\gamma', \tag{1.1}$$

где y', z' — координаты в плоскости изображения; R — радиус сферы сравнения; D_p — освещенность в плоскости входного зрачка; λ — длина волны; k — волновое число; $\beta' = m'/R$; $\gamma' = M'/R$ — направляющие косинусы луча, проходящего через рассматриваемый элемент зрачка с координатами m', M'; s_p — площадь выходного зрачка. Обозначения показаны на рис. 1.1: точка $A'(0, 0)$ — параксиальное изображение точечного объекта; $A'(y', z')$ — точка, в которой рассматривается комплексная амплитуда $E(y', z')$, находится в окрестности точки $A'(0, 0)$; точка O — центр выходного зрачка; $A'(0, 0)\, O = R$.

Комплексное пропускание для точечного объекта с точностью до постоянного множителя c выражается через коэффициент пропускания системы по зрачку $P(\beta', \gamma')$ и волновую аберрацию $W(\beta', \gamma')$ волнового фронта, выходящего из системы относительно сферы сравнения:

$$F(\beta', \gamma') = cP^{1/2}(\beta', \gamma') \exp[ikW(\beta'', \gamma')]. \tag{1.2}$$

В большинстве случаев $P(\beta', \gamma')$ принимается равным единице в зоне зрачка и нулю вне зоны.

ФРТ обычно выражается в долях освещенности центра изображения точечного объекта для идеальной (безаберрационной) системы $D_0(0, 0)$. Из (1.1) следует

$$D_0(0, 0) = R^2 D_p/\lambda^2\, [\pi (A')^2]^2,$$

где $A' = \sin \sigma'_A$ — задняя апертура оптической системы (σ'_A — апертурный угол). Тогда для относительной нормированной освещенности получим

$$D(y', z') = \frac{1}{[\pi (A')^2]^2} \left| \iint\limits_{S_p} F(\beta', \gamma') \exp[ik(\beta' y' + \gamma' z')] \, d\beta' \, d\gamma' \right|^2.$$

Для удобства дальнейших вычислений введем нормированные координаты β, γ, ζ', η':

$$\beta = \beta'/\sigma'_A; \quad \gamma = \gamma'/\sigma'_A; \quad \zeta' = y'A'/\lambda; \quad \eta' = z'A'/\lambda. \tag{1.3}$$

В координатах (1.3) для ФРТ получим

$$D(\gamma', \eta') = \frac{1}{\pi^2} \left| \iint\limits_{S_p} F(\beta, \gamma) \exp[2\pi i (\beta\zeta' + \gamma\eta')] \, d\beta \, d\gamma \right|^2. \tag{1.4}$$

Для идеальной оптической системы $F(\beta, \gamma) = 1$ и ФРТ представляет собой квадрат модуля преобразования Фурье функции выходного зрачка. ФРТ имеет следующий вид:

для зрачка кольцевой формы с центральным экранированием, равным ε,

$$D(r) = \frac{1}{(1-\varepsilon^2)^2} \left[\frac{2J_1(z)}{Z} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(\varepsilon Z)}{\varepsilon Z} \right]^2,$$

где $Z = krA'$, $r = \sqrt{y'^2 + z'^2}$; J_1 — функция Бесселя первого порядка;

для зрачка круглой формы

$$D(r) = [2J_1(Z)/Z]^2;$$

для зрачка прямоугольной формы с апертурами A', A'' в меридиональном и сагиттальном сечениях соответственно

$$D(y', z') = \operatorname{sinc}^2[ky'A'] \operatorname{sinc}^2[kz'A'].$$

Реальное значение освещенности в точке (y', z') находят по формуле

$$D_p(y', z') = R^2 D_p \pi^2 (A')^4 \tau D(y', z')/\lambda^2, \tag{1.5}$$

где τ — коэффициент пропускания оптической системы.

Для осесимметричных функций $F(\beta', \gamma')$ и зрачка выражение (1.4) приводится к преобразованию Ганкеля и нормированная ФРТ имеет вид

$$D(r_0) = 4 \left| \int\limits_0^1 \rho \exp[2\pi i W(\rho)] J_0(2\pi\rho r_0) \, d\rho \right|^2, \tag{1.6}$$

где $\rho = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}$ — каноническая координата на выходном зрачке, $0 \leqslant \rho \leqslant 1$; J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $r_0 = \sqrt{\zeta'^2 + \eta'^2}$.

ФРТ (D_c) для системы, состоящей из ряда последовательных звеньев, при соблюдении условий линейности и изопланатичности находят как последовательную свертку ФРТ элементов:

$$D_c = D_1 \otimes D_2 \otimes D_3,$$

где $\otimes$ означает знак свертки.

Полихроматическая ФРТ $D_\Sigma(y', z')$ может быть вычислена сложением ФРТ для различных длин волн в конечном рабочем спектральном диапазоне $\lambda_1 = \lambda_{\min} \div \lambda_2 = \lambda_{\max}$:

$$D_\Sigma(y') = \frac{1}{\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda} \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^2} D_\lambda(y', z') \, d\lambda, \tag{1.7}$$

где $q(\lambda)$ — функция относительной спектральной эффективности; $D_\lambda(y', z')$ — нормированная монохроматическая ФРТ для длины волны λ.

Функцию $q(\lambda)$ определяют по формуле

$$q(\lambda) = B(\lambda) \tau(\lambda) s(\lambda), \tag{1.8}$$

где $B(\lambda)$ — относительная спектральная яркость источника; $\tau(\lambda)$ — относительное спектральное пропускание оптической системы; $s(\lambda)$ — относительная спектральная чувствительность приемника.

Функцию $q(\lambda)$ нормируют таким образом, чтобы ее наибольшее значение было равно единице: $q_{\max}(\lambda) = 1$.

Удобно вместо длины волны λ ввести безразмерную относительную спектральную координату χ, изменяющуюся от -1 до $+1$ [42],

$$\chi = (\lambda - \lambda_0)/\Delta\lambda, \tag{1.9}$$

где $\lambda_0 = 0{,}5(\lambda_{\max} + \lambda_{\min})$ — центральная длина волны; $\Delta\lambda = 0{,}5(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$ — полуширина рабочего спектрального интервала.

Тогда выражение (1.9) преобразится к виду

$$D_\Sigma(y', z') = \frac{1}{\int\limits_{-1}^{1} \frac{q(\chi)}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} d\chi} \int\limits_{-1}^{1} \frac{q(\chi) D_\lambda(y', z')}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} d\chi. \tag{1.10}$$

Распределение интенсивности или освещенности $I(y', z')$ на изображении объекта конечных размеров $O(y, z)$ для оптических систем, удовлетворяющих условиям изопланатичности и линейности, определяется сверткой функций объекта и ФРТ:

$$I(y', z') = \iint\limits_{\Omega} O(y, z) D(y' - y, z' - z) \, dy \, dz. \tag{1.11}$$

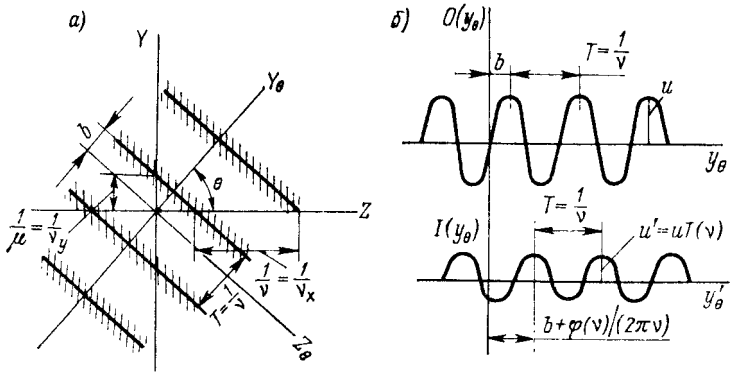


Рис. 1.2. Элементарный гармонический объект $O(y)$ и его изображение $I(y')$

Оптическая передаточная функция (*ОПФ*) $d(\mu, \nu)$ представляет собой Фурье-преобразование функции рассеяния точки

$$d(\mu, \nu) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int D(y', z') \exp[2\pi i(\mu y' + \nu z')]\, dy'\, dz', \quad (1.12)$$

где μ, ν — пространственные частоты в плоскости изображения. ОПФ — комплексная величина, модуль ОПФ — $|d(\mu, \nu)| = T(\mu, \nu)$ — частотно-контрастная характеристика (ЧКХ), а аргумент ОПФ — $\varphi(\mu, \nu)$ — частотно-фазовая характеристика (ЧФХ):

$$d(\mu, \nu) = T(\mu, \nu) \exp[i\varphi(\mu, \nu)].$$

Распределение освещенности $I(y', z')$ можно определить другим способом. Из теоремы Фурье-преобразования [37] вытекает, что

$$i(\mu, \nu) = o(\mu, \nu)\, d(\mu, \nu), \quad (1.13)$$

где $o(\mu, \nu)$ — Фурье-преобразование распределения яркости на объекте; $i(\mu, \nu)$ — Фурье-преобразование распределения освещенности на изображении. Тогда обратное Фурье-преобразование дает

$$I(y', z') = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int i(\mu, \nu) \exp[-2\pi i(\mu y' + \nu z')]\, d\mu\, d\nu. \quad (1.14)$$

В данном случае распределение яркости на объекте есть спектр синусоидальных составляющих элементарных гармонических объектов. Элементарный гармонический объект (рис. 1.2, *а*) представляет собой синусоидальную решетку с бесконечно протяженными полосами, ориентированную под углом θ к оси Z и характеризуемую периодом $1/\nu$, смещением b, амплитудой u, углом наклона θ. Изображение элементарного гармонического объекта (рис. 1.2, *б*) имеет синусоидальное распределение освещенности, амплитуда которого $u' = uT$ (μ, ν). Очевидно, что амплитуда объекта умножается на значение ЧКХ на частоте ν_θ, а смещение изображения объекта вдоль направления θ составляет $\varphi(\nu_\theta)/(2\pi\nu_\theta)$, т. е. значение ЧКХ на частоте ν_θ делится на величину $2\pi\nu_\theta$.

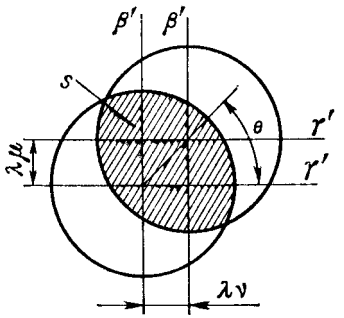


Рис. 1.3. Контуры смещенных зрачков и область интегрирования s в выражении для ОПФ (1.15)

Физический смысл ЧКХ сводится к следующему. Обозначим через $K = (O_{max} - O_{min})/(O_{max} + O_{min}) = u/u_0$ — контраст гармонического объекта, а через $K' = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min}) = u'/u_0$ — контраст его изображения, где u_0 — амплитуда гармоники с нулевой частотой. Тогда с учетом нормирования $T(\nu = 0) = 1$ следует, что $K'/K = T(\nu_\theta)$.

Таким образом, контраст изображения гармонического объекта равен произведению контраста объекта на значение ЧКХ на заданной частоте или на коэффициент передачи контраста (КПК). Подставляя в формулу (1.12) значение ФРТ как квадрата модуля (1.1), ОПФ преобразовываем к виду

$$d(\mu, \nu) = \int\limits_{s}\int F(\beta', \gamma')\, F^*(\beta' - \lambda\mu, \gamma' - \lambda\nu)\, d\beta'\, d\gamma'. \quad (1.15)$$

Интегрирование распространяется на площадь, общую для двух контуров зрачков, центры которых смещены относительно друг друга на $\lambda\mu$ по оси частот μ и $\lambda\nu$ — по оси частот ν (рис. 1.3).

Для безаберрационной системы $F(\beta', \gamma') = 1$, $\varphi(\mu, \nu) = 0$ и функция $T_0(\mu, \nu)$ представляет собой отношение общей площади двух пересекающихся зрачков s к площади зрачка s_p: $T_0(\mu, \nu) = s/s_p$. Например, для безаберрационной оптической системы со зрачком круглой формы ЧКХ имеет вид

$$T_0(\nu_\theta) = \frac{2}{\pi}\left[\arccos\left(\frac{\lambda\nu_\theta}{2\sin\sigma'_A}\right) - \frac{\lambda\nu_\theta}{2\sin\sigma'_A}\left[1 - \left(\frac{\lambda\nu_\theta}{2\sin\sigma'_A}\right)^2\right]^{0,5}\right];$$

со зрачком прямоугольной формы — вид

$$T_0(\nu_\theta) = \left[1 - \frac{\lambda\nu_\theta}{2\sin\sigma'_A}\right].$$

Предельную частоту, при которой контраст равен нулю, находят из соотношения $\lambda\nu_{\theta\,max} = 2\sin\sigma'_A$, откуда $\nu_{\theta\,max} = 2\sin\sigma'_A/\lambda$. В направлении оси μ имеем $\mu_{max} = 2\sin\sigma'_A/\lambda$; в направлении оси ν — $\nu_{max} = 2\sin\sigma'_A/\lambda$.

Таблица 1.1

Значение ЧКХ при наличии центрального экранирования

ω	Коэффициент центрального экранирования ε									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0,873	0,861	0,842	0,819	0,789	0,746	0,682	0,577	0,365	0,164
0,2	0,747	0,734	0,695	0,645	0,583	0,498	0,370	0,258	0,167	0,082
0,3	0,624	0,610	0,566	0,488	0,389	0,306	0,236	0,173	0,113	0,056
0,4	0,505	0,490	0,442	0,381	0,307	0,241	0,187	0,136	0,089	0,044
0,5	0,391	0,385	0,367	0,337	0,291	0,224	0,166	0,119	0,077	0,037
0,6	0,285	0,285	0,297	0,294	0,274	0,235	0,169	0,114	0,071	0,034
0,7	0,188	0,189	0,196	0,207	0,224	0,222	0,194	0,128	0,073	0,034
0,8	0,104	0,104	0,108	0,114	0,124	0,139	0,163	0,157	0,094	0,037
0,9	0,037	0,037	0,039	0,041	0,045	0,050	0,058	0,073	0,104	0,060

Введем относительную частоту $\omega = \mu\lambda/(2 \sin \sigma'_A)$, значения которой изменяются от 0 до 1, и получим значения ЧКХ для оптической системы с центральным экранированием ε (табл. 1.1).

Полихроматическая ОПФ $d_\Sigma(\mu, \nu)$ может быть найдена как средневзвешенная величина монохроматических ОПФ:

в рабочем диапазоне длин волн $\lambda_1 = \lambda_{\min} \div \lambda_2 = \lambda_{\max}$

$$d_\Sigma(\mu, \nu) = \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, d\lambda\right]^{-1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, d_\lambda(\mu, \nu)\, d\lambda, \qquad (1.16)$$

в координатах χ

$$d_\chi(\mu, \nu) = \left[\int_{-1}^{1} q(\chi)\, d\chi\right]^{-1} \int_{-1}^{1} q(\chi)\, d_\chi(\mu, \nu)\, d\chi, \qquad (1.17)$$

где $d_\chi(\mu, \nu)$ — монохроматическая ОПФ для длины волны λ.

Из (1.16) или (1.17) следует выражение для полихроматической ЧКХ $T_\Sigma(\mu, \nu)$:

$$T_\Sigma(\mu, \nu) = |d_\Sigma(\mu, \nu)| = \left\{\left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, T_\lambda(\mu, \nu) \cos[\varphi_\lambda(\mu, \nu)]\, d\lambda\right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, T_\lambda(\mu, \nu) \sin[\varphi_\lambda(\mu, \nu)]\, d\lambda\right]^2\right\}^{0,5} \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, d\lambda\right]^{-1}. \qquad (1.18)$$

Выражение (1.18), как и строгое решение задачи нахождения полихроматической ЧКХ, впервые было получено Д. Ю. Гальперном [12].

Если предположить, что для всех длин волн рабочего спектрального диапазона функция передачи фазы равна нулю, т. е. имеет место только симметричная аберрация, то для полихроматической ЧКХ получим

$$T_\Sigma(\mu, \nu) = \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, d\lambda\right]^{-1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} q(\lambda)\, T_\lambda(\mu, \nu)\, d\lambda,$$

где $T_\lambda(\mu, \nu)$ — монохроматическая ЧКХ. Хроматические аберрации для осевой точки предмета являются примером симметричных аберраций.

1.2. ВОЛНОВЫЕ АБЕРРАЦИИ

Остановимся на основных положениях и определениях теории геометрических и волновых аберраций [7, 34, 78]. Рассмотрим оптическую систему (рис. 1.4). Пусть A — точка предмета, а A' — ее параксиальное изображение; M (m, M), M' (m', M'), A'_1 (x', y') — точки пересечения луча, выходящего из точки предмета A, с плоскостями входного и выходного зрачков и плоскостью изображения. Расстояние AA'_1 — лучевая или поперечная аберрация. Проекция вектора AA'_1 на ось Y' — $\delta g'$ называется меридиональной составляющей поперечной аберрации, а на ось Z — $\delta G'$ — сагиттальной составляющей поперечной аберрации. Из точки A' через центр выходного зрачка построим сферическую поверхность — опорную сферу или сферу сравнения R (точка P_0 — точка пересечения луча со сферой сравнения). Волновая аберрация для данного луча определяется как разность оптических длин хода лучей $\langle A\,A'\rangle$ и $\langle AA''_1\rangle$: $W = \langle AA'\rangle - \langle AA''_1\rangle$, где A''_1 — основание перпендикуляра из точки A' на луч AA'_1. Рассчитав волновые аберрации для множества лучей, исходящих

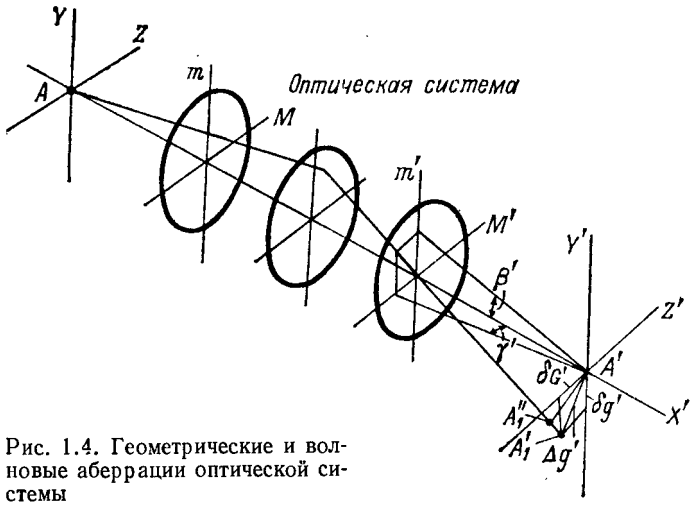


Рис. 1.4. Геометрические и волновые аберрации оптической системы

из точки A и проходящих через входной зрачок системы, можно построить волновую поверхность W, или волновой фронт, проходящий через все точки P_1. Таким образом, волновая аберрация для конкретного луча равна расстоянию между сферой сравнения R и волновым фронтом W по ходу луча. Волновая аберрация измеряется в линейной мере или в длинах волн: P_0P_1/λ.

Между волновой и поперечной аберрациями существует однозначная связь: волновой фронт ортогонален лучам, т. е. лучи являются нормалями к волновой поверхности. Составляющие поперечной аберрации связаны соотношениями:

$$\delta g' = R\frac{\partial W(m', M')}{\partial m'_j} = \frac{\partial W(\beta', \gamma')}{\partial \beta'};\ \delta G' = R\frac{\partial W(m', M')}{\partial M'} = \frac{\partial W(\beta', \gamma')}{\partial \gamma'}. \quad (1.19)$$

Зная значения $\delta g'$, $\delta G'$ для множества лучей, можно найти W путем двойного интегрирования по контуру зрачка

$$W = \frac{1}{R}\int(\delta g'\, dm' + \delta G'\, dM').$$

Численное описание волновой аберрации. Его удобно представить в виде разложения в канонических зрачковых координатах: $\rho_x = m'/a$; $\rho_y = M'/a$. Наибольшее распространение получили два вида разложения: 1) разложение в степенной ряд; 2) по ортогональным полиномам или полиномам Цернике. Удобно разложение представлять в полярных координатах:

$$\rho = \sqrt{\rho_x^2 + \rho_y^2};\ \cos\varphi = \rho_y/\rho;\ 0 \leqslant \rho \leqslant 1.$$

Рассмотрим оба разложения.

1. Разложение волновой аберрации в степенной ряд имеет следующий вид [81]:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_i \sum_j W_{ij}\rho^i \cos^j\varphi = W_{00} + W_{20}\rho^2 + W_{11}\rho\cos\varphi + W_{40}\rho^4 + W_{31}\rho^3\cos\varphi + W_{22}\rho^2\cos^2\varphi + W_{60}\rho^6 + W_{51}\rho^5\cos\varphi + W_{42}\rho^4\cos^2\varphi + W_{33}\rho^3\cos^3\varphi + \ldots, \quad (1.20)$$

где W_{ij} — коэффициент волновой аберрации, выраженный в длинах волн и равный волновой аберрации на краю зрачка при $\rho = 1$, $\varphi = 0$; $i \geqslant j$; $i + j$ — четное число; $p = i + j - 1$ — порядок разложения; W_{00} — постоянная составляющая, не влияющая на качество изображения (обычно в разложение не включается).

В табл. 1.2 приведены волновые аберрации I, III, V порядков.

Некоторые авторы, например Гонкинс [81], добавляют к коэффициентам индекс t, характеризующий зависимость аберраций по полю изображения: ${}_tW_{ij}$. Однако для упрощения записи мы его будем опускать.

2. Ортогональные полиномы от двух вещественных переменных, определенных внутри единичного круга, имеют вид $R_n^m(\rho)\cos m\varphi$, где $R_n^m(\rho)$ — радиальный полином по ρ степени n; $m = 0, 1, 2, \ldots$ Эти полиномы образуют полную ортогональную систему внутри единичного круга:

$$\int_0^1\int_0^{2\pi} R_n^m(\rho)\cos m\varphi R_{n'}^{m'}(\rho)\times \cos m'\varphi\rho\, d\rho\, d\varphi = \delta_{nn'}\delta_{mm'}\omega_n^m,$$

где $\delta_{nn'}$, $\delta_{mm'}$ — символ Кронекера, равный

$$\delta_{nn'} = \begin{cases} 1 & \text{при } n = n'; \\ 0 & \text{при } n \neq n'; \end{cases} \qquad \delta_{mm'} = \begin{cases} 1 & \text{при } m = m'; \\ 0 & \text{при } m \neq m'; \end{cases}$$

$$\omega_n^m = \frac{\pi}{n+1} = \begin{cases} 0{,}5 & \text{при } m \neq 0 \\ 1 & \text{при } m = 0 \end{cases} \text{— норма полинома.}$$

Таблица 1.2

Волновые аберрации

Порядок аберрации	Аберрация	W_{ij}	$W(\rho, \varphi)$
I	Дефокусировка	W_{20}	$W_{20}\rho^2$
	Поперечное смещение	W_{11}	$W_{11}\rho\cos\varphi$
III	Сферическая аберрация	W_{40}	$W_{40}\rho^4$
	Кома	W_{31}	$W_{31}\rho^3\cos\varphi$
	Астигматизм	W_{22}	$W_{22}\rho^2\cos^2\varphi$
V	Сферическая аберрация	W_{60}	$W_{60}\rho^6$
	Кома	W_{51}	$W_{51}\rho^5\cos\varphi$
	Астигматизм	W_{42}	$W_{42}\rho^4\cos^2\varphi$

Разложение волновой аберрации по ортогональным полиномам имеет вид [7]:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_n \sum_m C_{nm}R_n^m(\rho)\cos m\varphi = C_{00} + C_{20}R_2^0(\rho) + C_{11}R_1^1(\rho)\cos\varphi + C_{40}R_4^0(\rho) + C_{31}R_3^1(\rho)\cos\varphi + C_{22}^2R_2^2(\rho)\cos 2\varphi + \ldots, \quad (1.21)$$

где $n \geqslant m$, $n + m$ — четное число. Следует обратить внимание, что ортогональная отдельная аберрация $C_{nm}R_n^m(\rho)\cos m\varphi$ состоит из определенной конечной суммы $\sum_{t=s}^{n}\sum_{s=0}^{m} W_{ts}\rho^t\cos^s\varphi$ степенных отдельных аберраций.

Нийбоер [7], предложивший применить полиномы Цернике для описания волновой аберрации, изменил классификацию аберраций. Согласно его классификации отдельные аберрации, соответствующие одному индексу m, относятся к одному типу.

Таблица 1.3

Радиальные полиномы $R_n^m(\rho)$

ε	m	n						
		0	1	2	3	4	5	6
0	0	1		$2\rho^2-1$		$6\rho^4-6\rho^2+1$		$20\rho^6-30\rho^4+12\rho^2-1$
	1		ρ		$3\rho^3-2\rho$		$10\rho^5-12\rho^3+3\rho$	
	2			ρ^2		$4\rho^4-3\rho^2$		$15\rho^6-20\rho^4+6\rho^2$
0,3	0	1		$2{,}2\rho^2-1{,}2$		$7{,}25\rho^4-7{,}9\rho^2+1{,}65\rho$		$26{,}54\rho^6-43{,}4\rho^4+20{,}35\rho^2-2{,}5$
	1		ρ		$3{,}05\rho^3-2{,}05\rho$			
	2			ρ^2		$4{,}01\rho^4-3{,}01\rho^2$		$15{,}19\rho^6-20{,}31\rho^4+6{,}12\rho^2$
0,5	0	1		$2{,}67\rho^2-1{,}67$		$10{,}67\rho^4-13{,}9\rho^2+3{,}67$		$47{,}41\rho^6-88{,}9\rho^4+51{,}55\rho^2-9{,}07$
	1		ρ		$3{,}33\rho^2-2{,}33\rho$		$10{,}67\rho^5-13{,}3\rho^3+3{,}67\rho$	
	2			ρ^2		$4{,}15\rho^4-3{,}15\rho^2$		$17{,}56\rho^6-24{,}35\rho^4+7{,}79\rho^2$

Так, индексы $m=1$ — определяют кому, $m=2$ — астигматизм и т. д. Радиальные полиномы $R_n^m(\rho)$ для трех значений центрального экранирования ε приведены в табл. 1.3. Радиальные полиномы для m, $n \leqslant 11$ при $\varepsilon=0$ даны в работе [5].

Коэффициенты разложения волновой аберрации. Составляющие поперечной аберрации $\delta g'$, $\delta G'$ связаны с волновой аберрацией соотношения (1.19). В полярных координатах выражения (1.19) преобразуется к виду [34]:

$$\left.\begin{aligned}\delta g' &\cong \frac{1}{\sin\sigma'_A}\left[\cos\varphi\,\frac{\partial W(\rho,\varphi)}{\partial\rho}-\frac{\sin\varphi}{\rho}\,\frac{\partial W(\rho,\varphi)}{\partial\varphi}\right];\\ \delta G' &\cong \frac{1}{\sin\sigma'_A}\left[\sin\varphi\,\frac{\partial W(\rho,\varphi)}{\partial\rho}+\frac{\cos\varphi}{\rho}\,\frac{\partial W(\rho,\varphi)}{\partial\varphi}\right].\end{aligned}\right\} \quad (1.22)$$

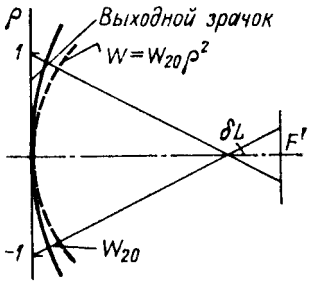


Рис. 1.5. Волновая аберрация дефокусировки

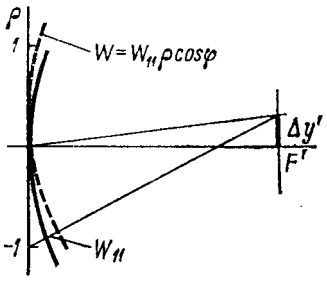


Рис. 1.6. Поперечное смещение

Для аберраций, не зависящих от координаты φ (симметричных аберраций), имеем

$$\Delta g' = [\delta g'^2 + \delta G'^2]^{0,5} = \frac{1}{\sin\sigma'_A}\,\frac{\partial W}{\partial\rho}\bigg|_{\rho=\rho_1}.$$

Полагая $\sin\sigma'_A \cong \operatorname{tg}\sigma'_A$, продольную аберрацию $\delta s'$ связывают с поперечной $\Delta g'$ соотношением

$$\delta s' = \frac{\Delta g'}{\rho\sin\sigma'_A} = \frac{1}{\rho\sin^2\sigma'_A}\,\frac{\partial W}{\partial\rho}\bigg|_{\rho=\rho_1}. \quad (1.23)$$

Аберрации III и V порядков. Установим связь коэффициентов разложения волновой аберрации с геометрическими аберрациями.

Дефокусировка описывается формулой $W = W_{20}\rho^2$. Из выражений (1.23) находим

$$\delta s' = 2W_{20}/\sin^2\sigma'_A.$$

Из формулы для $\delta s'$ следует, что продольная дефокусировка не зависит от координаты ρ на выходном зрачке. Отсюда очевидно, что все лучи собираются в точке, смещенной от плоскости изображения на $\delta s' = \delta L$ (рис. 1.5).

Для отличия от сферической аберрации в дальнейшем дефокусировку будем обозначать через δL. Из формулы для продольной дефокусировки находим значение коэффициента волновой аберрации дефокусировки

$$W_{20} = 0{,}5\delta L\,\sin^2\sigma'_A. \quad (1.24)$$

Поперечное смещение выражается зависимостью $W(\rho,\varphi) = W_{11}\rho\cos\varphi$. По формуле (1.22) находим $\delta g' = W_{11}/\sin\sigma'_A$. Отсюда следует, что все лучи собираются в точке (рис. 1.6), смещенной в направлении, перпендикулярном к оптической оси, на величину $\delta g' = \Delta y' = W_{11}/\sin\sigma'_A$, где

$$W_{11} = \Delta y'\,\sin\sigma'_A. \quad (1.25)$$

Обе аберрации: дефокусировка и поперечное смещение — относятся к аберрациям I порядка, т. е. к ошибкам фокусировки.

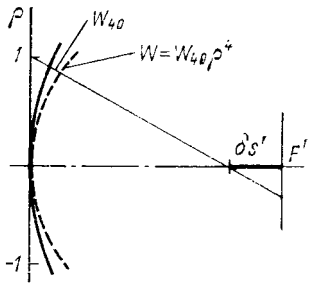


Рис. 1.7. Волновая сферическая аберрация III порядка

Дефокусировка характеризует изменение кривизны волнового фронта и может быть скомпенсирована смещением плоскости приемника на величину δL, а поперечное смещение означает наклон волнового фронта и показывает, что центр кривизны волнового фронта смещен на $\Delta y'$ от параксиального изображения точки A'. При контроле оптической системы интерферометрическим методом в целях идентификации отклонений волнового фронта и отклонений измерения малых значений (меньших одной длины волны) вводят искусственно как дефокусировку, так и поперечное смещение.

Число интерференционных колец N при наличии дефокусировки равно значению коэффициента W_{20}, при наличии поперечного смещения число интерференционных полос на радиусе $\rho = 1$ составляет $N = W_{11}$.

Сферическая аберрация III и V порядков из выражения (1.20) равна $W(\rho) = W_{40}\rho^4 + W_{60}\rho^6$. С учетом этого получим продольную сферическую аберрацию по формуле (1.23)

$$\delta s' = \frac{1}{\sin^2 \sigma'_A}\,[4W_{40}\rho^2 + 6W_{60}\rho^4].$$

Для нахождения коэффициентов W_{40}, W_{60} определим значение сферической аберрации для края зрачка при $\rho = 1$ ($\delta s'_{\rho=1}$) и $\rho^2 = 0{,}5$ ($\delta s'_{\rho^2=0,5}$):

$$\delta s'_{\rho=1} = [4W_{40} + 6W_{60}]/\sin^2\sigma'_A;\quad \delta s'_{\rho^2=0,5} = [2W_{40} + 1{,}5W_{60}]/\sin^2\sigma'_A.$$

Откуда

$$W_{40} = 0{,}25\,[4\delta s'_{\rho^2=0,5} - \delta s'_{\rho=1}]\sin^2\sigma'_A;$$
$$W_{60} = [\delta s'_{\rho=1} - 2\delta s'_{\rho^2=0,5}]\sin^2\sigma'_A/3. \qquad (1.26)$$

При наличии только аберраций III порядка $W_{40} \neq 0$, $W_{60} = 0$ $2\delta s'_{\rho^2=0,5} = \delta s'_{\rho=1}$ и тогда

$$W_{40} = 0{,}25\delta s'_{\rho=1}\sin^2\sigma'_A. \qquad (1.27)$$

Сферическая аберрация не зависит от координаты поля изображения y' и ее значение для всех точек поля одинаково. Вид волнового фронта при наличии сферической аберрации III порядка показан на рис. 1.7.

Кома III порядка описывается выражением $W(\rho, \varphi) = W_{31}\rho^3\cos\varphi$. Составляющие поперечной аберрации $\delta g'$, $\delta G'$ комы имеют согласно (1.22) вид:

$$\delta g' = W_{31}\rho^2(2 + \cos 2\varphi)/\sin\sigma'_A;\quad \delta G' = W_{31}\rho^2\sin 2\varphi/\sin\sigma'_A.$$

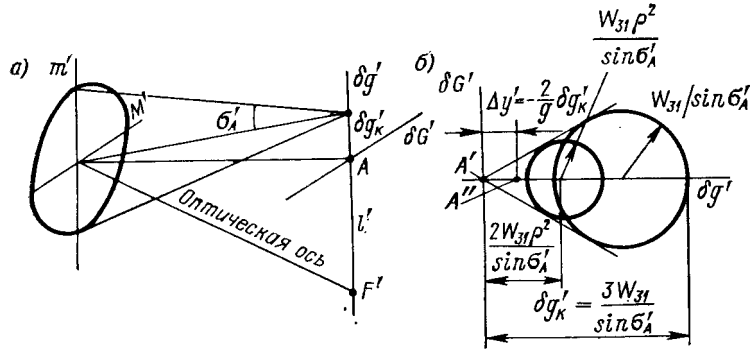


Рис. 1.8. Волновая аберрация комы III порядка

Наибольшее значение поперечная аберрация на краю зрачка имеет при $\rho = 1$, $\varphi = 0$ и составляет $\delta g' = 3W_{31}/\sin\sigma'_A$, откуда

$$W_{31} = \delta g'_{\rho=1,\,\varphi=0}\sin\sigma'_A/3. \qquad (1.28)$$

Коэффициент комы W_{31} пропорционален первой степени линейного поля изображения y'. Вид волнового фронта при наличии комы показан на рис. 1.8, *а*, а геометрическое изображение фигуры рассеяния — на рис. 1.8, *б*. Уравнение, описывающее точки пересечения лучей в гауссовой плоскости при $\rho = \text{const}$, представляет собой окружность вида

$$\left(\delta g' - \frac{2W_{31}\rho^2}{\sin\sigma'_A}\right)^2 + \delta G'^2 = \left(\frac{W_{31}\rho^2}{\sin\sigma'_A}\right)^2$$

с радиусом $W_{31}\rho^2/\sin^2\sigma'_A$ и центром, который смещен на величину $2W_{31}\rho^2/\sin\sigma'_A$.

Астигматизм и кривизна изображения имеет вид $W(\rho, \varphi) = W_{22}\rho^2\cos^2\varphi + W_{20}\rho^2$. Используя это выражение, получим составляющие поперечной аберрации астигматизма и кривизны изображения по формулам (1.22):

$$\delta g' = 2\rho\,(W_{22} + W_{20})\cos\varphi/\sin^2\sigma'_A;\quad \delta G' = 2\rho W_{20}\sin\varphi/\sin^2\sigma'_A.$$

Расстояние от гауссовой плоскости до точки A'_m пересечения лучей в меридиональной плоскости

$$x'_m = \delta g'/\rho = 2\,(W_{22} + W_{20})/\sin^2\sigma'_A.$$

Расстояние от гауссовой плоскости до точки A'_s пересечения лучей в сагиттальной плоскости

$$x'_s = \delta G'/\gamma' = 2W_{20}/\sin^2\sigma'_A.$$

Продольный астигматизм $x'_m - x'_s$ равен $x'_m - x'_s = 2W_{22}/\sin^2\sigma'_A$, откуда коэффициент волновой аберрации астигматизма

$$W_{22} = 0{,}5\,(x'_m - x'_s)\sin^2\sigma'_A. \qquad (1.29)$$

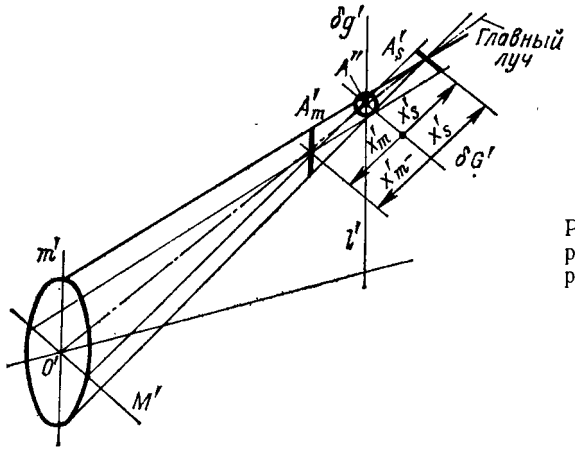


Рис. 1.9. Поперечная аберрация астигматизма III порядка

Коэффициент астигматизма W_{22} пропорционален квадрату поля изображения y'^2. Коэффициент W_{20} характеризует дефокусировку по полю изображения — кривизну изображения, также пропорциональную квадрату поля y'^2. Линейная величина кривизны изображения равна $(x'_m + x'_s)/2$. Вид аберраций при наличии астигматизма показан на рис. 1.9. В меридиональном сечении на краю зрачка волновой астигматизм равен W_{22}, в сагиттальном сечении ($\varphi = \pi/2$) — $W_{22} = 0$. Изображение точки в плоскостях имеет вид взаимно перпендикулярных друг к другу линий; в гауссовой плоскости A' точка изображается в виде эллипса, а в плоскости посередине между точками A'_m, A'_s — в виде круга.

Геометрическая теория аберраций подробно излагается во многих работах, например [7, 52].

Связь коэффициентов разложения волновой аберрации по степенным полиномам W_{ij} с коэффициентами разложения по ортогональным полиномам. Соотношения коэффициентов W_{ij} и C_{nm} в зависимости от центрального экранирования приведены в табл. 1.4.

Для аберраций поперечного сечения и астигматизма соотношение W_{ij}/C_{nm} не зависит от коэффициента центрального экранирования. Для случая $\varepsilon = 0$ связь коэффициентов несложно установить, сравнивая в выражениях (1.20) и (1.21) коэффициенты при одинаковых степенных ρ.

Хроматические аберрации. Их так же, как и монохроматические, можно разделить по порядкам хроматизма. Коэффициенты волновой аберрации в выражениях (1.20), (1.21) характеризуют хроматизм [43], отсюда разложение каждого коэффициента может быть представлено по базису спектральной координаты χ [42]:

$$W(\chi, \rho) = \sum_e \sum_i \sum_j W_{eij} \chi^e \rho^i \cos^j \varphi. \qquad (1.30)$$

Таблица 1.4

Соотношения коэффициентов

W_{ij}/C_{nm}	Коэффициент центрального экранирования ε						
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
W_{20}/C_{20}	2,00	2,02	2,08	2,20	2,38	2,67	3,12
W_{11}/C_{11}				1			
W_{40}/C_{40}	6,00	6,12	6,51	7,25	8,50	10,67	14,65
W_{31}/C_{31}	3,00	3,00	3,01	3,05	3,13	3,93	3,71
W_{22}/C_{22}				2			

В разложении волновой аберрации по координатам на зрачке появляется степенной полином по спектральной координате χ. Число e характеризует порядок хроматизма.

Рассмотрим осевые полихроматические аберрации, представляющие наибольший интерес для оценки влияния хроматических аберраций на качество изображения. Учитывая, что хроматические аберрации порядка выше III не существенно влияют на качество изображения [43], получим в развернутом виде разложение (1.30):

$$W(\chi, \rho^2) = \rho^2 [W_{020} + W_{120}\chi + W_{220}\chi^2] + \rho^4 [W_{040} + W_{140}\chi + W_{240}\chi^2] + \rho^6 [W_{060} + W_{160}\chi + W_{260}\chi^2], \qquad (1.31)$$

где W_{020}, W_{120}, W_{220} — коэффициенты волновой аберрации расфокусировки, первичного и вторичного хроматизма соответственно; W_{040}, W_{140}, W_{240} — коэффициенты волновой сферической аберрации III порядка, первичного и вторичного сферохроматизма соответственно; W_{060}, W_{160}, W_{260} — коэффициенты волновой сферической аберрации V порядка, первичного и вторичного сферохроматизма V порядка соответственно. Слагаемые W_{020}, W_{040}, W_{060}, не зависящие от спектральной координаты χ, определяют монохроматические аберрации, описанные выше. Обычно для монохроматических аберраций индекс $e = 0$ опускается. Члены разложения W_{120}, W_{140} зависят от первой степени спектральной координаты. Слагаемое $W_{120}\rho^2$ зависит от квадрата координаты на зрачке и определяет хроматическую расфокусировку. Для $\rho = 0$ этот коэффициент характеризует хроматизм положения. Слагаемое с коэффициентом W_{220} зависит от квадрата спектральной координаты и определяет хроматическую расфокусировку III порядка. Для $\rho = 0$ этот коэффициент характеризует вторичный спектр. Для большинства оптических систем первичный и вторичный сферохроматизм V порядка мал, составляет значение менее $0{,}01\lambda$, поэтому в выражении (1.31) слагаемыми $W_{160}\chi\rho^6$, $W_{260}\chi^2\rho^6$ можно пренебречь.

Свяжем коэффициенты волновых аберраций с продольными аберрациями. Воспользуемся формулами (1.29) и (1.31). Тогда находим

$$\delta s' = [2W_{20} + 4W_{40}\rho^2 + 6W_{60}\rho^4 + 2W_{120}\chi + 4W_{140}\chi\rho^2 + 2W_{220}\chi^2 + 4W_{240}\chi^2\rho^2]/\sin^2\sigma'_A. \quad (1.32)$$

Решением системы линейных уравнений для трех спектральных координат χ (0; 1; —1) и трех значений ρ (0; 0,5; 1) можно определить значение коэффициентов волновой хроматической аберрации.

Для коэффициента первичного хроматизма W_{120} получим

$$W_{120} = 0{,}25\,\delta s'_p \sin^2\sigma'_A, \quad (1.33)$$

где $\delta s'_p$ — продольная хроматическая аберрация положения, равная разности параксиальных отрезков при $\chi = 1$, $\chi = -1$, $\rho = 0$.

Обозначим через $\Delta s' = \delta s'\ (\chi = 1,\ \rho^2) - \delta s'\ (\chi = -1,\ \rho^2)$ — продольный первичный хроматизм, а через $\Delta s'_1 = \delta s'\ (\chi = 1,\ \rho = 1) - \delta s'\ (\chi = -1,\ \rho = 1)$ — хроматическую разность сферических аберраций для края зрачка. Тогда для коэффициента первичного сферохроматизма W_{140} получим

$$W_{140} = 0{,}125\,(\Delta s'_1 - \delta s'_p)\sin^2\sigma'_A. \quad (1.34)$$

Продольная аберрация вторичного хроматизма равна

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = 0{,}5\,[\delta s'\,(\chi = 1,\ \rho^2) + \delta s'\,(\chi = -1,\ \rho^2)] - \delta s'\,(\chi = 0,\ \rho^2),$$

где $\lambda_1\lambda_2$ — крайние длины волн спектрального диапазона, которым соответствуют значения $\chi = \pm 1$. Для $\rho = 0$ получим формулу для вторичного спектра $(\delta s'_{\lambda_1\lambda_2})$

$$\delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = 0{,}5\,[\delta s'\,(\chi = 1,\ 0) + \delta s'\,(\chi = -1,\ 0)] - \delta s'\,(\chi = 0,\ 0).$$

Для коэффициентов W_{220}, W_{240} находим:

$$W_{220} = 0{,}5\,\delta s'_{\lambda_1\lambda_2}\sin^2\sigma'_A; \quad (1.35)$$

$$W_{240} = 0{,}25\,[\Delta s'_{1\,\lambda_1\lambda_2} - \delta s'_{\lambda_1\lambda_2}]\sin^2\sigma'_A, \quad (1.36)$$

где $\Delta s'_{1\,\lambda_1\lambda_2} = 0{,}5\,[\delta s'\,(\chi = 1,\ \rho = 1) + \delta s'\,(\chi = -1,\ \rho = 1)] - \delta s'\,(\chi = 0,\ \rho = 1)$ — вторичный сферохроматизм.

Из (1.32) для продольных первичного и вторичного хроматизмов получим:

$$\Delta s'_1(\rho^2) = 4\,(W_{120} + W_{140}\rho^2)/\sin^2\sigma'_A;$$

$$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2}(\rho^2) = 2\,(W_{220} + 2W_{240}\rho^2)/\sin^2\sigma'_A.$$

Если ограничиться разложением (1.32), монохроматическая продольная аберрация относительно плоскости наилучшей установки (ПНУ) описывается параболическим уравнением

$$\delta s'(\rho) = 2\,(W_{20} + 2W_{40}\rho^2 + 3W_{60}\rho^4)/\sin^2\sigma'_A.$$

имеющим вид, показанный на рис. 1.10. Графики функций $\Delta s'_1(\rho^2) = 4\,(W_{120} + W_{140}\rho^2)/\sin^2\sigma'_A$; $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2}(\rho^2) = 2\,(W_{220} + 2W_{240}\rho^2)/\sin^2\sigma'_A$ — прямые линии. Отклонение графиков от прямой линии свидетельствует о наличии аберраций высших порядков, не учитываемых выражением (1.32). Если сферическая аберрация V порядка отсутствует, то график сферической аберрации III порядка также является прямой линией.

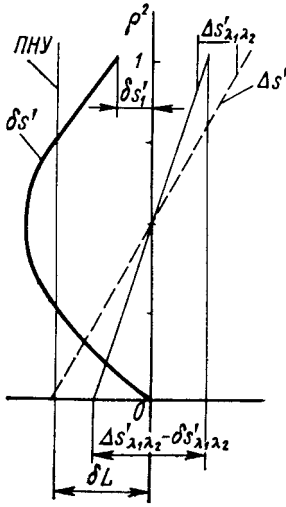


Рис. 1.10. Продольные осевые аберрации

Поперечный хроматизм $\Delta y'_\lambda$ характеризуется разностью ординат $y'_\lambda - y'_{\lambda_0}$ точек пересечения двух лучей для длин волн λ и λ_0, идущих из одной точки объекта, с плоскостью изображения для центральной длины волны λ_0. Для описания волновой аберрации поперечного хроматизма можно воспользоваться выражением для аберрации поперечного смещения $W = W_{11}\rho\cos\varphi$. Коэффициент волновой аберрации при длине волны λ согласно (1.25) равен $W_{11\lambda} = \Delta y'_\lambda \sin\sigma'_A$. Для граничных длин волн λ_1, λ_2 линейный поперечный хроматизм $\Delta y'_{\lambda_1\lambda_2} = \Delta y'_{\lambda_1} - \Delta y'_{\lambda_2}$, и тогда коэффициент волновой аберрации поперечного хроматизма будет равен

$$W_{11\lambda_1\lambda_2} = \Delta y'_{\lambda_1\lambda_2}\sin\sigma'_A. \quad (1.37)$$

Поперечный хроматизм, пропорциональный первой степени поля изображения y', является остаточной расчетной аберрацией и называется хроматизмом увеличения. Кроме того, поперечный хроматизм возникает в процессе изготовления оптических деталей и может быть обусловлен клиновидностью плоскопараллельных пластин, децентрировкой оптических поверхностей и узлов, отклонениями углов призм и т. п. В этих случаях поперечный хроматизм не зависит от величины y' и постоянен по полю изображения.

1.3. КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Для заданной точки поля изображения удобно оценивать его качество одним числом. Известны различные критерии качества изображения, многие из которых получены из ФРТ и ОПФ [34, 67]. Рассмотрим критерии, получившие наиболее широкое распространение на практике.

Наибольшие отклонения или деформация волнового фронта ΔW_{max}. Величина ΔW_{max} характеризуется алгебраической суммой наибольших отклонений волнового фронта от сферы

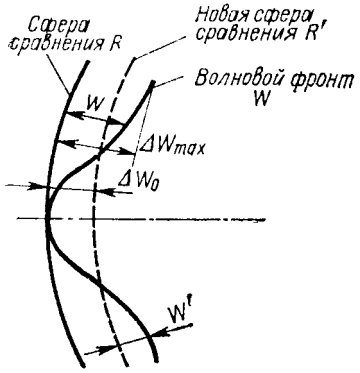


Рис. 1.11. Средний квадрат деформации волнового фронта

сравнения (рис. 1.11). Хорошо известен критерий Рэлея, согласно которому оптическую систему можно считать совершенной, если $\Delta W_{max} \leqslant \lambda/4$, — правило четверти волны Рэлея. Критерий успешно применяется в тех случаях, когда волновая аберрация имеет плавный вид, как, например, дефокусировка, сферическая аберрация III порядка. Если волновая аберрация имеет сложный вид, то ФРТ может быть существенно искажена. Как будет показано ниже, качество изображения зависит не только от величины ΔW_{max}, но и от формы волнового фронта, от местных деформаций волнового фронта, их расположения. Для учета этих факторов удобно применять критерий среднеквадратической деформации или отклонения волнового фронта.

Среднеквадратическое отклонение монохроматического волнового фронта. Монохроматическая среднеквадратическая волновая аберрация равна

$$W_{скв} = [\overline{(W - \overline{W})^2}]^{0,5} = \left[\frac{1}{s}\iint_s (W - \overline{W})^2\, ds\right]^{0,5} = [\overline{W}^2 - (\overline{W})^2]^{0,5}, \tag{1.38}$$

где $\overline{W} = \frac{1}{s}\iint_s W ds$ — среднеарифметическое значение волновой аберрации; s — площадь выходного зрачка.

В полярных координатах выражение (1.38) можно представить в виде

$$W_{скв} = \left\{\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 W^2(\rho, \varphi)\,\rho\, d\rho\, d\varphi - \frac{1}{\pi^2}\left[\int_0^{2\pi}\int_0^1 W(\rho, \varphi)\,\rho\, d\rho\, d\varphi\right]^2\right\}^{0,5}. \tag{1.39}$$

Поясним геометрический смысл величины $W_{скв}$. Обозначим через R — сферу сравнения (рис. 1.11), через W — волновую аберрацию относительно сферы R. Введем новую сферу сравнения R', обозначим волновую аберрацию относительно новой сферы сравнения через W'. При этом $R - R' = \Delta W_0$ — постоянная величина. Тогда получим $\overline{W}^2 - (\overline{W})^2 = \overline{W'}^2 - (\overline{W'})^2$. Подберем сферу сравнения R' такую, чтобы $\overline{W'} = \frac{1}{s}\iint_s W' ds = 0$, тогда $\overline{W'}^2 = W^2_{скв} = \overline{W}^2 - (\overline{W})^2$. Таким образом, величину $W_{скв}$ можно вычислить двумя способами. Первый способ — с помощью

формулы (1.39), в которой волновая аберрация W определяется относительно сферы сравнения R; второй способ — по формуле

$$W_{скв} = \overline{W'} = \left[\frac{1}{\pi^2}\int_0^1\int_0^{2\pi} W'^2 \rho\, d\rho\, d\varphi\right]^{0,5},$$

в которой W' определяется относительно оптимальной сферы сравнения R'.

Если аберрации малы, то освещенность в центре дифракционного изображения $D(0, 0)$ можно выразить через средний квадрат $W^2_{скв}$. Ограничившись в выражении (1.1) тремя членами разложения в ряд

$$\exp[ikW] = 1 + ikW + 0{,}5(ikW)^2,$$

для нормированной освещенности получим известную формулу Марешаля

$$D(0, 0) \cong 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 W^2_{скв}. \tag{1.40}$$

Для безаберрационной системы $D(0, 0) = 1$; при наличии аберраций освещенность уменьшается на величину, пропорциональную среднеквадратическому отклонению волнового фронта. Приближенная формула (1.40) достаточно точна, погрешность расчета составляет порядка 1—2 %, если $D(0, 0)$ не менее 0,7—0,75.

Согласно Марешалю оптическую систему можно считать совершенной, хорошо скорригированной, если нормированная освещенность не менее 0,8. Из формулы (1.40) следует:

$$W^2_{скв} \leqslant \lambda^2/196;\ W_{скв} \leqslant \lambda/14. \tag{1.41}$$

Это условие, известное как критерий Марешаля, означает, что среднеквадратичное отклонение волнового фронта относительно оптимальной сферы сравнения не должно превышать $\lambda/14$.

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта при разложении волновой аберрации по степенным полиномам определим по формуле (1.39).

Подставляя формулу (1.20) в формулу (1.39), можно найти выражение для $W^2_{скв}$. Лерман [67] получил это выражение для оптической системы с центральным экранированием ε. Для сферической аберрации III и V порядков и полевых аберраций III порядка оно имеет следующий вид:

$$W^2_{скв} = \frac{W^2_{20}}{12}[1 - 2\varepsilon^2 + \varepsilon^4] + \frac{W_{20}W_{40}}{6}[1 - \varepsilon^2 - \varepsilon^4 + \varepsilon^6] +$$

$$+ \frac{W_{20}W_{60}}{20}[3 - 2\varepsilon^2 - 2\varepsilon^4 - 2\varepsilon^6 + 3\varepsilon^8] + \frac{W_{20}W_{22}}{12}[1 - 2\varepsilon^2 + \varepsilon^4] +$$

$$+\frac{W_{40}^2}{45}[4-\varepsilon^2-6\varepsilon^4-\varepsilon^6+4\varepsilon^8]+\frac{W_{40}W_{60}}{6}[1-\varepsilon^4-\varepsilon^6+\varepsilon^{10}]+$$

$$+\frac{W_{60}^2}{12}[1-\varepsilon^2-\varepsilon^4+\varepsilon^6]+\frac{W_{60}^2}{112}[9+2\varepsilon^2-5\varepsilon^4-12\varepsilon^6-5\varepsilon^8+$$

$$+2\varepsilon^{10}+9\varepsilon^{12}]+\frac{W_{11}^2}{4}(1+\varepsilon^2)+\frac{W_{11}W_{31}}{3}(1+\varepsilon^2+\varepsilon^4)+\frac{W_{22}^2}{16}(1+\varepsilon^4). \quad (1.42)$$

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта для системы с центральным экранированием при наличии сферической аберрации и фокусировки определим для осевого предмета оптической системы с круглым зрачком. Рассмотрим случай точки на оси центральной системы с круглым зрачком, когда имеется только сферическая аберрация и дефокусировка. В этом случае из (1.20) волновая аберрация может быть представлена в виде:

$$W(\rho)=\sum_{k=1}^{n}W_{(2k)\,0}\rho^{2k}=W_{20}\rho^2+W_{40}\rho^4+\ldots+W_{(2n)\,0}\rho^{2n},$$

где ρ — радиус-вектор точки на зрачке, изменяется в интервале $\varepsilon\leqslant\rho\leqslant 1$.

Составляющие выражения (1.38) принимают следующий вид:

$$\overline{W}=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\int_{\varepsilon^2}^{1}W(\rho^2)\,d\rho^2=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\sum_{k=1}^{n}W_{(2k)\,0}\frac{1-\varepsilon^{2(k+1)}}{k+1};$$

$$\overline{W^2}=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\int_{\varepsilon^2}^{1}W^2(\rho^2)\,d\rho^2=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}W_{(2k)\,0}W_{(2j)\,0}\frac{1-\varepsilon^{2(k+j+1)}}{k+j+1}.$$

Тогда для величины $W_{\text{скв}}^2$ получим [32]

$$W_{\text{скв}}^2=\frac{1}{1-\varepsilon^2}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}W_{(2k)\,0}W_{(2j)\,0}\times$$

$$\times\left\{\frac{1-\varepsilon^{(k+j-1)}}{k+j+1}-\frac{[1-\varepsilon^{2(k+1)}][1-\varepsilon^{2(j+1)}]}{(1-\varepsilon^2)(k+1)(j+1)}\right\}.$$

Таким образом, $W_{\text{скв}}^2$ представляет собой квадратичную форму от коэффициентов $W_{(2k)0}$. Удобно выделить в предыдущем выражении члены, содержащие коэффициенты W_{20}, W_{40}. После некоторых преобразований получим:

$$W_{\text{скв}}^2=\frac{(1-\varepsilon^2)^2}{12}[W_{20}^2a_{22}+W_{40}^2a_{44}+2W_{20}W_{40}a_{24}+2W_{20}a_{20}+$$

$$+2W_{40}a_{40}+a_{00}], \quad (1.43)$$

где коэффициенты a_{ij} имеют вид

$$a_{22}=1;$$

$$a_{44}=\frac{16}{15}\left[(1+\varepsilon^2)^2+\frac{\varepsilon^2}{4}\right];$$

$$a_{24}=1+\varepsilon^2;$$

$$a_{20}=\sum_{k=3}^{n}W_{(2k)\,0}\frac{6k}{(k+1)(k+2)}\sum_{m=0}^{k-1}\left[1+\frac{m(k-m-1)}{k}\right]\varepsilon^{2m};$$

$$a_{40}=\sum_{k=3}^{n}W_{(2k)\,0}\frac{8k}{(k+1)(k+3)}\sum_{m=0}^{k}\left[1+\frac{3m(k-m)}{2k}\right]\varepsilon^{2m};$$

$$a_{00}=\sum_{k=3}^{n}\sum_{j=3}^{n}W_{(2k)\,0}W_{(2j)\,0}\frac{12}{(k+1)(j+1)(k+j+1)(1-\varepsilon^2)^2}\times$$

$$\times\left\{(k+1)(j+1)\sum_{m=0}^{k+j}\varepsilon^{2m}-(k+j+1)\sum_{m=0}^{k}\sum_{i=0}^{j}\varepsilon^{(2m+j)}\right\}.$$

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта при разложении волновой аберрации по ортогональным полиномам определим, подставляя (1.21) в (1.39). Свойство ортогональности отдельных аберраций существенно упрощает решение задачи по нахождению величины $W_{\text{скв}}^2$. Подставляя формулу (1.21) в формулу (1.31), находим:

$$\overline{W}=W_{00};\ \overline{W^2}=W_{00}^2+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{C_{n0}^2}{n+1}+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\frac{C_{nm}^2}{n+1}.$$

Откуда [10]

$$W_{\text{скв}}^2=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{C_{n0}^2}{n+1}+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\frac{C_{nm}^2}{n+1}. \quad (1.44)$$

Формула (1.44) показывает, что средний квадрат отклонения несложно выразить через ортогональные коэффициенты разложения C_{nm}, при этом каждая отдельная аберрация увеличивает $W_{\text{скв}}^2$ независимо от других аберраций. Величину $W_{\text{скв}}^2$ вычисляют как сумму квадратов коэффициентов, умноженных на норму полиномов.

При наличии центрального экранирования среднеквадратическое отклонение волнового фронта для аберрации III порядка находят по следующим формулам:

Таблица 1.5

Значения коэффициентов A_{31}, A_{22}

ε	A_{31}	A_{22}
0	0,3536	0,4082
0,2	0,3598	0,4167
0,3	0,3659	0,4278
0,4	0,3724	0,4445
0,5	0,3785	0,4675

Таблица 1.6

Нормы ортогональных полиномов при налчии центрального экранирования

ε	Коэффициент C_{nm}				
	C_{11}	C_{31}	C_{51}	C_{22}	C_{42}
0	0,250	0,125	0,083	0,166	0,100
0,1	0,253	0,126	0,083	0,168	0,101
0,2	0,260	0,129	0,086	0,174	0,104
0,3	0,273	0,134	0,088	0,183	0,109
0,4	0,290	0,139	0,090	0,198	0,116
0,5	0,313	0,143	0,091	0,219	0,124
0,6	0,340	0,148	0,093	0,248	0,132

Примечание. Независимо от центрального экранирования ε нормы полиномов для C_{20} составляют 0,333, для C_{40} — 0,020; для C_{60} — 0,143.

для сферической аберрации независимо от ε $W_{\text{скв}} = C_{40}/\sqrt{n+1} = 0{,}447C_{40}$;

для комы $W_{\text{скв}} = A_{31}C_{31}$;

для астигматизма $W_{\text{скв}} = A_{22}C_{22}$, где A_{31}, A_{22} — коэффициенты (табл. 1.5).

Из таблицы видно, что при увеличении ε до 0,5 среднеквадратическое отклонение для комы и астигматизма изменяется на 10—15 % по сравнению со значением $W_{\text{скв}}$ при ε = 0.

В табл. 1.6 приведены нормы полиномов при наличии центрального экранирования для аберраций III и V порядков. Коэффициенты C_{nm} определены для кольца (ε, 1).

Полихроматическое среднеквадратическое отклонение волнового фронта $W_{\Sigma\,\text{скв}}$. Полихроматическую среднеквадратическую волновую аберрацию можно определить интегрированием (1.39) по спектральному интервалу монохроматического волнового фронта $W_{\text{скв}}$:

$$W_{\Sigma\,\text{скв}} = \left[\frac{1}{\pi}\int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^1 W^2(\rho,\ \varphi,\ \chi)\,\rho\,d\rho\,d\varphi\,d\chi - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\pi^2}\left[\int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^1 W(\rho,\ \varphi,\ \chi)\,\rho\,d\rho\,d\varphi\,d\chi\right]^2\right]^{0,5}. \qquad (1.45)$$

Для осевых аберраций III и V порядков после подстановки (1.31) в (1.45) получим [43]

$$W^2_{\Sigma\,\text{скв}} = \frac{1}{12}\left[W_{020} + W_{040} + \frac{9}{100}W_{060} + \frac{1}{3}(W_{220} + W_{240})\right]^2 +$$
$$+ \frac{1}{180}\left[\left(W_{040} + \frac{3}{2}W_{060} + \frac{1}{3}W_{240}\right)^2 + \frac{9}{140}W^2_{060}\right] +$$
$$+ \frac{1}{36}\left[(W_{120} + W_{140})^2 + \frac{1}{15}W^2_{140}\right] +$$
$$+ \frac{1}{135}\left[(W_{220} + W_{240})^2 + \frac{1}{15}W^2_{240}\right]. \qquad (1.46)$$

Расчеты выполнены при условии, что функция спектральной эффективности постоянна во всем спектральном диапазоне.

Критерии качества изображения, основанные на функции рассеяния точки. Остановимся на нескольких критериях качества изображения, основанных на ФРТ и получивших широкое распространение: на линейной и угловой разрешающей способности двух точечных объектов; числе Штреля; концентрации энергии в пятне рассеяния.

Линейная разрешающая способность. Для некогерентного освещения ее определяют как наименьшее расстояние между двумя точками, контраст суммарного изображения T которых не менее порогового контраста приемника $T_{\text{порог}}$

$$T = \frac{I(y'=0) - I(y'=0{,}5\psi)}{I(y'=0)} \geqslant T_{\text{порог.}},$$

где $I(y')$ — распределение освещенности в изображении двух точечных объектов $I(y') = I_1(y') + I_2(y')$.

Согласно критерию Рэлея два точечных объекта дают раздельное изображение, если центр изображения одного из них приходится на первое темное кольцо другого, т. е. величина ψ равна радиусу первого темного кольца. Значение радиусов можно определить из формулы (1.5). Для ε = 0, $\psi = 0{,}61\lambda/\sin\sigma'_A$ или в угловой мере для $\lambda = 0{,}55\cdot10^{-3}$ мм имеем $[\psi] = 138''/D$, где D — диаметр входного зрачка, мм. Для этого случая контраст $T = 0{,}2$. Если принять $T \cong 0$, то $[\psi] \cong 115''/D$. С увеличением ε радиус первого темного кольца уменьшается, а освещенности в кольцах увеличиваются. Так, при ε = 0,5 предельная линейная разрешающая способность $\psi = 0{,}5\lambda/\sin\sigma'_A$, а при ε → 1 величина ψ → → $0{,}38\lambda/\sin\sigma'_A$, т. е. с увеличением ε линейная и угловая разрешающие способности уменьшаются (без учета шумов приемника).

При когерентном освещении складываются амплитуды изображений двух точечных объектов (E_1, E_2) и суммарная освещенность будет равна

$$I(y') = [E_1(y') + E_2(y')]^2.$$

В этом случае линейная разрешающая способность ухудшается и, например, при ε = 0 и $T = 0{,}2$ составляет $\psi = 0{,}75\lambda/\sin\sigma'_A$.

Линейная разрешающая способность отличается простотой измерения. Однако следует отметить и недостатки этого критерия: в определении линейной разрешающей способности участвует приемник, поэтому измеряется линейная разрешающая способность не оптической системы, а оптической системы, работающей с приемником. Кроме того, недостаточно разработаны методы определения суммарной линейной разрешающей способности системы по известным значениям линейных разрешающих способностей ее отдельных звеньев; следует также учесть, что измерения линейной разрешающей способности зависят от субъективных особенностей оператора.

Число Штреля S. Определительная яркость — это отношение наибольших значений освещенностей в центре дифракционного пятна реальной системы, для которой волновые аберрации не равны нулю, и безаберрационной системы:

$$S = \frac{D_{\max}(W \neq 0)}{D(0,\ 0,\ W = 0)} = \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp\left[ikW(\rho,\ \varphi)\right] \rho\, d\rho\, d\varphi \right|^2, \quad (1.47)$$

т. е. число Штреля — это наибольшее нормированное значение освещенности в дифракционной картине изображения точечного объекта.

Для случая малых аберраций формула (1.40) связывает число Штреля с величиной $W^2_{\text{скв}}$:

$$S \cong 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 W^2_{\text{скв}}. \quad (1.48)$$

Критерием качества изображения является значение числа Штреля. Для высококачественной системы, как было отмечено выше, необходимо выполнение условия $S \geqslant 0{,}8$.

Введем понятие *полихроматического числа Штреля* как отношение наибольших значений полихроматических ФРТ реальной системы и безаберрационной [83].

Воспользуемся формулой (1.7). Для полихроматического числа Штреля получим

$$S_\Sigma = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^2} D_\lambda(W \neq 0)\, d\lambda \Bigg/ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^2} D_\lambda(0,\ 0,\ W = 0)\, d\lambda. \quad (1.49)$$

Введя спектральную координату χ, преобразуем формулу (1.48) к виду

$$S_\Sigma = \left[\int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, D(0,\ 0,\ W = 0)}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} d\chi \right]^{-1} \left[\int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, D_\chi(W \neq 0)}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} d\chi \right]. \quad (1.50)$$

Рассмотрим случай малых аберраций. Значение монохроматической функции рассеяния точки $D_\chi(0, 0, W \neq 0)$ можно представить в виде

$$D_\chi(0,\ 0,\ W \neq 0) \cong 1 - \frac{4\pi^2}{\lambda_0^2 \left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W^2(\rho,\ \varphi,\ \chi)\, \rho\, d\rho\, d\varphi - \frac{1}{\pi^2} \left[\int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\rho, \varphi, \chi)\, \rho\, d\rho\, d\varphi \right]^2 \right\} =$$

$$= 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \frac{W^2_{\chi\,\text{скв}}}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2}, \quad (1.51)$$

где $W^2_{\chi\,\text{скв}}$—средний квадрат деформации волнового фронта в спектральном интервале χ (—1, 1).

Подставив формулу (1.51) в выражение (1.50), находим

$$S_\Sigma = 1 - \left[\int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, d\chi}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2} \right]^{-1} \left[\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, W^2_{\chi\,\text{скв}}}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^4} d\chi \right], \quad (1.52)$$

где S_Σ — полихроматическое число Штреля.

Как и для монохроматических аберраций, принимая для высококачественных систем условие $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$, получим основную формулу для расчета допустимых значений хроматических аберраций

$$\int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, W^2_{\chi\,\text{скв}}}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^4} d\chi \leqslant \frac{\lambda_0^2}{196} \int_{-1}^{1} \frac{q(\chi)\, d\chi}{\left(\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right)^2}. \quad (1.53)$$

Рассмотрим полихроматическое число Штреля для осевых аберраций III и V порядков. Положим, что в оптической системе присутствуют только осевые аберрации III и V порядков. Волновая аберрация $W(\chi, \rho^2)$ описывается выражением (1.31). Подставив его в формулу для $W^2_{\chi\,\text{скв}}$, получим

$$W^2_{\chi\,\text{скв}} = \frac{1}{12}\left[W_{20} + W_{120}\chi + W_{220}\chi^2\right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{6}\left[W_{20} + W_{120}\chi + W_{220}\chi^2\right]\left[W_{40} + W_{140}\chi\right] +$$

$$+ \frac{4}{45}\left[W_{40} + W_{140}\chi\right]^2 + \frac{3}{20}\left[W_{20} + W_{120}\chi + W_{220}\chi^2\right] W_{60} +$$

$$+ \frac{1}{6}\left[W_{40} + W_{140}\chi\right] W_{60} + \frac{9}{112} W^2_{60}.$$

Введем полученное выражение для $W^2_{\chi\,\text{скв}}$ в левую часть формулы (1.53) и примем следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} A &= \int_{-1}^{1} q(\chi)\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-4} d\chi;\ B = \int_{-1}^{1} q(\chi)\,\chi\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-4} d\chi; \\ C &= \int_{-1}^{1} q(\chi)\,\chi^2\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-4} d\chi;\ D = \int_{-1}^{1} q(\chi)\,\chi^3\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-4} d\chi; \\ E &= \int_{-1}^{1} q(\chi)\,\chi^4\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-4} d\chi;\ F = \int_{-1}^{1} q(\chi)\left[\chi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} + 1\right]^{-2} d\chi. \end{aligned}\right\} \quad (1.54)$$

Тогда выражение (1.52) можно преобразовать к виду

$$S_\Sigma = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \frac{1}{F}\{\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}}\}, \qquad (1.55)$$

где

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} = \frac{A}{12}\left[W_{20} + W_{40} + 0{,}9W_{60} + \frac{C}{A}W_{220}\right]^2 + \frac{A}{180}\left[(W_{40} + 1{,}5W_{60})^2 + \frac{9}{140}W^2_{60}\right] + \left(E - \frac{C^2}{A}\right)\frac{(W_{220} + W_{240})^2}{12} + \frac{C}{12}\left[(W_{120} + W_{140})^2 + \frac{1}{15}W^2_{140}\right] + \frac{B}{6}\left[W_{20}(W_{120} + W_{140}) + W_{40}\left(W_{120} + \frac{32}{30}W_{140}\right) + W_{60}(0{,}9W_{120} + W_{140})\right] + \frac{D}{6}\left[(W_{120} + W_{140})(W_{220} + W_{240}) + \frac{1}{15}W_{140}W_{240}\right] + \frac{W^2_{240}}{180}\left(E - \frac{C^2}{A}\right). \qquad (1.56)$$

Принимая для полихроматического числа Штреля $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$, с учетом (1.53) сформулируем условие для расчета допустимых значений осевых аберраций:

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} \leqslant \lambda_0^2 F/196. \qquad (1.57)$$

Коэффициенты (1.54) зависят только от функции относительной спектральной эффективности $q(\chi)$, и их можно заранее вычислить. Аналитически функция описывается формулой (1.8) и выражается в долях наибольшего значения $q(\chi)$. Функция $q(\chi)$ зависит от функций сомножителей и может иметь достаточно сложный вид. Для оценочных расчетов в качестве источника света можно принять абсолютно черное тело, закон излучения которого определяется известной формулой Планка [68]

$$B(x') = 142{,}32\,(x')^{-5}\left[\exp\left(\frac{4{,}9651}{x'}\right) - 1\right]^{-1},$$

где $x' = \dfrac{\chi\,\Delta\lambda + \lambda_0}{\lambda_m}$; $\lambda_m = \dfrac{2896}{T_k}\cdot 10^{-3}$ мм (T_k — температура источника света). Для дневного света принимают $T_k = 5000$ К; для лампы накаливания $T_k = 2900$ К.

Для описания относительной функции спектральной чувствительности фотографического, визуального, телевизионного, ПЗС-приемников простых и удобных формул нет. Для удобства анализа и оценки качества изображения используем несколько функций $q(\chi)$, которые в той или иной степени могут быть применены для различных приемников изображения. Фотографические системы в первом приближении будем описывать функцией $q_1(\chi) = 1$; а визуальные оптические приборы — функцией $q_2(\chi)$ (табл. 1.7).

Значению $\chi = -1$ соответствует $\lambda_1 = 0{,}486\cdot 10^{-3}$ мм, значению $\chi = +1$ — $\lambda_2 = 0{,}656\cdot 10^{-3}$ мм при $\lambda_0 = 0{,}571\cdot 10^{-3}$ мм. Функция $s(\chi)$ — спектральная чувствительность глаза. Функции $q_2(\chi) = s(\chi)\,B(\chi)$. Как видно из табл. 1.7, функции $q_2(\chi)$ несущественно отличаются от $s(\chi)$, поэтому в дальнейших расчетах примем $q_2(\chi) = s(\chi)$.

Таблица 1.7

Функция $q_2(\chi)$ относительной спектральной эффективности для визуального прибора

χ	$s(\chi)$	$q_2(\chi)$		χ	$s(\chi)$	$q_2(\chi)$	
		T_k=5000 К	T_k=2900 К			T_k=5000 К	T_k=2900 К
—1	0,170	0,180	0,178	0,1	0,876	0,883	0,872
—0,9	0,251	0,253	0,270	0,2	0,781	0,788	0,778
—0,8	0,371	0,374	0,370	0,3	0,676	0,682	0,675
—0,7	0,535	0,540	0,532	0,4	0,566	0,571	0,565
—0,6	0,710	0,716	0,708	0,5	0,460	0,464	0,458
—0,5	0,843	0,850	0,840	0,6	0,356	0,359	0,355
—0,4	0,932	0,940	0,930	0,7	0,260	0,262	0,260
—0,3	0,982	0,990	0,978	0,8	0,183	0,185	0,183
—0,2	1,000	1,000	1,000	0,9	0,121	0,122	0,120
—0,1	0,986	0,994	0,982	1,0	0,080	0,081	0,080
0	0,952	0,960	0,950				

Таблица 1.8

Коэффициенты A, B, C, D, E, F

Вид функции $q(\chi)$	Вариант	λ_0	λ_{min}	λ_{max} (мкм)	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$	A	B	C	D	E	F
$q_1(\chi) = 1$	I	0,550	0,400	0,700	0,270	2,824	—1,002	1,124	—0,627	0,727	2,233
	II	0,571	0,486	0,656	0,148	2,153	—0,422	0,759	—0,256	0,466	2,049
$q_2(\chi) = s(\chi)$	I	0,571	0,486	0,656	0,148	1,325	—0,278	0,291	—1,122	0,138	1,249
$q_3(\chi) = 1 - 0{,}25\chi^2$	I	0,550	0,400	0,700	0,270	2,330	—0,760	0,860	—0,460	0,540	1,970
	II	0,571	0,486	0,656	0,148	1,963	—0,358	0,643	—0,210	0,382	1,871
$q_4(\chi) = 1 - 0{,}5\chi^2$	I	0,550	0,400	0,700	0,270	2,070	—0,620	0,697	—0,360	0,416	1,773
	II	0,571	0,486	0,656	0,148	1,773	—0,294	0,526	—0,164	0,298	1,698
$q_5(\chi) = 1 - \chi^2$	I	0,550	0,400	0,700	0,270	1,550	—0,340	0,360	—0,150	0,170	1,400
	II	0,571	0,486	0,656	0,148	1,394	—0,166	0,293	—0,072	0,129	1,351

Таблица 1.9

Относительная концентрация энергии в пятне рассеяния, в круге с радиусом r_0 в зависимости от центрального экранирования

r_0	Центральное экранирование ε									
$\lambda/\sin\sigma'_A$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,25	45,6	45,0	43,2	40,3	36,4	31,6	26,1	20,0	13,5	6,7
0,5	82,6	80,9	75,8	68,0	58,4	47,9	37,2	27,0	17,5	8,6
0,75	85,0	83,4	79,0	73,0	66,4	59,9	52,5	43,2	31,2	16,4
1	90,6	90,0	88,8	87,7	86,0	81,3	71,3	56,0	37,6	18,6
1,25	91,4	90,8	90,1	89,9	88,6	83,3	74,1	62,1	46,7	25,7
1,5	93,6	92,4	90,7	90,4	90,0	88,7	85,3	75,5	55,4	28,4
1,75	93,9	92,8	91,5	91,0	90,3	90,1	87,3	77,2	60,1	34,5
2	95,1	94,6	94,3	92,8	90,7	90,3	89,4	85,0	69,2	37,9
2,5	96,1	95,3	95,1	94,6	93,7	91,0	90,3	88,8	78,8	46,8
3	96,7	96,4	95,9	95,0	94,8	93,6	90,6	90,1	84,6	54,9
3,5	97,2	96,7	96,5	96,0	95,0	94,7	92,5	90,3	87,9	62,1
4	97,5	97,3	96,7	96,5	95,8	95,0	94,1	90,6	89,5	68,4
4,5	97,8	97,6	97,3	96,7	96,5	95,2	94,8	91,9	90,2	73,7
5	98,0	97,8	97,5	97,2	96,6	96,1	95,0	93,4	90,3	78,1
5,5	98.2	98,0	97,7	97,4	96,8	96,5	95,1	94,3	90,3	81,5
6	98,3	98,2	97,9	97,5	97,3	96,6	95,7	94,8	90,6	84,3
6,5	98,5	98,3	98,0	97,9	97,4	96,7	96,3	95,0	91,4	86,3
7	98,6	98,4	98,3	98,0	97,5	97,2	96,6	95,0	92,3	87,9
7,5	98,7	98,5	98,3	98,0	97,8	97,4	96,7	95,2	93,3	88,9
8	98,7	98,6	98,4	98,3	97,9	97,5	96,7	95,7	94,1	89,6
8,5	98,8	98,7	98,5	98,3	98,0	97,5	97,0	96,2	94,6	90,0
9	98,9	98,7	98,6	98,4	98,1	97,8	97,3	96,5	94,9	90,2
9,5	98,9	98,8	98,7	98,5	98,3	98,0	97,5	96,6	95,0	90,3
10	99,0	98,9	98,7	98,6	98,3	98,0	97,5	96,7	95,0	90,3

Для описания спектральной эффективности телевизионных систем, систем с приемником типа ПЗС и других систем примем в качестве $q(\chi)$ следующие функции:

$$q_3(\chi) = 1 - 0{,}25\chi^2;$$
$$q_4(\chi) = 1 - 0{,}5\chi^2;$$
$$q_5(\chi) = 1 - \chi^2.$$

Значения коэффициентов A, B, C, D, E и F приведены в табл. 1.8.

Концентрация энергии η в пятне рассеяния. Ее характеризуют отношением количества энергии, заключенной внутри круга с радиусом r, ко всей энергии в пятне рассеяния:

$$\eta(r) = \left[\int_0^{2\pi}\int_\varepsilon^\infty D(r,\varphi)\, r\, dr\, d\varphi\right]^{-1} \int_0^{2\pi}\int_\varepsilon^r D(r,\varphi)\, r\, dr\, d\varphi, \quad (1.58)$$

где $r = [y'^2 + z'^2]^{0,5}$.

Аналитическое выражение для η [29] известно только для безаберрационной оптической системы с круглым зрачком (табл. 1.9):

$$\eta = 1 - J_0(Z) - J_1^2(Z),$$

где $Z = 2\pi r \sin\sigma'_A/\lambda$; J_0, J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядков. В остальных случаях расчеты выполняются по формуле (1.58) численными методами.

Таблица 1.10

Концентрация энергии η в круге с радиусом $r_{1,0}$

ε	$\frac{r_{1,0}}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	η	ε	$\frac{r_{1,0}}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	η
0	0,61	0,838	0,5	0,50	0,479
0,1	0,60	0,818	0,6	0,47	0,372
0,2	0,58	0,764	0,7	0,45	0,269
0,3	0,56	0,682	0,8	0,42	0,172
0,4	0,53	0,584	0,9	0,40	0,082

В табл. 1.10 приведены значения концентрации энергии, сосредоточенной в круге, радиус которого равен радиусу первого темного кольца $r_{1,0}$.

Радиус круга в относительных единицах связан с радиусом круга в линейных или угловых величинах соотношениями:

$r_0 = r\,[\lambda/\sin\sigma'_A]^{-1}$ — в линейной мере;

$r_0 = [r]\,[2\lambda/D]^{-1}$ — в угловой мере.

Здесь D — диаметр входного зрачка, мм. Например, при $\lambda = 0{,}55\cdot10^{-3}$ мм $r_0 = [r]''\, D/220''$ для случая, когда $[r]''$ в угловой мере, и $r_0 = \frac{r\sin\sigma'_A}{0{,}55\cdot10^{-3}}$ — для случая, когда r в линейной мере.

Влияние центрального экранирования заключается в уменьшении диаметра первого темного кольца и перераспределении энергии из центра в кольца (табл. 1.10). Изменение энергии существенно при малых радиусах r_0. При больших r_0 изменение ε связывается незначительно на концентрации энергии.

Наличие аберраций приводит к снижению концентрации энергии в заданном пятне. Критерием качества изображения является изменение концентрации энергии реальной системы по отношению к безаберрационной.

Критерии качества изображения, основанные на оптической передаточной функции. Практическое применение получили следующие критерии: разрешающая способность, число Штреля, частотный критерий.

Разрешающая способность. Это предельная частота $\mu_{пред}$ оптической системы, соответствующая пороговому контрасту приемника $T_{порог}$. Здесь мерой разрешающей способности является величина, обратная линейной разрешающей способности, а объектом служит мира с частотой μ. Значение линейной разрешающей способности $\psi = 1/\mu_{пред}$ совпадает со значением, полученным

из ФРТ. Действительно, если принять $T(\mu) = 0{,}1$, что соответствует $T = 0{,}2$ для контраста по двум точечным объектам, то из табл. 1.11 находим $\lambda\mu/(2 \sin \sigma'_A) = 0{,}8$; $\psi = 1/\mu = 0{,}6\lambda/\sin \sigma'_A$, что совпадает с критерием Рэлея.

Для оптической системы, состоящей из нескольких звеньев, строится суммарная ЧКХ $T(\mu)$ как произведение ЧКХ отдельных звеньев, и $\mu_{\text{пред}}$ определяется для системы в целом. Некоторые трудности возникают в определении порогового контраста, который не всегда известен для приемника. Для нахождения разрешающей способности, например, фотографической системы, включающей в себя оптическую систему и фоточувствительный материал, можно воспользоваться пороговой модуляционной характеристикой $T_m(\mu)$ фотоэмульсии. Точка пересечения $T_m(\mu)$ с ЧКХ оптической системы определяет разрешающую способность фотографической системы.

Число Штреля. Может быть рассчитано, если известна ОПФ. Учитывая, что ФРТ и ОПФ связаны Фурье-преобразованием, получаем

$$D(y', z') = \int_{-\infty}^{\infty}\int d(\mu, \nu) \exp[-2\pi i(\mu y' + \nu z')]\, d\mu\, d\nu.$$

По определению числа Штреля из (1.47), получим

$$S = \left[\int_{-\infty}^{\infty}\int d_0(\mu, \nu)\, d\mu\, d\nu\right]^{-1}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int d(\mu, \nu)\, d\mu\, d\nu\right],$$

где $d_0(\mu, \nu)$ — ОПФ для безаберрационной системы. Для оптической системы с симметричными аберрациями ОПФ можно заменить на ЧКХ. Тогда

$$S = \left[\int_0^1 T_0(\mu)\, d\mu\right]^{-1}\left[\int_0^1 T(\mu)\, d\mu\right],$$

где $T_0(\mu)$ — ЧКХ для безаберрационной системы. Графически величина S может быть найдена как отношение площадей, ограниченных осями координат и кривыми ЧКХ для реальной и безаберрационной систем.

Частотный критерий. Представляет собой значение контраста изображения синусоидальной миры на некоторой условно выбранной частоте (μ_k). В качестве условных частот выбирают значения, при которых контраст $T(\mu_k)$ равен, например, 0,8; 0,5; $1/e$. Для телевизионных систем [9] принимают $\mu_k = n(1 - q)/(2h)$, где n — число строк разложения; h — высота рабочей поверхности фотокатода, мм; q — относительное время обратного хода кадровой развертки. Например, для $n = 625$, $h = 24$ мм $\mu_k = 13$ лин./мм. Для систем цветного телевидения μ_k составляет 20; 24; 30 лин./мм в зависимости от параметров приемников.

Для кинопроекционных объективов в соответствии с ГОСТ 3840—79*Е в зависимости от фокусного расстояния объектива и его относительного отверстия разрешающая способность оценивается на пространственных частотах: в центре поля — 80—120 лин./мм, на краю поля изображения — 35—50 лин./мм. Фотографическая разрешающая способность киносъемочных объективов оценивается на частотах $\mu_k = 50 \div 60$ лин./мм в центре поля изображения и $\mu_k = 25 \div 30$ лин./мм на краю поля.

Для оптических систем с постоянным пропусканием по выходному зрачку наличие аберраций всегда приводит к снижению контраста на всех пространственных частотах. Это следует из неравенства Буняковского — Шварца [34]

$$\left|\int_s\int F(\beta', \gamma')\, F^*(\beta' - \lambda\mu, \gamma' - \lambda\nu)\, d\beta'\, d\gamma'\right| \leqslant \int_s\int d\beta'\, d\gamma'$$

или $T(\mu, \nu) \leqslant T_0(\mu, \nu)$.

Для высококачественных систем рациональнее всего контраст оценивать на пространственной частоте μ_k, лежащей в середине диапазона пространственных частот, поскольку поведение ЧКХ именно на средних частотах характеризует качество изображения прибора. Для определенности приняв $\mu_k = 0{,}5\mu_{\text{пред}}$, получим

$$T(\mu_k = 0{,}5\mu_{\text{пред}}) \geqslant 0{,}8T_0(\mu_k = 0{,}5\mu_{\text{пред}}), \qquad (1.59)$$

т. е. на частоте, равной половине предельной частоты, контраст изображения при наличии аберраций не должен снижаться более чем на 20 % по сравнению с безаберрационной системой.

Телевизионные системы считаются удовлетворительными по качеству изображения, если $T(\mu_k) \geqslant 0{,}5$, и высококачественными, если $T(\mu_k) \geqslant 0{,}75$ [9]. Критерием качества фотографических систем является уверенная фотографическая способность различать объекты на частотах μ_k в центре и по полю изображения.

ЧКХ безаберрационной системы с центральным экранированием рассчитывают по формуле О'Нейла [85], значения ЧКХ приведены в табл. 1.11. Центральное экранирование снижает ЧКХ на малых и средних пространственных частотах и увеличивает контраст на высоких.

В предположении, что аберрации малы ($W < \lambda/2$), Стил [89] получил выражение для ЧКХ. Оно приводится также в работах [29] и [52]. Пусть $\omega = \cos\theta = \lambda\mu/(2 \sin \sigma'_A)$; $\varepsilon' = \sin\theta$. Обозначим:

$$p_1 = 3(\theta - \sin\theta\cos\theta) = 3(\theta - \varepsilon'\omega);\ p_2 = p_1 - 2\varepsilon'^3\omega;$$

$$p_3 = p_2 - \frac{8}{5}\varepsilon'^5\omega;\ p_4 = p_3 - \frac{48}{35}\varepsilon'^7\omega.$$

Таблица 1.11

ЧКХ безаберрационной системы с центральным экранированием ε

$\omega = \frac{\mu\lambda}{2\sin\sigma'_A}$	ε									
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	0,873	0,861	0,842	0,819	0,789	0,746	0,683	0,577	0,365	0,164
0,2	0,747	0,734	0,695	0,645	0,583	0,497	0,370	0,258	0,166	0,082
0,3	0,624	0,610	0,566	0,488	0,389	0,306	0,236	0,173	0,113	0,056
0,4	0,505	0,489	0,442	0,381	0,307	0,241	0,187	0,136	0,089	0,044
0,5	0,391	0,385	0,367	0,337	0,291	0,224	0,166	0,119	0,077	0,037
0,6	0,285	0,288	0,297	0,294	0,274	0,235	0,169	0,114	0,071	0,034
0,7	0,188	0,190	0,196	0,207	0,224	0,222	0,194	0,128	0,073	0,034
0,8	0,104	0,105	0,108	0,114	0,124	0,139	0,163	0,157	0,094	0,037
0,9	0,037	0,038	0,039	0,041	0,044	0,050	0,058	0,073	0,104	0,060

Тогда для аберраций III порядка имеем

$$T(\mu) = \frac{2}{3\pi} p_1 + \Big\{ -W_{20}^2 \frac{16}{3}\pi\omega^2 \Big[(1+4\omega^2) p_3 - \frac{32}{5}\varepsilon'^{\prime}\omega \Big] -$$

$$- 2W_{20}W_{40}\frac{64}{9}\pi\omega^2 \Big[(1+12\omega^2+12\omega^4) p_3 - \frac{24}{5}\varepsilon'^{\prime}\omega(3+4\omega^2) \Big] -$$

$$- W_{40}^2 \frac{32}{9}\pi\omega^2 \Big[(3+68\omega^2+192\omega^4+96\omega^6) p_3 -$$

$$- \frac{48}{5}\varepsilon'^{\prime}\omega(7+28\omega^2+16\omega^4) \Big] - W_{11}^2\cos^2\Phi\frac{16}{3}\pi\omega^2 p_1 -$$

$$- 2W_{11}W_{31}\cos^2\Phi\frac{16}{3}\pi\omega^2 [(1+4\omega^2) p_1 - 8\varepsilon'^{3}\omega] -$$

$$- W_{31}^2\cos^2\Phi\frac{8}{3}\pi\omega^2 \Big[(3+34\omega^2+32\omega^4) p_1 -$$

$$- \frac{2}{5}\varepsilon'^{2}\omega(129+206\omega^2) \Big] - W_{31}^2\sin^2\Phi\frac{8}{9}\pi\omega^2 \times$$

$$\times \Big[(1+6\omega^2) p_4 - \frac{288}{35}\varepsilon'^{2}\omega \Big] - W_{22}^2\sin^2 2\Phi\frac{16}{3}\pi\omega^2 p_2 \Big\}. \quad (1.60)$$

Здесь Φ обозначает азимут линии в плоскости объекта, Φ = 0, когда линия перпендикулярна к оси симметрии пятна комы.

Первый член выражения (1.60) характеризует ЧКХ безаберрационной системы. Для облегчения расчетов для каждого значения пространственной частоты ω можно вычислить коэффициенты различных составляющих аберраций (табл. 1.12). Аберрации достаточно сильно влияют на контраст в области средних частот и незначительно в области малых (ω < 0,1) и больших (ω > 0,9).

Г. Г. Слюсаревым [52] приведен ряд полезных формул для расчета ЧКХ в области геометрического приближения. Покажем некоторые из них.

Таблица 1.12

Коэффициенты аберраций в формуле контраста (1.60)

Аберрация	Пространственная частота ω								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Постоянная	0,8729	0,7471	0,6238	0,5046	0,3910	0,2848	0,1881	0,1041	0,0374
$-W_{20}^2$	0,5517	1,4761	2,1018	2,1995	1,8326	1,2196	0,6120	0,1951	0,0220
$-2W_{20}W_{40}$	0,6272	1,4752	1,9358	1,9822	1,7224	1,2642	0,7289	0,2738	00,368
$-W_{40}^2$	0,8000	1,6395	1,9499	1,9108	1,6918	1,3435	0,8785	0,3858	0,0617
$-W_{31}^2\cos^2\Phi$	0,2234	0,4773	0,5381	0,4467	0,3021	0,1726	0,0816	0,0275	0,0036
$-W_{31}^2\sin^2\Phi$	0,0854	0,2096	0,2691	0,2487	0,1778	0,0974	0,0377	0,0082	0,0005
$-W_{22}^2\sin^2 2\Phi$	0,6562	2,1072	3,6476	4,7240	4,9974	4,3880	3,0918	1,5538	0,3678

1. Аберрационная функция рассеяния точки — круг радиуса $\Delta g'$ с постоянной освещенностью. По определению $T(\mu)$ — модуль преобразования Фурье из ФРТ:

$$T(\mu) = \frac{2J_1(2\pi\Delta g'\mu)}{2\pi\Delta g'\mu}.$$

2. ФРТ — симметричная функция, содержащая ореол и ядро с постоянными освещенностями:

$$T(\mu) = \eta\frac{2J_1(2\pi\Delta g'_1\mu)}{2\pi\Delta g'_1\mu} + (1-\eta)\frac{2J_1(2\pi\Delta g'_2\mu)}{2\pi\Delta g'_2\mu},$$

где $\Delta g'_1$ — радиус ядра; $\Delta g'_2$ — радиус ореола; η — концентрация энергии в пределах ядра.

3. ЧКХ области малых частот (ω < 0,1) для горизонтальных штрихов, имеющая вид

$$T(\mu) = 1 - \frac{4}{\pi}\omega - \frac{8\pi^2\sin^2\sigma'_A}{\lambda^2}[(\delta^2) - (\delta)^2]\,\omega^2.$$

Здесь $(\delta^2) = \frac{1}{s_p}\iint_s \delta g'^2\,ds$; $(\delta)^2 = \left[\frac{1}{s_p}\iint_s \delta g'\,ds\right]^2$, где s_p — площадь зрачка; s — общая площадь двух пересекающихся контуров, смещенных на $\lambda\mu/\sin\sigma'_A$. Аналогичную формулу можно получить для вертикальных штрихов, заменив μ на ν и $\delta g'$ на $\delta G'$.

ЧКХ для когерентного освещения рассмотрена в ряде работ [7, 29, 52].

Критерии качества изображения, основанные на функции распределения освещенности в изображении типового объекта. Качество изображения оптической системы можно оценивать по изображению типовых объектов, к которым относятся точка конечных размеров, щель, край равномерно светящейся плоскости, мира Фуко (решетка с прямоугольным распределением яркости), трехштрихпальная мира и др.

Распределение освещенности $I(y')$ рассчитывают по формуле (1.11) или по формулам (1.13), (1.14).

Аналитические выражения для функций $I(y')$ типовых объектов для некогерентного и когерентного освещения приведены в работе [29]. При некогерентном освещении распределения освещенности для некоторых объектов имеют следующий вид:

точка малой площади s

$$I(y') = sD(y', z'); \tag{1.61}$$

тонкая линия шириной a с точностью до постоянного множителя

$$I(y') = aS(y') = \frac{a}{\lambda}\int\left|\int F(\beta', \gamma')\exp[-ik\beta' y']\,d\beta'\right|^2 d\gamma', \tag{1.62}$$

где $S(y')$ — функция рассеяния линии (ФРЛ);

край равномерно светящегося поля

$$I(y') = \int_0^\infty S(y - y')\,dy; \tag{1.63}$$

мира Фуко с контрастом, равным единице,

$$I(y') = 1 + \frac{4}{\pi}\left[T\left(\frac{\lambda\mu}{2\sin\sigma'_A}\right)\sin(2\pi\mu y') + \right.$$
$$\left. + T\left(\frac{3\lambda\mu}{2\sin\sigma_A}\right)\sin(3\cdot 2\pi\mu y') + \ldots\right],$$

где $T(\mu)$ — ЧКХ.

Производная функции для края равномерно светящегося поля (1.63) или пограничная кривая $\partial I(y')/\partial y' = S(y')$ является функцией рассеяния линии (ФРЛ). Максимум освещенности ФРЛ — $S_{max}(y')$ равен наибольшему значению тангенса угла наклона касательной и пограничной кривой: $S_{max}(0) = \partial I(0)/\partial y'$. При контроле оптической системы изображение края равномерно светящегося поля сканируют узкой щелью в направлении y', строят пограничную кривую и определяют тангенс угла наклона касательной в точках y' кривой и его наибольшее значение S_{max}. В отличие от числа Штреля, измерение которого не представляется возможным, при использовании данного критерия значение S_{max} может быть определено как аналитически, так и экспериментально через пограничную кривую. Поэтому оценка качества изображения по объекту — краю равномерно светящегося поля — широко применяется на практике.

Для безаберрационной оптической системы со зрачком круглой формы ФРЛ имеет следующий вид [29]:

$$S(y') = c\sin^3\sigma'_A H_1(2Z)/Z^2\lambda,$$

где c — постоянный множитель; $H_1(2Z)$ — функция Струве первого порядка; $Z = ky'\sin\sigma'_A$. В середине изображения

линии в точке $Z = 0$ имеем $H_1(2Z)/Z^2 = 8/3\pi$ и $S(0) = c16\sin^3\sigma'_A/3\lambda$.

Для края светлого поля распределение освещенности равно

$$I(y') = c\sin^3\sigma'_A\int_{-\infty}^{Z}\frac{H_1(2Z)}{Z^2}\,dZ.$$

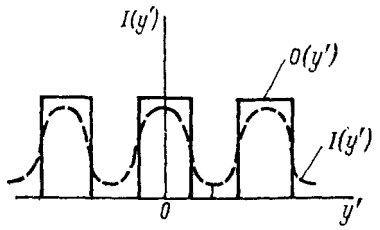


Рис. 1.12. Распределение освещенности в изображении трехштальной миры

В качестве критериев качества изображения принимают отношение освещенностей в центре изображения линии, точки или отношение тангенсов углов наклона касательной и пограничной кривой в некоторой заданной точке реальной системы и безаберрационной; контраст изображения миры Фуко или трехштальной миры и другие критерии. Как пример, распределение освещенности в изображении трехштальной миры показано на рис. 1.12. Контраст изображения равен $T = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$.

Для малых аберраций III порядка относительная освещенность в центре изображения тонкой линии описывается выражением [29]:

$$S_{max} = 1 - \left\{\frac{3\pi^2}{4\lambda^2}[0{,}3396W_{40}^2 + 2\cdot 0{,}3199W_{20}W_{40} + \right.$$
$$+ \sin^2\Phi(0{,}0165W_{31})^2 + \cos^2\Phi[0{,}6516W_{11}^2 + 0{,}8564W_{11}W_{31} +$$
$$\left. + 0{,}3183W_{31}^2] + 0{,}3251[(W_{22}\cos 2\Phi + W_{20})^2 + 0{,}812W_{22}^2\sin^2 2\Phi]\right. \tag{1.64}$$

Здесь Φ — азимут в плоскости объекта; $\Phi = 0$, когда линия перпендикулярна к оси симметрии пятна комы.

Для иных типовых объектов, а также для больших значений волновых аберраций расчеты распределения освещенности выполняются численными методами по приведенным выше формулам.

1.4. РАСЧЕТ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ АБЕРРАЦИЙ ШИРОКОГО КЛАССА ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

Оптические приборы достигли в настоящее время высокого качества изображения, близкого к дифракционному. Остаточные расчетные аберрации, так же как и аберрации, обусловленные изготовлением оптической системы, для широкого класса оптических приборов малы и составляют доли длины волны. Поэтому при расчете допустимых значений аберраций основное внимание будет уделено малым аберрациям. При этом оказалось возможным аналитически связать аберрации с критериями качества изображения и получить простые и удобные формулы для оценки их допустимых значений.

Допустимые значения аберраций. Опираясь на рассмотренные выше критерии качества изображения, определим допустимые значения аберраций [7, 29, 56].

Допустимые значения монохроматических аберраций, рассчитанные по критерию среднеквадратического отклонения волнового фронта. Принимая для аберраций III порядка значение числа Штреля $S \geqslant 0{,}8$ и используя формулы (1.42), (1.44) для двух видов разложения волновой аберрации, с учетом условия (1.41) получим:

$$\left[\frac{W_{20}^2}{12}+\frac{W_{20}W_{40}}{6}+\frac{4W_{40}^2}{45}+\frac{W_{11}^2}{4}+\frac{W_{11}W_{31}}{3}+\frac{W_{31}^2}{8}+\right.$$
$$\left.+\frac{W_{22}^2}{16}+\frac{W_{22}W_{20}}{12}\right]\leqslant\frac{\lambda^2}{196}, \qquad (1.65)$$

$$\left[\frac{C_{20}^2}{3}+\frac{C_{40}^2}{5}+\frac{C_{11}^2}{4}+\frac{C_{31}^2}{8}+\frac{C_{22}^2}{6}\right]\leqslant\frac{\lambda^2}{196}. \qquad (1.66)$$

Установим допустимые значения на каждую из аберраций в отдельности в предположении, что остальные аберрации отсутствуют.

Для дефокусировки из условия $W_{20}^2/12 \leqslant \lambda^2/196$ находим допустимое значение коэффициента W_{20}, а для продольной дефокусировки δL — из формулы (1.24):

$$W_{20} = 0{,}25\lambda;\ \delta L = \lambda/2\sin^2\sigma'_A. \qquad (1.67)$$

Наибольшее значение волновая аберрация принимает на краю зрачка $\Delta W_{\max} = W_{20} = 0{,}25\lambda$, и критерий (1.67) совпадает с известным критерием Рэлея, согласно которому волновая аберрация не должна превышать $0{,}25\lambda$.

Допустимое значение сферической аберрации определим из условий (1.65) и (1.66). Если плоскость изображения совпадает с плоскостью параксиального изображения ($W_{20} = 0$), то допустимое значение коэффициента сферической аберрации W_{40} из (1.65) должно удовлетворять условию $W_{40} \leqslant 0{,}24\lambda$. Выбором положения плоскости изображения ($W_{20} \neq 0$) влияние сферической аберрации можно уменьшить. Минимизируя выражение $(W_{20}^2/12 + W_{20}W_{40}/6 + 4W_{40}^2/45)$, находим оптимальную дефокусировку, при которой среднеквадратическое отклонение волнового фронта минимально: $W_{20} = -W_{40}$. Из (1.24) и (1.27) следует, что $\delta L = -0{,}5\delta s'$. Полученное выражение показывает, что при наличии сферической аберрации III порядка центр сферы сравнения и соответственно плоскость изображения следует сместить на расстояние, равное половине значения сферической аберрации для края зрачка ($\rho = 1$).

В этом случае допустимые значения сферической аберрации относительно параксиального фокуса в волновой и линейной (1.27) мерах должны удовлетворять условиям:

$$W_{40} \leqslant 0{,}95\lambda;\ \delta s' \leqslant 3{,}9\lambda/\sin^2\sigma'_A. \qquad (1.68)$$

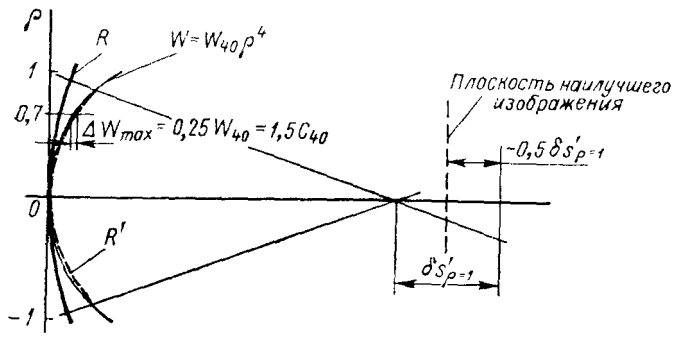


Рис. 1.13. Балансировка сферической аберрации III порядка

Таким образом, (1.68) обеспечивает выполнение условия $S \geqslant 0{,}8$ при смещении плоскости изображения на $-0{,}5\delta s'$ относительно параксиального фокуса.

Из (1.66) для допустимого значения сферической аберрации находим $C_{40} \leqslant 0{,}16\lambda$. Здесь следует обратить внимание на важное свойство разложения волновой аберрации по ортогональным полиномам (1.21). Отдельная ортогональная аберрация содержит наряду со степенной сферической аберрацией высшего порядка также аберрации низких порядков, при которых среднеквадратическое отклонение волнового фронта минимально, а следовательно, и число Штреля принимает наибольшее значение. Радиальный полином $R_n^m(\rho)$, определяющий ортогональную сферическую аберрацию III порядка (см. табл. 1.3), имеет вид $R_4^0(\rho) = 6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$. Выражение кроме слагаемого сферической аберрации III порядка $6\rho^4$ содержит слагаемое необходимой дефокусировки $-6\rho^2$, при которой $W_{\text{скв}}$ минимально, что соответствует полученному выше соотношению $W_{40} = -W_{20}$ в степенном представлении разложения волновой аберрации. Коэффициент C_{40} равен значению волновой аберрации для края зрачка в плоскости наилучшего изображения, при этом наибольшее значение волновой сферической аберрации $\Delta W_{\max} = 1{,}5C_{40} = 0{,}24\lambda$ (рис. 1.13).

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта удобно находить из (1.44) или (1.68), поскольку формулы дают наименьшим значение величины $W_{\text{скв}}$ в плоскости наилучшей установки.

Допустимое значение комы из (1.65) составляет $W_{31} \leqslant 0{,}2\lambda$. Однако можно найти такое значение координаты внутри геометрического пятна комы (точка A'' на рис. 1.8, *б*), при котором $W_{11}^2/4 + W_{11}W_{31}/3 + W_{31}^2/8$, а следовательно, и $W_{\text{скв}}$ имеют минимальное значение. Минимум имеет место, когда $W_{11} = -2W_{31}/3$. Это означает, что центр сферы сравнения, совпадающий с параксиальным изображением точкой A' (см. рис. 1.8, *а*), смещен в точку A''.

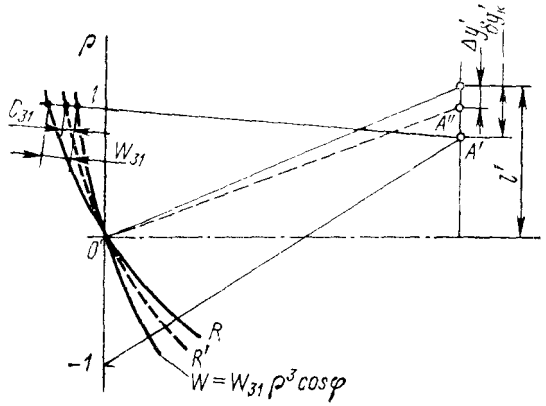


Рис. 1.14. Балансировка комы III порядка

Выражая коэффициенты W_{11} и W_{31} из (1.25) и (1.28) через геометрические аберрации, находим смещение центра сферы сравнения:

$$\Delta y' = -2\delta g' \ (\rho = 1, \ \varphi = 0)/9. \qquad (1.69)$$

Подставляя полученное значение W_{11} в (1.65), определим допустимые значения волновой и поперечной из (1.28) аберраций комы III порядка:

$$W_{31} \leqslant 0{,}6\lambda; \ \delta g' \leqslant 1{,}8\lambda/\sin\sigma'_A. \qquad (1.70)$$

Условие (1.70) показывает, что максимальная волновая аберрация на краю зрачка относительно сферы сравнения, центр которой совмещен с параксиальным изображением точки A', не должна превышать 0,6λ. При этом значение числа Штреля $S = 0{,}8$ наблюдается в точке A'', смещенной на $-2\delta g'/9$ относительно параксиального изображения (рис. 1.14). С учетом (1.68) допустимое значение коэффициента C_{31} должно удовлетворять условию

$$C_{31} \leqslant 0{,}2\lambda. \qquad (1.71)$$

Отдельная ортогональная аберрация комы $R_3^1(\rho) = 3\rho^3 - 2\rho$ (см. табл. 1.3) наряду со степенной комой III порядка $3\rho^3$ содержит необходимую аберрацию низшего порядка (поперечное смещение -2ρ), обеспечивающую наименьшее значение $W_{\text{скв}}$, что соответствует полученному выше соотношению $W_{11} = -2W_{31}/3$. Условие (1.71) означает, что относительно оптимальной сферы сравнения, центр которой смещен на $-2\delta g'/9$ (точка A''), значение волновой комы на краю зрачка не должно превышать 0,2λ (рис. 1.14). Наименьшее значение среднеквадратического отклонения из (1.44) составляет $W_{\text{скв}} = 0{,}36C_{31}$, и при $C_{31} = 0{,}2\lambda$ $W_{\text{скв}} = 0{,}07\lambda$, что и обеспечивает выполнение $S = 0{,}8$.

При астигматизме поверхность наилучшего изображения расположена посередине между меридиональной и сагиттальной

поверхностями изображения, т. е. плоскость наилучшей установки для некоторой полевой точки предмета A находится посередине (в точке A'') между меридиональным A'_m и сагиттальным A'_s ее изображениями (рис. 1.9). Из (1.65) выражение $W_{20}^2/12 + W_{22}^2/16 + W_{20}W_{22}/12$ имеет минимальное значение при $W_{20} = -0{,}5W_{22}$ или в линейной мере с учетом значений коэффициентов из (1.24) и (1.29) $\delta L = -0{,}5\,(x'_m - x'_s)$. Подставляя в (1.65) полученное значение W_{20}, получим:

$$W_{22} \leqslant 0{,}34\lambda; \ (x'_m - x'_s) \leqslant 0{,}68\lambda/\sin^2\sigma'_A. \qquad (1.72)$$

Условия (1.72) показывают, что максимальная волновая аберрация на краю зрачка относительно сферы сравнения, центр которой совмещен с меридиональным A'_m или сагиттальным A'_s изображениями, не должна превышать 0,34λ, при этом плоскость изображения должна быть расположена посередине между точками A'_m и A'_s.

Из (1.66) находим допустимое значение волнового астигматизма:

$$C_{22} \leqslant 0{,}17\lambda, \qquad (1.73)$$

т. е. волновая аберрация относительно оптимальной сферы сравнения с центром, расположенным в точке A'', не должна превышать 0,17λ.

Таким образом, из (1.42) можно определить допустимые значения волновой аберрации (наибольшие значения на краю зрачка) относительно сферы сравнения, центр которой совмещен с параксиальным изображением точечного объекта. Выражение (1.44) позволяет найти допустимое значение аберраций относительно оптимальной сферы сравнения.

В табл. 1.13 для аберраций III порядка приведены их допустимые значения и координаты центров (X', Y', Z') оптимальных сфер сравнения [7].

Расчет допустимого значения сферической аберрации для системы с центральным экранированием выполняют по формуле

Таблица 1.13

Допустимые значения аберрации W_{ij}, C_{nm}

Тип аберрации	Допустимая волновая аберрация W_{ij}/λ	Координаты центра оптимальной сферы сравнения			Допустимая волновая аберрация C_{nm}/λ
		X'	Y'	Z'	
Сферическая	0,95	$-0{,}5\delta s'$	0	0	0,16
Кома	0,6	0	$-\frac{2}{9}\delta g'$	0	0,2
Астигматизм	0,3	$-0{,}5\,(x'_m - x'_s)$	0	0	0,17

(1.43). Дифференцируя (1.43) по W_{20} и W_{40}, найдем оптимальные значения $W_{20\,\mathrm{opt}}$, $W_{40\,\mathrm{opt}}$, при которых величина $W^2_{\mathrm{скв}}$ минимальна:

$$W_{20\,\mathrm{opt}} = -(W_{40}a_{24} + a_{20}); \tag{1.74}$$

$$W_{40\,\mathrm{opt}} = \frac{a_{40} + a_{24}a_{20}}{a_{41} - a_{24}^2} = \frac{15}{(1-\varepsilon^2)^2}\sum_{k=3}^{n} W_{(2k)\,0} \times$$

$$\times \frac{2k(k-1)}{(k+1)(k+2)(k+3)}\sum_{m=0}\left[1 - \frac{6m(k-m)}{k(k-1)}\right]\varepsilon^{2m}. \tag{1.75}$$

Выражение (1.75) определяет оптимальное соотношение между сферическими аберрациями третьего и высшего порядков, а выражение (1.74) в общем случае — оптимальную дефокусировку при наличии аберрации $(2n-1)$-го порядка и центрального экранирования ε.

Ограничимся рассмотрением аберраций не выше пятого порядка, т. е. при $n = 3$. Выражение для оптимальной дефокусировки в этом случае принимает вид

$$W_{20\,\mathrm{opt}} = -\left\{W_{40}(1+\varepsilon^2) + 0{,}9W_{60}\left[(1+\varepsilon^2) - \frac{2}{3}\varepsilon^2\right]\right\}. \tag{1.76}$$

Подставив $W_{20\,\mathrm{opt}}$ в (1.43), получим после преобразований выражение для $W^2_{\mathrm{скв}}$ в плоскости оптимальной установки

$$W^2_{\mathrm{скв\,min}} = \frac{(1-\varepsilon^2)^4}{180}\left\{[W_{40} + 1{,}5(1+\varepsilon^2)W_{60}]^2 + \frac{9}{140}W_{60}^2(1-\varepsilon^2)^2\right\}. \tag{1.77}$$

Обозначив $\beta_{46} = -W_{40}/W_{60}$, найдем

$$W^2_{\mathrm{скв\,min}} = \frac{(1-\varepsilon^2)^4}{180}W_{60}^2\left\{[\beta_{46} - 1{,}5(1+\varepsilon^2]^2 + \frac{9}{140}(1-\varepsilon^2)\right\}. \tag{1.78}$$

Оптимальное соотношение β_{46} между третьим и пятым порядками сферической аберрации равно $\beta_{40\,\mathrm{opt}} = 1{,}5(1+\varepsilon^2)$. При этом

$$W^2_{\mathrm{скв\,min}} = \frac{(1-\varepsilon^2)^6}{180}\frac{9}{140}W_{60}^2; \tag{1.79}$$

$$W_{20\,\mathrm{opt}} = 0{,}6\,[(1+\varepsilon^2)^2 + \varepsilon^2]\,W_{60}. \tag{1.80}$$

Формулы (1.78)—(1.80) показывают, что при наличии центрального экранирования оптимальное соотношение между сферическими аберрациями третьего и пятого порядков изменяется пропорционально $(1+\varepsilon^2)$, а между дефокусировкой и аберрациями пятого порядка — пропорционально $[(1+\varepsilon^2)^2 + \varepsilon^2]$, при этом остаточная величина $W^2_{\mathrm{скв}}$ уменьшается пропорционально шестой степени $(1-\varepsilon^2)$. При отсутствии центрального экранирования, т. е. при $\varepsilon = 0$, формулы (1.78)—(1.80) переходят в известные выражения: $W_{20\,\mathrm{opt}} = 0{,}6W_{60}$; $\beta_{46} = 1{,}5$; $W^2_{\mathrm{скв\,min}} = W^2_{60}/2800$.

Рассмотрим продольные аберрации для случая оптимальной балансировки. Для продольной сферической аберрации получим

$$\delta s'(\rho) = 6W_{60}\rho^2\,[\rho^2 - (1+\varepsilon^2)]/\sin^2\sigma'_A.$$

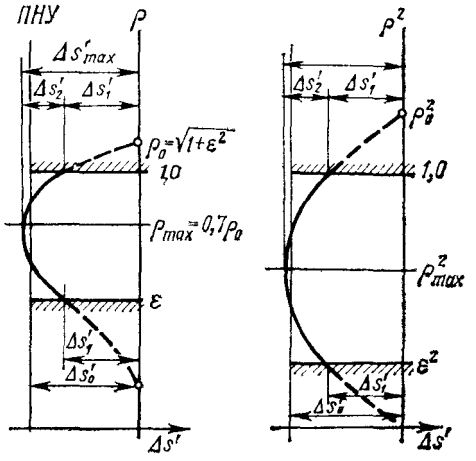


Рис. 1.15. Продольная сферическая аберрация и положение плоскости наилучшей установки при оптимальной коррекции на минимум в случае центрального экранирования

Приравнивая это выражение к нулю, находим значение $\rho = \rho_0$ для точки, в которой исправлена сферическая аберрация, $\rho_0 = \sqrt{1+\varepsilon^2}$. Таким образом, исправление сферической аберрации должно достигаться за пределами зрачка в точке $\rho = \sqrt{1+\varepsilon^2}$, а на краю зрачка при $\rho = 1$ сферическая аберрация должна быть недоисправлена.

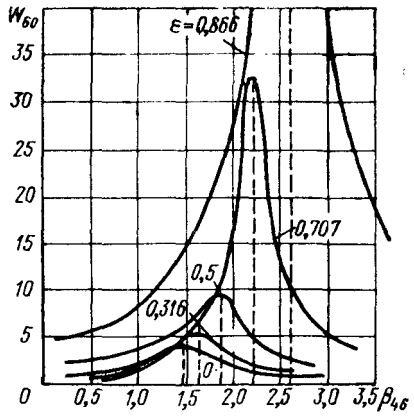


Рис. 1.16. Зависимость остаточной волновой аберрации V порядка W_{60}, обеспечивающей выполнение условия $W^2_{\mathrm{скв}} \leqslant \lambda^2/196$, от формы коррекции $\beta_{46} = -W_{40}/W_{60}$ при различных значениях центрального экранирования ε и оптимальном выборе ПНУ

Дифференцируя выражение для $\delta s'$ по ρ и приравнивая произвольную нулю, находим значение $\rho = \rho_{\max}$, при котором продольная аберрация максимальна: $\rho_{\max} = 0{,}707\rho_0$. Нетрудно убедиться, что $\varepsilon < \rho_{\max} < 1$ при любых $\varepsilon < 1$, следовательно, максимум продольной аберрации при оптимальной коррекции всегда лежит в пределах неэкранированной части зрачка.

Кроме того, значения продольной сферической аберрации на границах неэкранированной части, т. е. при $\rho = \varepsilon$, $\rho = 1$, равны

$$\delta s'_{\rho=1} = \delta s'_{\rho=\varepsilon} = -6W_{60}\varepsilon^2/\sin^2\sigma'_A,$$

а максимальное значение продольной аберрации будет

$$\delta s'_{max} = -1{,}5 W_{60} (1 + \varepsilon^2)^2 / \sin^2 \sigma'_A.$$

Из (1.80) получим положение плоскости наилучшей установки δL_0 (независимое от ε):

$$\frac{\delta L_0 - \delta s'_{\rho=1}}{\delta s'_{max} - \delta s'_{\rho=1}} = 0{,}8.$$

Следовательно, коррекцию сферической аберрации нужно производить таким образом, чтобы ее значения на границах неэкранированной части зрачка были равны, а максимум лежит внутри неэкранированной части (в координатах ρ^2 посередине). При этом плоскость установки должна находиться в точке, соответствующей 0,8 стрелки прогиба кривой сферической аберрации в пределах открытой части зрачка (рис. 1.15).

Допустимая остаточная сферическая аберрация из условия $S \geqslant 0{,}8$ равна

$$W_{60} | < 4\lambda \left[(1 - \varepsilon^2)^3 \sqrt{1 + \left[\frac{4 (\beta_{46} - \beta_{46\,opt})}{1 - \varepsilon^2} \right]^2} \right]^{-1}. \quad (1.81)$$

Зависимость, описываемая формулой (1.81), для различных значений ε показана на рис. 1.16. Если принять $\varepsilon = 0{,}866$, то при наличии сферической аберрации $W_{60} = 6\lambda$ необходимо ввести аберрацию $W_{40} = -3\lambda$. При этом обеспечивается выполнение условия $W_{скв} = \lambda/14$.

Для допустимой продольной сферической аберрации в пределах открытой части зрачка получим

$$\delta s' < \frac{6\lambda}{(1 - \varepsilon^2) \sin^2 \sigma'_A}.$$

Для практического применения критерия $W^2_{скв}$ представляет интерес сравнение изменения числа Штреля с изменением других критериев качества изображения. В целях исследования этого вопроса, а также влияния сферической аберрации на структуру изображения при центральном экранировании были произведены на ЭВМ вычисления ФРТ и ЧКХ для различных комбинаций коэффициентов $W_{(2k)0}$. Расчет D (r_0) вели по формуле (1.6):

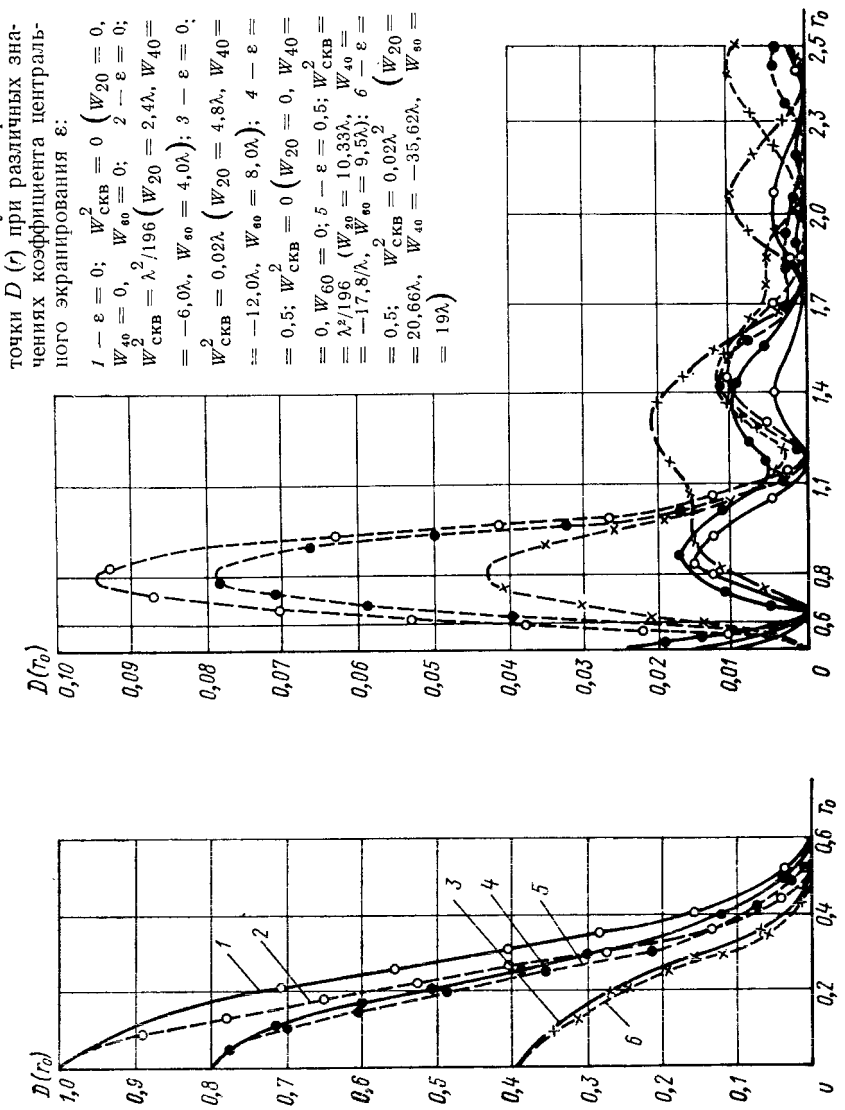
$$D(r_0) = C^2 + S^2;$$

$$\left\{ \begin{matrix} C \\ S \end{matrix} \right\} = \frac{1}{1 - \varepsilon^2} \int_{\varepsilon^2}^{1} \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \left[\frac{2\pi}{\lambda} W(\rho^2) \right] J_0(2\pi\rho r_0)\, \rho d\rho.$$

ЧКХ определяли по формуле автокорреляции (1.15).

Влияние аберраций и центрального экранирования на структуру изображения точки и на ЧКХ для различных $W^2_{скв}$ и ε при условии оптимальной коррекции показано на рис. 1.17, 1.18.

Рис. 1.17. Функция рассеяния точки $D(r)$ при различных значениях коэффициента центрального экранирования ε:
1 — $\varepsilon = 0$; $W^2_{скв} = 0$ ($W_{20} = 0$, $W_{40} = 0$, $W_{60} = 0$; 2 — $\varepsilon = 0$; $W^2_{скв} = \lambda^2/196$ ($W_{20} = 2{,}4\lambda$, $W_{40} = -6{,}0\lambda$, $W_{60} = 4{,}0\lambda$); 3 — $\varepsilon = 0$; $W^2_{скв} = 0{,}02\lambda^2$ ($W_{20} = 4{,}8\lambda$, $W_{40} = -12{,}0\lambda$, $W_{60} = 8{,}0\lambda$); 4 — $\varepsilon = 0{,}5$; $W^2_{скв} = 0$ ($W_{20} = 0$, $W_{40} = 0$, $W_{60} = 0$; 5 — $\varepsilon = 0{,}5$; $W^2_{скв} = \lambda^2/196$ ($W_{20} = 10{,}33\lambda$, $W_{40} = -17{,}8/\lambda$, $W_{60} = 9{,}5\lambda$); 6 — $\varepsilon = 0{,}5$; $W^2_{скв} = 0{,}02\lambda^2$ ($W_{20} = 20{,}66\lambda$, $W_{40} = -35{,}62\lambda$, $W_{60} = 19\lambda$)



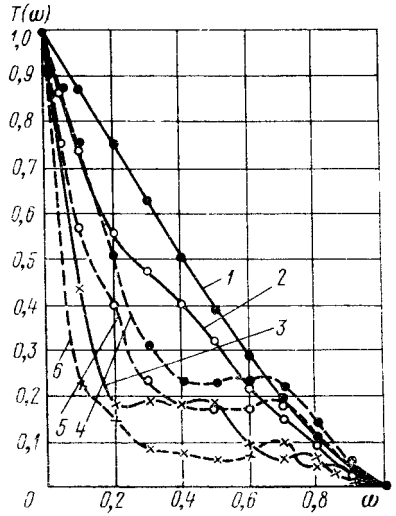


Рис. 1.18. Частотно-контрастные характеристики $T(\omega)$ для функций рассеяния *1—6*, указанных на рис. 1.17

Анализ результатов расчета показывает, что минимум $W^2_{\text{скв}}$ совпадает с максимумом числа Штреля S и с максимумом ЧКХ на половине предельной частоты для любых комбинаций коэффициентов, если $W^2_{\text{скв}}$ не превосходит $0{,}02\lambda^2$. Таким образом, как следует из (1.79), оптимальная коррекция на минимум среднего квадрата деформации волнового фронта $W^2_{\text{скв}}$ по приведенным выше формулам сохраняет смысл при остаточной волновой аберрации W порядка W_{60}, удовлетворяющей условию $W_{60} < 8\lambda/(1-\varepsilon^2)^3$.

Допустимые значения аберраций, рассчитанные по критерию концентрации энергии в пятне рассеяния и частотному критерию. Сначала анализируют влияние аберраций на данные характеристики качества изображения.

Расчеты влияния аберраций оптической системы на концентрацию энергии в пятне рассеяния и ЧКХ выполняют по формулам (1.58) и (1.15) численными методами. Для некоторых простых и часто встречающихся на практике аберраций III порядка (сферической аберрации, комы, астигматизма) результаты расчетов концентрации энергии η, ЧКХ, числа Штреля S приведены в приложении.

Расчеты выполнены для систем с экранированием при величине $\varepsilon = 0 \div 0{,}9$. Значения коэффициентов волновой аберрации C_{40}, C_{31}, C_{22} приняты: $0{,}2\lambda$; $0{,}4\lambda$; $0{,}6\lambda$; $0{,}8\lambda$; $1{,}0\lambda$. Концентрация энергии (в %) определена для кружков с диаметрами $2r$ мм;

Таблица 1.14

Концентрация энергии в круге радиусом $r_{1,0}$

$\frac{r_{1,0}}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	C_{40}/λ			C_{31}/λ			C_{22}/λ		
	0,2	0,4	0,6	0,2	0,4	0,6	0,2	0,4	0,6
0,61 для $\varepsilon = 0$	0,6055	0,2119	0,0637	0,7079	0,4390	0.2274	0,7679	0,5734	0,3355
0,56 для $\varepsilon = 0{,}3$	0,4927	0,1722	0,0521	0,5610	0,3198	0,1487	0,6009	0,3988	0,1865
0,5 для $\varepsilon = 0{,}5$	0,3458	0,1207	0,0377	0,3847	0,2026	0,0828	0,3946	0,2127	0,0671
0,45 для $\varepsilon = 0{,}7$	0,1945	0,0732	0,0221	0,2092	0,1060	0,0413	0,1970	0,0796	0,0249

диаметры выражены в канонических координатах $2r\sin\sigma'_A/\lambda$ от 1,25 до 10. В табл. 1.14 приведены значения концентрации энергии в зависимости от ε в кружках, радиусы которых равны радиусам первого темного кольца ($r_{1,0}$), для различных значений коэффициента волновой аберрации. Значения концентрации энергии для безаберрационной системы приведены в табл. 1.10. Частотно-контрастная характеристика приведена для относительных частот $\omega = 0{,}1 \div 0{,}9$.

Пользуясь таблицами приложения, несложно найти допустимые значения аберраций, исходя из критерия концентрации энергии и частотного критерия. В предположении, что аберрации малы, допустимые их значения из условия (1.59) можно определить, воспользовавшись формулой (1.60) и табл. 1.12. Для частоты $\omega = 0{,}5$ получим

$$[1{,}8326W_{20}^2 \times$$
$$+ 1{,}7224\cdot 2W_{20}W_{40} +$$
$$+ 1{,}6918W_{40}^2 +$$
$$+ 0{,}3021W_{31}^2\cos^2\Phi +$$
$$+ 0{,}1778W_{31}^2\sin^2\Phi +$$
$$+ 4{,}9974W_{22}^2\sin^2 2\Phi] \leqslant$$
$$\leqslant 0{,}07.$$

Для каждой из аберраций в предположении, что остальные аберрации

Таблица 1.15

Допустимые значения монохроматических аберраций (в длинах волн)

Аберрация	W, C при числе Штреля $S \geqslant 0{,}8$	$T(\omega=0{,}5) \geqslant 0{,}87T_0(\omega=0{,}5)$	Некогерентное освещение		Когерентное освещение	
			Точка	Линия	Точка	Линия
Дефокусировка	$W_{20} \leqslant 0{,}25$	0,21	0,25	0,29	0,17	0,24
Сферическая аберрация III порядка	$W_{40} \leqslant W_{20} \leqslant 0{,}95 - W_{40}$	1,0 $-0{,}97W_{40}$	0,95 $-W_{40}$	1,04 $-0{,}98W_{40}$	0,90 $-0{,}75W_{40}$	0,92 $-0{,}86W_{40}$
Сферическая аберрация V порядка	$W_{60} \leqslant 3{,}75$		3,75	4,0	4,00	3,70
Кома III порядка	$W_{31} \leqslant 0{,}6$	0,5	0,6 $-0{,}67W_{31}$	$\Phi = 0 \quad \Phi = \pi/2$ 0,58 0,86 $-0{,}67W_{31}$	0,85 $-0{,}67W_{31}$	0,47 $-0{,}60W_{31}$
Астигматизм III порядка	$W_{11} = -0{,}67W_{31}$ $C_{31} \leqslant 0{,}2$ $W_{22} \leqslant W_{20} = -0{,}5W_{22}$ $C_{22} \leqslant 0{,}17$	0,13	0,2 0,34 $-0{,}5W_{22}$ 0,17	0,2 0,86 0,36 $-0{,}5W_{22}$ 0,18	0,28 0,25	0,19

отсутствуют, находим допустимые их значения: дефокусировка $W_{20} \leqslant 0{,}21\lambda$; сферическая аберрация $W_{40} < 1{,}0\lambda$ при $W_{20} = -0{,}97W_{40}$; кома $W_{31} \leqslant 0{,}5\lambda$; астигматизм $W_{22} \leqslant 0{,}13\lambda$.

Значения допусков на монохроматические аберрации с учетом критериев: числа Штреля $S \geqslant 0{,}8$; снижения освещенности для типовых объектов (точки, линии, края равномерно светящегося поля) не более чем на 20 %; снижения контраста на частоте $\omega = 0{,}5$ не более чем на 20 % — приведены в табл. 1.15. Допустимые значения аберраций для типовых объектов заимствованы из работы [29].

Из таблицы следует, что допустимые аберрации, полученные из различных критериев, практически одинаковые по значению, поэтому в дальнейшем при расчетах допусков на изготовление оптических деталей, систем мы будем применять главным образом критерий число Штреля.

Расчет допустимых значений хроматических аберраций. Для расчета допустимых значений осевых хроматических аберраций воспользуемся формулами (1.55)—(1.57). Фомула (1.56) позволяет также решить задачу оптимальной балансировки аберраций, т. е. оптимального соотношения между аберрациями низших и высших порядков и положением плоскости наилучшей установки, обеспечивающих минимум $\overline{W}^2_{\text{скв}}$ или максимум числа Штреля S. Хроматические аберрации балансируются независимо от монохроматических, отсюда из формулы (1.56) получим следующие условия балансировки:

$$\left.\begin{gathered} W_{20} = -\left[W_{40} + 0{,}9W_{60} + (W_{220} + W_{240})\,C/A\right]; \\ W_{40} = -1{,}5W_{60};\ W_{120} = -W_{140}; \\ W_{220} = -W_{240}. \end{gathered}\right\} \qquad (1.82)$$

Для монохроматического случая балансировки аберраций $W_{20} = -(W_{40} + 0{,}9W_{60})$, т. е. аберрации должны исправляться на краю зрачка $\delta s'$ $(\rho = 1) = 0$ и плоскость установки должна смещаться на 0,8 максимального значения аберрации на зоне $\delta L = -0{,}8\delta s'$ $(\rho^2 = 0{,}5)$. Хроматические аберрации балансируются независимо от монохроматических, а первичный и вторичный хроматизм — независимо друг от друга. Кроме того, из (1.82) следует, что на условия балансировки хроматических аберраций не влияет функция спектральной эффективности. Из выражений для продольного первичного $\Delta s'_1$ (ρ^2) и вторичного $\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2}$ (ρ^2) хроматизмов видно, что при выполнении условий балансировки графики аберраций должны пересекать ось ординат в точке $\rho^2 = 0{,}5$ (см. рис. 1.10) и в этой точке хроматические аберрации равны нулю. В соответствии с (1.82) в полихроматическом случае на оптимальную форму кривой аберрации влияет вторичный сферохроматизм W_{240}: значение продольной монохроматической аберрации на краю должно быть равно не нулю, как в монохроматическом случае, а составлять $W_{240}C/A$ от продольного вторичного сферохроматизма.

С учетом условий балансировки для минимального значения среднего квадрата отклонения волнового фронта $\overline{W}^2_{\text{скв}}$ получим

$$\overline{W}^2_{\text{скв}} = \frac{AW^2_{60}}{2800} + \frac{EW^2_{220}}{12} + \frac{CW^2_{140}}{180} + \frac{BW_{40}W_{140}}{90} + \left(E - \frac{C^2}{A}\right)\frac{W^2_{240}}{180}.$$

Из (1.56), (1.57) определим допустимые значения каждой из аберраций в отдельности в предположении, что остальные аберрации отсутствуют.

Сферическая аберрация III порядка оптической системы, работающей в широкой области спектра, с учетом оптимальной балансировки $W_{20} = -W_{40}$ и с использованием формул (1.56), (1.57) должна удовлетворять следующему условию: $AW^2_{40}/180 \leqslant F\lambda_0^2/196$. Откуда для допустимого значения коэффициента сферической аберрации находим $W_{40} \leqslant 0{,}95\lambda_0 \times (F/A)^{0,5}$.

Допустимые значения W_{40} в зависимости от функции спектральной эффективности $q(\chi)$ для двух спектральных интервалов (варианты I, II в табл. 1.8) приведены в табл. 1.16.

Из табл. 1.16 следует, что допустимые значения W_{40} для системы, работающей в широкой области спектра, практически совпадают с допустимым значением W_{40} для монохроматического света ($W_{40}=0{,}95\lambda_0$).

Таблица 1.16

Допустимые значения сферической аберрации W_{40}/λ

Вариант (см. табл. 1.8)	Функция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
I	0,84	0,92	0,88	0,88	0,9
II	0,83		0,93	0,93	0,94

Таблица 1.17

Допустимые значения W_{120}/λ_0 и смещения плоскости наилучшей установки $\delta L/\Delta_0$

Вариант (см. табл. 1.8)	Фуикция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
	W_{120}/λ_0				
I	0,44	0,58	0,43	0,47	0,55
II	0,41		0,45	0,47	0,57
	$\delta L/\Delta_0 = -B/2A$				
I	0,18	0,10	0,13	0,15	0,11
II	0,10		0,09	0,08	0,06

Таблица 1.18

Допустимые значеиия W_{120}/λ_0 для гауссовой плоскости

Вариант (см. табл. 1.8)	Функция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
I	0,35	0,52	0,38	0,40	0,49
II	0,41		0,43	0,45	0,54

Таблица 1.19

Допустимые значения вторичного спектра W_{220}/λ_0 для гауссовой плоскости

Вариант (см. табл. 1.8)	Функция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
I	0,44	0,75	0,48	0,52	0,72
II	0,52		0,55	0,1	0,81

Для *хроматизма положения* ($W_{120} \neq 0$) из (1.56) следует, что можно найти наилучшую плоскость изображения, при которой величина $(A/12)\,W_{20}^2 + (C/12)\,W_{120}^2 + (B/6)\,W_{20}W_{120}$ имеет минимум. Это происходит при $W_{20} = -BW_{120}/A$. В этом случае $\overline{W}_{\text{скв}}^2 = (W_{120}^2/12)\,(C - B^2/A)$ и допустимое значение волновой аберрации хроматизма положения из (1.57) определяется условием

$$W_{120} \leqslant \frac{\lambda_0}{4}\left[\frac{F}{C - B^2/A}\right]^{0,5}.$$

Допустимые значения W_{120} и смещения плоскости установки относительно гауссовой в зависимости от функции $q(\chi)$ приведены в табл. 1.17.

Для гауссовой плоскости, соответствующей изображению для центральной длины волны λ_0 ($W_{20} = 0$), допустимые значения W_{120} приведены в табл. 1.18.

Из таблиц следует, что допустимая величина W_{120} примерно в два раза больше допустимой дефокусировки $W_{20} = 0{,}25\lambda$.

Вторичный спектр ($W_{220} \neq 0$) рассмотрим сначала без выбора плоскости наилучшей установки. Из условия $EW_{220}^2/12 \leqslant F\lambda_0^2/196$ получим $W_{220} \leqslant (\lambda_0/14)\,[F/E]^{0,5}$. Допустимые значения W_{220} приведены в табл. 1.19.

Из таблицы видно, что допустимые значения $W_{220} = 0{,}75\lambda_0$ для функции $q_2(\chi)$ и $W_{220} = 0{,}8\lambda_0$ для функции $q_5(\chi)$ достаточно велики. Это объясняется низкими значениями функции спектральной эффективности на краях спектрального диапазона.

Найдем плоскость наилучшей установки, минимизируя величину

$$(A/12)\,W_{20}^2 + (C/6)\,W_{20}W_{220} + (E/12)\,W_{220}^2.$$

Этому соответствует $W_{20} = -(C/A)\,W_{220}$ или в линейной мере $\delta L = -\delta_0 C/A$.

Таблица 1.20

Допустимые значения вторичного спектра W_{220} в плоскости наилучшего изображения и смещение плоскости наилучшей установки относительно гауссовой

Вариант	Функция спектральной эффективности				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
	W_{220}/λ_0				
I	0,71	1,03	0,76	0,78	1,01
II	0,8		0,82	0,87	1,12
	$\delta L/\delta_0 = C/A$				
I	0,39	0,22	0,37	0,33	0,23
II	0,35		0,34	0,30	0,21

Для допустимого значения вторичного спектра с учетом выбора плоскости наилучшей установки находим $W_{220} \leqslant \frac{\lambda_0}{4}\left[\frac{F}{E - C^2/A}\right]$.

Результаты расчетов приведены в табл. 1.20.

Пример. Установим соотношение между диаметром входного зрачка D и фокусным расстоянием f' для двухлинзового объектива, имеющего только вторичный спектр и удовлетворяющего условию $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$. Для бесконечно удаленного предмета значение продольного вторичного спектра $\delta s'_{FC} = f'/1700$ мм [52]. Для визуальной системы из табл. 1.19 $W_{220} = 0{,}75\lambda_0$, и для допустимого значения продольного вторичного спектра получим $\delta s'_{FC} \leqslant 1{,}5\lambda_0/\sin^2\sigma'_A$. Тогда $0{,}3 \times \times 10^{-3} f' \sin^2\sigma'_A \leqslant 0{,}75\lambda_0$; $D \leqslant 2{,}41\sqrt{f'}$.

Если принять, например, $f' = 1000$ мм, то условие $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$ выполняется при $D \leqslant 76$ мм.

Для *хроматизма положения и вторичного спектра* ($W_{120} \neq 0$, $W_{220} \neq 0$) средний квадрат отклонения волнового фронта имеет следующий вид:

$$\overline{W}_{\Sigma\,\text{скв}}^2 = (A/12)\,W_{20}^2 + (C/6)\,W_{20}W_{220} + (C^2/12A)\,W_{220}^2 + [E - C^2/A]\,W_{220}^2/12 + (C/12)\,W_{120}^2 + (B/6)\,W_{20}W_{120} + (D/6)\,W_{120}W_{220}. \quad (1.82)$$

Определим оптимальные значения дефокусировки W_{20} и первичного хроматизма W_{120}, при которых значение $\overline{W}_{\Sigma\,\text{скв}}^2$ минимально. Приравнивая к нулю первую производную по W_{20}, находим

$$W_{20} = -\left[\frac{C}{A}\,W_{220} + \frac{B}{A}\,W_{120}\right].$$

Подставляя это выражение в (1.82) и приравнивая к нулю первую производную по W_{120}, получим:

$$W_{120} = -W_{220}\frac{AD - BC}{AC - B^2};\quad W_{20}' = -W_{220}\left[\frac{C}{A} + \frac{B}{A}\,\frac{AD - BC}{AC - B^2}\right].$$

Средний квадрат деформации $\overline{W}_{\Sigma\,\text{скв}}^2$ принимает следующее значение:

$$\overline{W}_{\Sigma\,\text{скв}}^2 = \frac{W_{220}^2}{12}\left[\frac{(AD - BC)^2\left(\frac{3B^2}{A} + C\right)}{A\,(AC - B^2)^2} + \left(\frac{AD - BC}{AC - B^2}\right)\left(\frac{BC}{A} - D\right) + E - \frac{C^2}{A}\right].$$

Для гауссовой плоскости, когда $W_{20} = 0$, выражение (1.82) имеет вид

$$\overline{W}_{\Sigma\,\text{скв}}^2 = (E/12)\,W_{220}^2 + (C/12)\,W_{120}^2 + (D/6)\,W_{120}W_{220}. \quad (1.83)$$

Таблица 1.21

Допустимые значения сферохроматизма W_{140}/λ_0

Вариант (см. табл. 1.8)	Функция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
	$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
W_{140}/λ_0; $W_{120}=0$					
I	0,34	0,50	0,36	0,38	0,47
II	0,39		0,41	0,43	0,52
W_{140}/λ_0; $W_{140}=-W_{120}$					
I	1,34	1,97	1,44	1,52	1,87
II	1,53		1,61	1,70	2,04

Для плоскости наилучшей установки формула (1.82) преобразовывается к виду

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} = \frac{1}{12}(CW_{220} + BW_{120}) - \frac{C}{6A}W_{220}(CW_{220} + BW_{120}) + E\frac{W^2_{220}}{12} + \frac{C}{12}W^2_{120} - \frac{B}{6A}W_{120}(CW_{220} + BW_{120}) + \frac{D}{6}W_{120}W_{220}. \quad (1.84)$$

Пример. Рассчитаем число Штреля для двухлинзового объектива, исправленного в отношении сферической и сферохроматической аберраций и имеющего осевые аберрации; $\delta L_{\lambda_0} = -0{,}15$ мм, $\delta L_{\lambda_F} = 0{,}14$ мм; $\delta L_{\lambda_C} = 0{,}55$ мм. Примем $q(\chi) = q_1(\chi) = 1$; $\sin\sigma'_A = 0{,}035$; $\lambda_0 = 0{,}571$ мкм.

Для хроматизма положения находим $\delta s'_p = -0{,}41$ мм, $W_{120} = 0{,}12$ мкм; для вторичного спектра имеем $\delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = 0{,}50$ мм, $W_{220} = 0{,}13$ мкм. Из (1.55) и (1.83) определяем $S_\Sigma = 0{,}82$. Для плоскости наилучшей установки при условии, что $\delta L = 0{,}13$ мм, $W_{20} = 0{,}08$ мкм, находим с учетом (1.84) $S_\Sigma = 0{,}91$.

Сферохроматизм ($W_{140} \neq 0$) находим из условия $4CW^2_{140}/45 \leqslant F\lambda_0^2/196$. Тогда получим $W_{140} \leqslant 0{,}24\lambda_0\,[F/C]^{0,5}$.

Влияние сферохроматизма на качество изображения можно уменьшить, введя первичный хроматизм W_{120}, удовлетворяющий условию балансировки $W_{140} = -W_{120}$. Тогда $W_{140} \leqslant 0{,}95\lambda_0 \times [F/C]^{0,5}$. Допустимые значения сферохроматизма для обоих случаев приведены в табл. 1.21.

Введение оптимального первичного хроматизма позволяет существенно расширить допуск на сферохроматизм. Допустимые значения хроматических аберраций приведены в табл. 1.22.

Отметим, что приведенные расчеты относятся к случаю малых аберраций, когда можно ограничиться тремя членами разложения в ряд $\exp[ikW]$ для каждой длины волны спектрального диапазона $\lambda_1 - \lambda_2$. При учете функций спектральной эффективности, например $q_2(\chi)$, $q_5(\chi)$, имеющих спад к краям диапазона, для краев диапазона можно допустить большие значения аберраций, при этом произведение $q(\chi)D_\lambda$ мало и не вносит существенного вклада в точное выражение (1.50) для числа Штреля S_Σ. Эти же аберрации при расчете по приближенной формуле (1.52) снизят S_Σ на большее значение, чем при расчете по точной формуле. Поэтому формула (1.52) дает хорошее приближение при $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$, а также позволяет решить задачи балансировки аберраций и выбора плоскости наилучшей установки.

Таблица 1.22

Допустимые значения хроматических аберраций, не более

Аберрация	Коэффициент аберрации	Спектральный интервал, мкм	Функция спектральной эффективности (см. табл. 1.8)				
			$q_1(\chi)$	$q_2(\chi)$	$q_3(\chi)$	$q_4(\chi)$	$q_5(\chi)$
Хроматизм положения:							
в гауссовой плоскости	W_{120}/λ_0	0,4—0,7	0,35		0,38	0,40	0,49
		0,486—0,656	0,41	0,52	0,43	0,45	0,54
в плоскости наилучшей установки	W_{120}/λ_0	0,4—0,7	0,44		0,43	0,47	0,55
		0,486—0,656	0,41	0,58	0,45	0,47	0,57
Вторичный спектр:							
в гауссовой плоскости	W_{220}/λ_0	0,4—0,7	0,44		0,48	0,52	0,72
		0,486—0,656	0,52	0,75	0,55	0,6	0,81
в плоскости наилучшей установки	W_{220}/λ_0	0,4—0,7	0,71		0,76	0,78	1,01
		0,486—0,656	0,8	1,03	0,82	0,86	1,12
Сферохроматизм:							
в гауссовой плоскости	W_{140}/λ_0	0,4—0,7	0,34		0,36	0,38	0,47
		0,486—0,656	0,39	0,50	0,41	0,43	0,52
при оптимальной балансировке	W_{140}/λ_0	0,4—0,7	1,34		1,44	1,52	1,87
		0,486—0,656	1,53	1,97	1,61	1,70	2,04

1.5. РАСЧЕТ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ АБЕРРАЦИЙ КОНКРЕТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Определим допустимые значения аберраций для следующих типовых оптических систем: визуальных телескопических систем, коллиматоров, систем наблюдения за объектами малых размеров, систем продольной и поперечной наводки, оптических компенсаторов и фокометров.

Визуальные телескопические системы. К ним относятся визиры, геодезические трубы, автоколлиматоры, перископические системы и др.

Для высококачественных систем данного класса приборов допустимые значения аберраций определяют из критерия числа Штреля, принимая $S \geqslant 0{,}8$. Рассмотрим аберрации III порядка и положим, что выполнены условия оптимальной балансировки: $W_{20} = -W_{40}$; $W_{120} = -W_{140}$. Из выражения (1.56) получим

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} = (A/180)\,W^2_{40} + (C/180)\,W^2_{140} + (E/12)\,W^2_{220} + (B/90)\,W_{40}W_{140} \leqslant F\lambda_0/196.$$

Преобразуем это выражение, заменив коэффициенты волновой аберрации их значениями, полученными из формул для продольных аберраций (1.26), (1.34), (1.35):

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} = \frac{\sin^4\sigma'_A}{180}\left[\frac{A}{16}\left(\delta s'_{\rho=1} - 4\delta s'_{\rho^2=0,5}\right)^2 + \frac{C}{64}\left(\Delta s'_1 - \delta s'_p\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{15}{4}E\delta s'_{\lambda_1\lambda_2} + 2B\left(\delta s'_{\rho=1} - \delta s'_{\rho^2=0,5}\right)\left(\Delta s'_1 - \delta s'_p\right)\right] \leqslant \frac{F\lambda_0^2}{196}. \quad (1.85)$$

Часто аберрации зрительных систем в пространстве за окуляром выражают в угловой мере, тогда формула (1.85) преобразится к виду

$$\overline{W}^2_{\Sigma\,\text{скв}} = \frac{f'^2_{\text{ок}}\sin^2\sigma'_A}{720}\left[\frac{A}{16}d_1^2 + \frac{C}{64}d_2^2 + \frac{15}{4}Ed_3^2 + \frac{B}{16}d_1d_2\right] \leqslant$$

$$\leqslant F\lambda_0^2/196,$$

где $f'_{\text{ок}}$ — фокусное расстояние окуляра;

$$d_1 = [2\left(\delta s'_{\rho=1} - 4\delta s'_{\rho^2=0,5}\right)\sin\sigma'_A]/f'_{\text{ок}};\ d_2 = 2\sin\sigma'_A\left[\Delta s_1 - \delta s'_p\right]/f'_{\text{ок}};$$

$$d_3 = 2\sin\sigma'_A\,\delta s'_{\lambda_1\lambda_2}/f'_{\text{ок}}.$$

Обозначим через $D' = 2f'_{\text{ок}}\sin\sigma'_A$ — диаметр выходного зрачка. Тогда для $\lambda_0 = 0{,}571$ мкм, $q(\chi) = q_2(\chi)$ получим условие допустимых угловых аберраций

$$[0{,}083d_1^2 + 0{,}005d_2^2 + 0{,}517d_3^2 - 0{,}0017d_1d_2]^{0,5} \leqslant 8{,}2''/D'.$$

Если в системе имеется только вторичный спектр, то $d_3 \leqslant 11'/D'$ и, например, при $D' = 4$ мм получим $d_3 \leqslant 2{,}8'$.

Для сферической аберрации в отсутствие хроматических аберраций для плоскости наилучшей установки имеем $d_1 \leqslant 14'/D'$ и, например, при $D' = 4$ мм получим $d_1 \leqslant 3{,}75'$. При наличии обеих аберраций одновременно, например, при $D' = 4$ мм должно выполняться условие $d_1 \leqslant 1{,}5'$, $d_3 \leqslant 2'$. С усложнением оптической системы (большие длины, наличие оборачивающих систем, систем смены увеличения и др.) аберрации растут и условие $S_\Sigma \geqslant 0{,}8$ не выполняется. Как указано Г. Г. Слюсаревым [52], для морских перископов с $D' = 4$ мм, $d_1 = 10' \div 12'$, $d_3 = 15' \div 20'$ кома по полю составляет 3′—5′, астигматизм 5′—10′, кривизна изображения 3—5 дптр, хроматическая разность увеличений до 0,5 %, дисторсия до 6—7 %. Такие аберрации по полю изображения снижают разрешающую способность системы в 10—15 раз по сравнению с центром изображения.

Иногда продольные аберрации (вторичный спектр, астигматизм) выражают в диоптриях. Определим допустимые значения из условия $S \geqslant 0{,}8$.

Допустимому продольному астигматизму из (1.72) при $\lambda = 0{,}55\cdot10^{-3}$ мм соответствует значение

$$L'_m - L'_s = \frac{(x'_m - x'_s)\,1000}{f'^2_{\text{ок}}} \leqslant \frac{0{,}68\lambda}{\sin^2\sigma'_A}\,\frac{1000}{f'^2_{\text{ок}}} = \frac{1{,}6}{D'^2}\ \text{дптр}.$$

Например, при $D = 4$ мм $L'_m - L'_n \leqslant 0{,}1$ дптр. Допустимый вторичный спектр для визуальной системы $W_{220} = 0{,}75\lambda_0$, а из (1.35) $\delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = 1{,}5\lambda_0/\sin^2\sigma'_A$. Для вторичного спектра $(\Delta L'_\lambda)$ получим $\Delta L'_\lambda = 2W_{220}\cdot10^3/(f'^2_{\text{ок}}\sin^2\sigma'_A) \leqslant 4{,}5/D'^2$ дптр.

При $D' = 4$ мм $\Delta L'_\lambda \leqslant 0{,}25$ дптр.

Коллиматоры. Известны различные оптические схемы коллиматоров: зеркальные (параболическое или сферическое зеркало, двухзеркальные системы типа Кассегрена, Ричи-Кретьена и др.), зеркально-линзовые, линзовые (например, двухлинзовый объектив). Исходя из требований к качеству изображения контролируемого изделия, устанавливают допустимое значение на остаточные аберрации коллиматоров. Остаточные аберрации не должны существенно влиять на характеристики качества изображения контролируемой системы, и при контроле высококачественных систем число Штреля коллиматора должно быть близким к единице, а среднеквадратическое отклонение волнового фронта менее (0,05÷0,03) λ.

Рассмотрим коллиматор с двухлинзовым объективом. Обычно монохроматические аберрации такого объектива малы, а из хроматических основное влияние на качество изображения оказывает вторичный спектр. Как известно, при ахроматизации для длин волн λ_F и λ_c $\delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = f'_{\text{к}}/1700$, где $f'_{\text{к}}$ — фокусное расстояние коллиматора. Примем условие, что вторичный спектр не должен ухудшать число Штреля более чем на 5 %, т. е. $S_\Sigma \geqslant 0{,}95$. Из (1.55), (1.56) находим $W_{220} \leqslant 0{,}122\lambda_0\sqrt{E/F}$. Для $q(\chi) = 1$ из табл. 1.8 получим $\sqrt{E/F} = 0{,}49$, откуда $f'_{\text{к}}$ и диаметр входного зрачка коллиметора $D_{\text{к}}$ должны удовлетворять условию $f'_{\text{к}} \geqslant 0{,}5D_{\text{к}}^2$.

Установим связь фокусного расстояния коллиматора с фокусным расстоянием контролируемой системы ($f'_{\text{к.с}}$). Из условия

$$\frac{f'_{\text{к}}}{1700}\left(\frac{f'_{\text{к.с}}}{f'_{\text{к}}}\right)^2 \leqslant \frac{2W_{220}}{\sin^2\sigma'_A} = \frac{0{,}244}{\sin^2\sigma'_A}\sqrt{\frac{E}{F}},$$

находим $f'_{\text{к}}/f'_{\text{к.с}} \geqslant (D_{\text{к}}/f'_{\text{к.с}})\sqrt{F/E}$.

Например, при диаметре входного зрачка контролируемой системы $D = 100$ мм, $f'_{\text{к.с}} = 1000$ мм, $q(\chi) = 1$, $\sqrt{E/F} = 0{,}5$ получим $f'_{\text{к}} \geqslant 5f'_{\text{к.с}}$, т. е. фокусное расстояние коллиматора должно быть в 5 раз больше фокусного расстояния контролируемой системы.

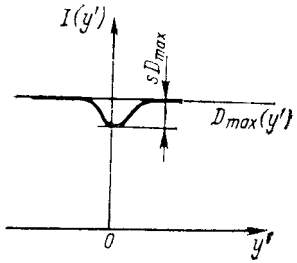


Рис. 1.19. Распределение освещенности в изображении темной точки на светлом фоне

Оптические системы наблюдения за объектами малых размеров. К этому классу систем можно отнести телевизионные визиры, визуальные и астрономические системы.

Здесь критерием качества изображения служит критерий обнаружения — минимальный угловой размер объекта, контраст изображения которого при наличии аберраций в оптической системе T превышает пороговый контраст приемника $T_{\text{порог}}$.

Положим, что объектом является темная точка на светлом фоне. Для точки малых размеров, соизмеримой с полушириной ФРТ, распределение освещенности в ее изображении из формулы (1.11) может быть преобразовано к виду [29]

$$I(y', z') = I_0 - sD_s(y', z'),$$

где I_0 — освещенность равномерного фона (рис. 1.19); s — площадь изображения объекта.

Контраст изображения точки

$$T = sD_{\max}(y', z')/I_0 = sI_{\text{об}}S_{\max}\pi \sin^2 \sigma'_A/\lambda^2, \qquad (1.86)$$

где $T_{\text{об}}$ — контраст объекта; $S_{\max}$ — наибольшее значение числа Штреля. Учитывая, что $s = \pi(\omega f')^2/4$, где ω — угловой размер объекта, находим условия обнаружения объекта с минимальным угловым размером

$$\omega_{\min} \leqslant \frac{4\lambda}{\pi D}\sqrt{\frac{T_{\text{пр}}}{T_{\text{об}}S_{\max}}},$$

где D — диаметр входного зрачка оптической системы.

Из формулы следует, что угловой размер изменяется пропорционально $[S_{\max}]^{-0,5}$ и при уменьшении величины $S_{\max}$, например, до 0,5 ω увеличивается по сравнению с безаберрационной системой в 1,4 раза; с другой стороны, угловой размер ω обратно пропорционален D и с увеличением D, если позволяет конструкция оптической системы, можно ослабить требования к качеству изображения. Но, несмотря на это, целесообразно стремиться к значению $S_{\max} \geqslant 0,8$.

Следует отметить, что формула (1.86) справедлива только для малых угловых размеров объекта. Оценим эти размеры.

Для расчета распределения освещенности воспользуемся формулой (1.13), преобразование Фурье которой дает нам искомую

величину $I(y')$. Для упрощения расчетов рассмотрим безаберрационную систему со зрачком квадратной формы. Тогда [56]

$$T = 2s\int_{-\mu_{\text{пред}}}^{\mu_{\text{пред}}}\int_{-\nu_{\text{пред}}}^{\nu_{\text{пред}}}\left(1 - \left|\frac{2\sigma'_A}{\lambda}\mu\right|\right)\left(1 - \left|\frac{2\sigma'_A}{\lambda}\nu\right|\right) \times$$

$$\times \frac{J_1(2\pi r\sqrt{\mu^2+\nu^2})}{2\pi r\sqrt{\mu^2+\nu^2}}\,d\mu\,d\nu,$$

где r — радиус геометрического изображения объекта. При малых s, ограничившись двумя членами разложения в ряд функции J_1, находим

$$T = \frac{s(\lambda)[1 - 1,65r^2\lambda^2/4\sigma'^2_A]}{2\sigma'_A}.$$

Откуда следует, что если $r \leqslant 0,17\lambda/2\sigma'_A$, то ошибка вычисления T по приближенной формуле (1.86) составит 5 %, т. е. формула (1.86) справедлива, если диаметр геометрического изображения объекта не более 1/3 полуширины дифракционной ФРТ.

Оптические системы продольной и поперечной наводки. Выполнение ряда прецизионных работ во многом обусловлено точностью оптических измерений. Точность измерений ограничивается чувствительностью наводок — установкой одного объекта относительно другого. Различают два вида наводок: поперечную и продольную. Чувствительность наводок зависит от параметров оптического прибора, например от апертурного угла, формы и размеров марок, свойств приемников и структуры оптического изображения, характеризуемой дифракцией и аберрациями.

Поперечная наводка — процесс, состоящий в совмещении линий или точки на изображении объекта, получаемого оптической системой, с отметкой, расположенной в плоскости изображения. Такими объектами и отметками служат, как правило, различные типы марок. По типам марок поперечная наводка делится на нониальную, при которой торцовыми частями совмещаются два одинаковых штриха; биссекториальную, при которой один штрих заводится в поле зрения между двумя другими; наводку на объект малых размеров по перекрестию, когда центр перекрестия совмещается с геометрическим центром объекта и др. Для осуществления поперечной наводки используют визирные приспособления, отсчетные и другие устройства.

Как уже отмечалось, две светящиеся точки или параллельные прямые видны раздельно, если расстояние между ними составляет примерно $120''/D$. При диаметре зрачка глаза $D = 2$ мм угловая разрешающая способность равна $1'$. С другой стороны, по многочисленным экспериментальным данным пороговая чувствительность совмещения марок в 8—10 раз меньше этого значения и составляет $2''$—$5''$. В основе столь высокой чувствительности

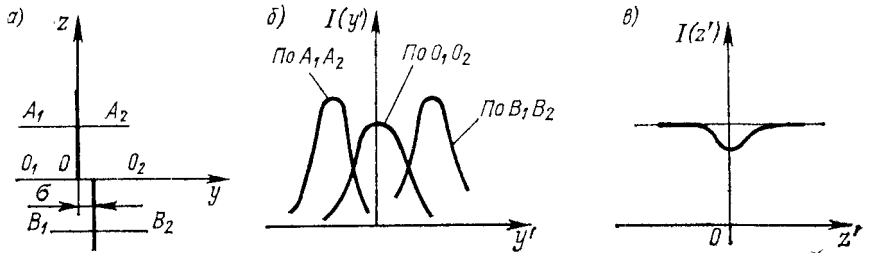


Рис. 1.20. Нониальное совмещение штрихов

поперечных наводок лежит перераспределение освещенности в изображении марок наблюдаемой зрительной системы [13].

Определим допуски на аберрации оптической системы, выполняющей поперечную наводку, на примере нониального совмещения штрихов [54].

Распределение освещенности в изображении штрихов, смещенных в поперечном направлении на σ, имеет вид, показанный на рис. 1.20, *а*. На рис. 1.20, *б* изображено распределение освещенности на границе раздела по O_1O_2 и направлениям A_1A_2 и B_1B_2, удаленных от границы; на рис. 1.20, *в* — распределение освещенности вдоль штрихов. Расчеты показывают, что при незначительном сдвиге в дифракционном изображении исследуемого объекта создается распределение освещенности, позволяющее заметить потемнение в месте соприкосновения сдвигаемых штрихов, вызывающее неравенство освещенностей на границе раздела штрихов и на линиях, отстоящих от нее на несколько диаметров диска Эри. Например, для зрачка квадратной формы имеем на линии раздела

$$I(y') = 0{,}5\,\{\mathrm{sinc}^2[ky' \sin\sigma'_A] + \mathrm{sinc}^2[k(y'-\sigma)\sin\sigma'_A]\},$$

при этом

$$I_{\max}(y'_i) = I(y'-0{,}5\sigma) = \mathrm{sinc}^2[0{,}5k\sigma\sin\sigma'_A].$$

Контраст изображения равен

$$K = \frac{I_{\max}(A_1A_2) - I_{\max}(O_1O_2)}{I_{\max}(A_1A_2)} \cong 1 - \mathrm{sinc}^2[0{,}5k\sigma\sin\sigma'_A].$$

Полагая, что величина σ имеет малое значение, и ограничившись двумя членами разложения в ряд sinc, находим пороговое значение чувствительности поперечной наводки $\sigma_п$ в зависимости от порогового контраста приемника $K_п$:

$$\sigma_п \cong \lambda\sqrt{K_п}/(2\sin\sigma'_A).$$

Например, при $K_п = 0{,}04$ $\sigma_п = 0{,}1\lambda/\sin\sigma'_A$, что составляет в угловой мере значение около 12″.

Рассмотрим влияние аберрации оптической системы на пороговую чувствительность $\sigma_п$. Будем считать, что аберрации в оптической системе допустимы, если $\sigma_п$ увеличивается по сравнению с безаберрационной системой не более чем на 20 %, т. е.

$$\sigma_п(W=0)/\sigma_п(W\neq 0) \geqslant 0{,}8.$$

Распределение освещенности в изображении линии при наличии аберрации для системы с квадратным зрачком имеет вид

$$I(y') = \int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A}\left|\int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A}\exp[ik(W(\beta',\gamma')-\beta'y')]\,d\beta'\right|^2 d\gamma',$$

и для случая малых аберраций

$$I(y') \cong 8\sigma'_A - \left[2\sigma'_A k^2\int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A}\int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A} W^2\,d\beta'\,d\gamma' - k^2\int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A}\left(\int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A} W\,d\beta'\right)^2 d\gamma'\right].$$

Контраст равен

$$K = \frac{I(y'=0{,}5\sigma) - I(y'=0)}{I(y'=0)}.$$

Расчеты показывают, что условие $(\sigma_п(W=0)/\sigma_п) \geqslant 0{,}8$ выполняется для каждой из аберраций предположении, что остальные аберрации равны 0, если $W_{20} \leqslant 0{,}5\lambda$, $W_{40} \leqslant 2\lambda$ [56].

Остановимся на коме III порядка. Как уже отмечалось, наличие комы приводит к смещению максимума освещенности. Определим это смещение в предположении, что аберрации малы. Из условия $\partial I(y')/\partial y' = 0$ найдем смещение максимума освещенности $\Delta y' = 0{,}94W_{31}/\sin\sigma'_A$.

Если один из штрихов изображается оптической системой, имеющей кому, например кому на оси, обусловленную децентрировками, то смещение максимума на $\Delta y'$ вызывает систематическую погрешность наведения и допуск на кому следует определять из допустимой погрешности наведения.

Так, если принять $\Delta y' = 0{,}061\lambda/\sin\sigma'_A$, то $W_{31} \leqslant 0{,}065\lambda$.

Продольная наводка применяется в практике оптических измерений, например при измерении фокальных отрезков объективов, фокусности призм и плоскопараллельных пластин, параллакса телескопических систем и др. Чувствительность продольных наводок характеризуется минимальной дефокусировкой δL или δW_{20} в волновой мере, которая может быть зарегистрирована приемной системой. Изменение структуры изображения является критерием чувствительности продольной наводки. Известны следующие методы продольной наводки [58]:

1) по анализу распределения освещенности в изображении объекта $I(y')$, точки, линии, края светлого поля, миры и др.; 2) по анализу ЧКХ; 3) по изменению волновых и геометрических аберраций.

Для повышения чувствительности наводки и создания высокоточных систем визуальной и автоматической фокусировки используются различные модификации указанных методов.

В основе метода *наводки по резкости изображения* марки лежит наблюдение изменения освещенности в изображении объекта при малых дефокусировках. Наблюдатель поочередно вводит положительную и отрицательную дефокусировку и фиксирует момент наилучшего изображения (наибольшего значения освещенности). Обозначим через $K_п$ — пороговый контраст изменения во времени освещенности. Тогда пороговую чувствительность продольной наводки можно определить из условия

$$\frac{I_{max}(y',\ z',\ \delta W_{20}=0) - I_{max}(y',\ z',\ \delta W_{20}\neq 0)}{I_{max}(y',\ z',\ \delta W_{20}=0)} \geqslant K_п. \quad (1.87)$$

Для безаберрационной системы выражение (1.87) может быть представлено аналитически (табл. 1.23). Так, при $K_п = 0{,}2$ $\delta W_{20} = 0{,}25\lambda$ для точечного объекта и системы с круглым зрачком. При наличии в оптической системе аберраций величина δW_{20} определяется из формулы (1.87).

Расчеты показали, что чувствительность наводок ухудшается по сравнению с безаберрационной системой на 20 % при наличии сферической аберрации $W_{40} = 0{,}5\lambda$ или комы $W_{31} = 0{,}5\lambda$.

В основе метода продольной наводки по резкости изображения сдвинутых по глубине марок (рис. 1.21, *а*) лежит одновременное наблюдение глазом или иным приемником изображения двух марок a' и b', например штрихов, смещенных по высоте и расфокусированных на одинаковые расстояния и в противоположные стороны. На рис. 1.21, *б* дано распределение освещенности в изображении тонкой линии в зависимости от дефокусировки W_{20}. Видно, что существует область значений W_{20}, при которых тан-

Таблица 1.23

Связь пороговой чувствительности продольной наводки, выраженной в волновой мере (δW_{20}), с $K_п$ в зависимости от типа объекта и формы зрачка [58]

Форма зрачка	Форма объекта		
	Точка	Линия	Мира
Кольцевая	$0{,}55\lambda\sqrt{K_п}\,[1-\varepsilon^2]^{-1}$	$0{,}65\lambda\sqrt{K_п}\,[1-\varepsilon^2]$	—
Круглая	$0{,}55\lambda\sqrt{K_п}$	$0{,}65\lambda\sqrt{K_п}$	—
Квадратная	$0{,}38\lambda\sqrt{K_п}$	$0{,}38\lambda\sqrt{K_п}$	$0{,}4\lambda\sqrt{K_п}$

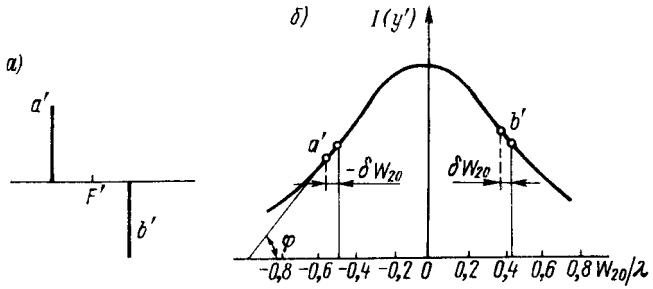


Рис. 1.21. Продольная наводка по резкости изображения сдвинутых по глубине тонких штрихов

генс угла наклона к кривой наибольший, т. е. $\partial I(y'=0)/\partial W_{20} = \max$. Этой области соответствуют значения $W_{20} \cong (0{,}3 \div 0{,}6)\,\lambda$, и смещение изображения марок относительно параксиального изображения на $\delta L \cong 0{,}2\lambda/\sin\sigma'_A$.

Из рис. 1.21 следует, что контраст изображения при погрешности фокусировки δW_{20} равен

$$K = (I_1 - I_2)/I_1 = \Delta I/I_0 = 2\delta W_{20}\operatorname{tg}\varphi/I_0. \quad (1.88)$$

Выраженная в волновой мере пороговая чувствительность наводки для данного метода равна $\delta W_{20} = 0{,}22\lambda\sqrt{K_п}$. Например, если принять $K_п = 0{,}05$, то $\delta W_{20} = \lambda/90$, что примерно в 20 раз меньше, чем при расчете по вышеописанному методу. Наличие аберраций в оптической системе приводит к уменьшению $\operatorname{tg}\varphi$, а следовательно, как видно из формулы (1.88), и к ухудшению чувствительности.

Введем коэффициент $\bar{\psi} = \operatorname{tg}\varphi\,(W \neq 0)/\operatorname{tg}\varphi\,(W=0)$, равный отношению тангенсов углов наклона при наличии аберраций в системе к тангенсу угла наклона безаберрационной системы.

Рассмотрим влияние аберраций на величину $\bar{\psi}$. Расчеты показывают, что при наличии сферической аберрации для W_{40} равного $0{,}5\lambda$ и $1{,}0\lambda$ имеем соответственно $\bar{\psi}$ равное 0,81 и 0,685; при наличии комы для W_{31} равного $0{,}5\lambda$ и $1{,}0\lambda$, получим соответственно ψ, равное 0,80 и 0,44. Таким образом, наличие аберраций приводит к ухудшению пороговой чувствительности продольной наводки.

Из методов продольных *наводок по анализу ЧКХ* наибольший интерес представляет метод наводки по сдвинутым по глубине растрам. В отличие от предыдущего метода здесь в качестве марки используется растр с определенным числом штрихов на 1 мм. Одновременно рассматриваются контрасты изображения растров. ЧКХ в зависимости от относительной частоты $\omega = \lambda\mu/(2\sin\sigma'_A)$ и расфокусировки W_{20} показана на рис. 1.22.

Оптимальные значения частоты ω_{opt} и расфокусировки δL_{opt}, при которых чувствительность наивысшая, равны [58]:

$$\omega_{opt} = 0{,}33;\ \mu_{opt} = 2\sin\sigma'_A/3\lambda;\ (W_{20})_{opt} = 0{,}37\lambda;$$
$$\delta L_{opt} = 0{,}75\lambda/\sin^2\sigma'_A.$$

Пороговая чувствительность продольной наводки в волновой и линейной мерах равна:

$$\delta W_{20} = \frac{\Delta T\lambda}{2\operatorname{tg}\varphi};\quad \delta L = \frac{\Delta T\lambda}{2\operatorname{tg}\varphi\sin^2\sigma'_A},$$

где ΔT — разность контрастов в изображении обоих растров или относительное пороговое изменение освещенности, регистрируемое приемной частью устройства продольной наводки,

$$\Delta T = [8\pi\omega\,(W_{20}/\lambda)^2]^{-1}\{8\pi\omega\,(1-\omega)\,W_{20}/\lambda\cos\times$$
$$\times\,[2\pi\omega\,(1-\omega)\,(W_{20}/\lambda)] - \sin\,[8\pi\omega\,(1-\omega)\,(W_{20}/\lambda)]\}.$$

Для оптимальных значений ω_{opt}, $(W_{20})_{opt}$ находим $\operatorname{tg}\varphi = 0{,}812$, и для пороговой чувствительность получим $\delta W_{20} = 0{,}3\Delta T\lambda$. При фотоэлектрической обработке изображения можно принять $\Delta T = 0{,}01$ и, следовательно, довести пороговую чувствительность до величины $\delta W_{20} \cong \lambda/150$.

Как будет показано ниже, для некоторых аберраций, таких как поперечный хроматизм, двоение изображения, сдвиг изображения во времени, ЧКХ можно представить как произведение ЧКХ $T(\omega)$ в отсутствие этих аберраций на ЧКХ соответствующих аберраций $T'(\omega)$. В этом случае аберрации ухудшают чувствительность наводки в $T'(\omega)$ раз. Если принять, что чувствительность наводки не должна ухудшаться более чем на 20 % по сравнению с чувствительностью безаберрационной системы, то допустимые аберрации должны удовлетворять условию $T'(\omega) \geqslant 0{,}8$. При наличии сферической аберрации, комы, астигматизма функцию изменения контраста от дефокусировки следует рассматривать совместно с этими аберрациями и оценка чувствительности выполняется для конкретных значений аберраций.

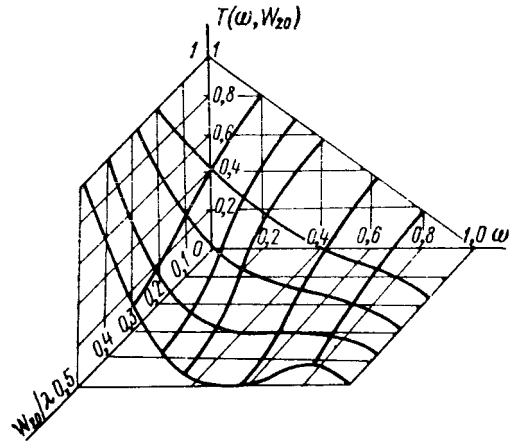


Рис. 1.22. Частотно-контрастная характеристика при наличии дефокусировки

Оптические системы при использовании приборов, обладающих несимметричными аберрациями. Как было указано выше, при наличии в оптической системе несимметричных аберраций типа комы или поперечного хроматизма максимумы освещенности в изображении объекта (точки, линии и др.) и в его параксиальном изображении не совпадают, а смещаются. Наличие несимметричных аберраций в одной из систем, проектирующей, например, марку, приводит к систематической погрешности, а следовательно, и к ошибке измерения [57].

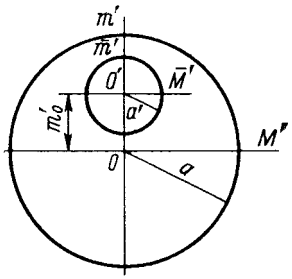


Рис. 1.23. Оптическая система с децентрированным зрачком

Смещение максимума освещенности при наличии комы III порядка определяется формулой (1.63): $\Delta y' = -2\delta g'/9$. Кома может появляться и на оптической оси системы, например, при децентрировках оптических элементов или при нецентрированных пучках лучей оптической системы. Последний случай встречается в системах двойного изображения, в датчиках углового и поперечного смещения и в других устройствах.

Остановимся на нем подробнее. Прежде всего рассмотрим волновые аберрации оптической системы с децентрированным зрачком. Положим, что центр входного зрачка смещен по оси m' на величину m'_0 относительно центра оптической системы O (рис. 1.23). Координаты m', M' в плоскости зрачка V в системе координат $\overline{m'O'M'}$ имеют вид:

$$m' = m'_0 + \bar{m}';\ M' = \bar{M}'.$$

Заменив в выражении (1.20) полярные координаты на декартовы и подставив вместо m', M' их значения, получим волновую аберрацию системы с децентрированным зрачком. Если ограничиться аберрациями III порядка, то волновую аберрацию системы с децентрированным зрачком можно представить как волновую аберрацию III порядка W_{III} центрированной системы со зрачком V, не связанную с положением центра зрачка, и волновую аберрацию децентрировки $W_{дец}$, зависящую от величины смещения m'_0:

$$W = W_{III} + W_{дец},$$

где

$$W_{III} = \sum_{\substack{i=1,\ j=0\\ i=4,\ j=2}} W_{ij}\rho'^i\cos^j\varphi;$$

$$0 \leqslant \rho' \leqslant \frac{\sqrt{\bar{m}'^2 + \bar{M}'^2}}{a'} \leqslant 1,$$

где a' — радиус децентрированного зрачка.

$$W'_{ij} = \left(\frac{a'}{a}\right)^i W_{ij};$$

$$W_{\text{дец}} = 4\left(\frac{a'}{a}\right)^3 \frac{m'_0}{a} W_{40} \frac{\bar{m}'(\bar{m}'^2 + \bar{M}'^2)}{a'^3} +$$

$$+ 2\left(\frac{a'}{a}\right)^2 \left(\frac{m'_0}{a}\right) W_{40} \frac{3\bar{m}'^2 + \bar{M}'^2}{a'^2} + \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \left(\frac{m'_0}{a}\right) W_{31} \frac{3\bar{m}'^2 + \bar{M}'^2}{a'^2},$$

где a — радиус зрачка центрированной системы (см. рис. 1.23).

Первое слагаемое в правой части выражения для $W_{\text{дец}}$ представляет собой кому децентрировки, пропорциональную m'_0 и постоянную для всех точек изображения, два других слагаемых — астигматизм. При наличии комы децентрировки происходит смещение максимума освещенности на величину

$$\Delta y' = 2{,}68\left(\frac{a'}{a}\right)^3 \left(\frac{m'_0}{a}\right) \frac{W_{40}}{a'}. \qquad (1.89)$$

При наличии поперечного хроматизма максимум освещенности в изображении точечного объекта смещается на величину $\Delta y'_\Sigma$ относительно параксиального изображения точки для длины волны λ_0. Для упрощения расчетов в качестве объекта возьмем тонкую линию и зрачок квадратной формы. Функция рассеяния линии (ФРЛ) определяется из формулы (1.62) и для системы с квадратным зрачком с точностью до постоянного множителя имеет вид

$$I(y') = \frac{1}{\lambda} \int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A} |f(\gamma', y')|^2 d\gamma',$$

$$f(\gamma', y') = \int_{-\sigma'_A}^{\sigma'_A} \exp[-ikW(\beta', \gamma')] \exp[-ik\beta' y'] d\beta'. \qquad (1.90)$$

Полагая, что аберрации малы, ограничимся тремя членами разложения $\exp[ikW]$. Обозначим через $\Delta' = W(\beta', \gamma') - \beta' y'$. После преобразований (1.90) для нормированной ФРЛ получим

$$I(y') = 1 - k^2 \sin^2 \sigma'_A [\Delta y'_\lambda - y']^2/3.$$

Полихроматическая функция рассеяния линии $I_\Sigma(y')$ имеет вид

$$I_\Sigma(y') = \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda} d\lambda\right]^{-1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda} I_\lambda(y')\, d\lambda. \qquad (1.91)$$

Подставив (1.90) в (1.91) и учтя волновую аберрацию поперечного хроматизма (1.37), получим $I_\Sigma(y')$. Смещение максимума

освещенности $\Delta y'_\Sigma$ можно найти из условия $\partial I_\Sigma(y')/\partial y' = 0$. После преобразований получим

$$\Delta y'_\Sigma = \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^3} d\lambda\right]^{-1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{q(\lambda)}{\lambda^3} \Delta y'_\lambda\, d\lambda.$$

Для неахроматизированных систем линейный поперечный хроматизм можно приближенно представить в виде

$$\Delta y'_\lambda = \Delta y'_{F-C}(\lambda_0 - \lambda)/(\lambda_1 - \lambda_2). \qquad (1.92)$$

Для визуальной системы с границами спектрального диапазона $\lambda_1 = \lambda_F$, $\lambda_2 = \lambda_C$ и с функцией спектральной эффективности (см. табл. 1.8) $q(\chi) = q_2(\chi)$ с учетом (1.92) получим

$$\Delta y'_\Sigma = 0{,}21\, \Delta y'_{F-C}. \qquad (1.93)$$

Приведем примеры анализа погрешностей оптических измерений с помощью формул (1.69), (1.89), (1.93).

Рассмотрим два метода измерения фокусных расстояний: метод увеличений и коинцидентный [3].

Метод увеличения основан на определении величины изображения y', построенного в фокальной плоскости испытуемого объектива. Фокусное расстояние f' равно $f' = f'_к y/y'$, где $f'_к$ — фокусное расстояние коллиматора; y, y' — величины предмета и изображения.

Наличие комы в испытуемом объективе приводит к погрешности измерения, которая равна $2\Delta y'$, откуда погрешность $\Delta f'$ при определении f', вызванная только смещением максимума освещенности из-за комы, по (1.69) составит

$$\Delta f' = 2f'\, \Delta y'/y' = 0{,}44 f' \delta g'/y'.$$

Здесь $\delta g'$ определяется соотношением [52] $\delta g' = -1{,}5 y' S_{II} \times \sin^2 \sigma'_A$, где S_{II} — сумма Зейделя, характеризующая кому III порядка. Окончательно для относительной погрешности получим

$$\Delta f'/f' = 0{,}66 S_{II} \sin^2 \sigma'_A.$$

Величина S_{II} для каждого испытуемого объектива может принимать различные значения. Так, если испытуемый объектив — тонкая плоско-выпуклая линза, то при установке ее плоской поверхностью к параллельному ходу лучей после коллиматора $S_{II} = 3$, а при установке выпуклой поверхностью $S_{II} = 1/3$. Если принять, например, $\sin \sigma'_A = 0{,}05$; $S_{II} = 3$, то получим $\Delta f'/f' = 0{,}5\ \%$.

Коинцидентный метод основан на нониальном совмещении двух или более концов штрихов объекта и миры A, разделенных оптической системой, расстояние между которыми известно с пре-

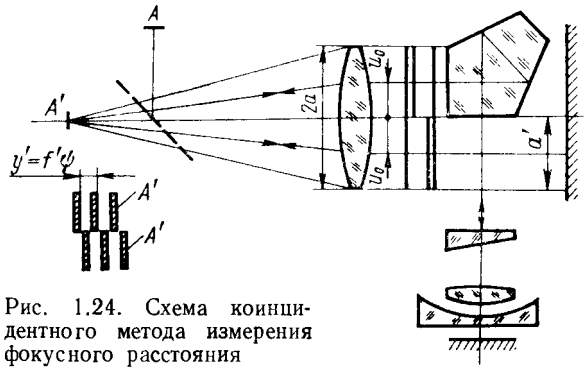


Рис. 1.24. Схема коинцидентного метода измерения фокусного расстояния

дельной точностью. При измерении угла ψ между штрихами находим $t' = y/\psi$.

Особенностью данной схемы является то, что оба изображения штрихов A' строятся пучками, децентрированными относительно оптической оси (рис. 1.24). В этом случае, как показано выше, если в контролируемом объективе присутствует сферическая аберрация, то появляется кома децентрировки, вызывающая смещение максимума освещенности. Принимая согласно рис. 1.24 в формуле (1.89) $a' = 0{,}5a$; $m'_0 = 0{,}5a$, получим

$$\Delta y' = 0{,}17W_{40}/\sin\sigma'_A.$$

Здесь $W_{40} = f'S_I \sin^4\sigma'_A$, где S_I — сумма Зейделя, характеризующая сферическую аберрацию III порядка.

Учитывая, что в автоколлимационной схеме сферическая аберрация складывается, получим

$$\Delta y' = 0{,}08f'S_I \sin^3\sigma'_A.$$

При этом относительная погрешность определения фокусного расстояния будет

$$\Delta f'/f' = 0{,}08S_I f' \sin^3\sigma'_A/y'.$$

Если принять, например, $\sin\sigma'_A = 0{,}05$; $S_I = 0{,}2$; $f'/y' = 100$ мм, то $\Delta f'/f' = 0{,}2\ \%$.

Для уменьшения погрешности следует уменьшить диаметр децентрированного пучка, а для полного ее устранения — применить светоделительную призму, позволяющую использовать центрированные пучки.

Рассмотрим работу оптических компенсаторов. Действие оптических компенсаторов (рис. 1.25) основано на свойстве оптических элементов при их перемещении или повороте смещать проходящие через них лучи света параллельно первоначальному направлению или отклонять их [72]. В табл. 1.24 даны аналитические зависимости, определяющие параметры компенсаторов и значе-

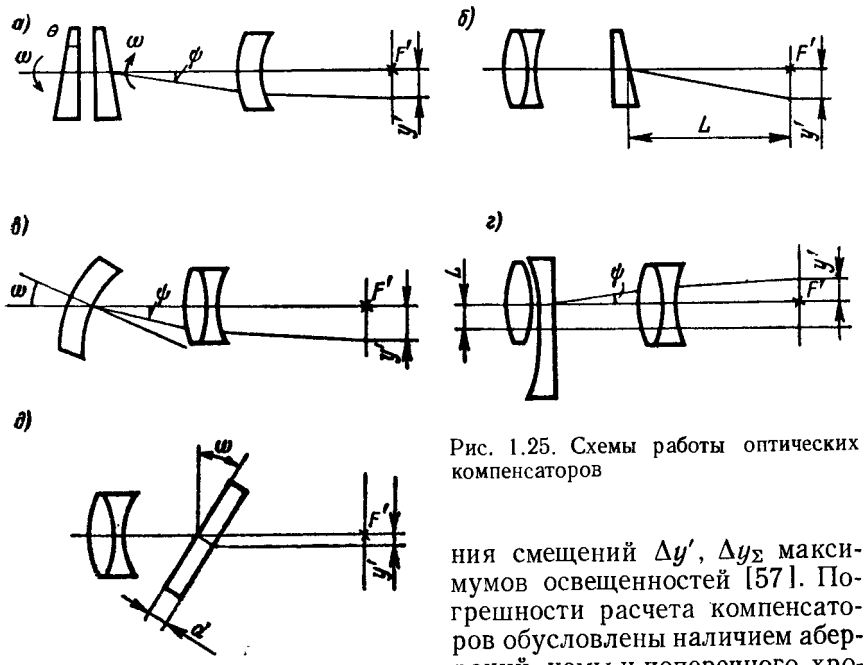


Рис. 1.25. Схемы работы оптических компенсаторов

ния смещений $\Delta y'$, Δy_Σ максимумов освещенностей [57]. Погрешности расчета компенсаторов обусловлены наличием аберраций, комы и поперечного хроматизма. Относительная погрешность $\Delta y'/y'$ для компенсаторов, выполненных из стекла К8, приведена в табл. 1.25. Для исключения погрешностей следует в компенсаторах *1*, *2* клинья выполнять ахроматическими, в компенсаторе *3* принять $y'_1 = y_2$, т. е. ось вращения расположить на расстоянии $x_1 = -d/[n(\Gamma - 1)]$. В компенсаторе *4* в линзе, установленной перед объективом зрительной трубы, выполнить $S_{II\,л} = 0$. Аберрации качающейся пластины неустранимы, поэтому компенсатор *5* следует применять при соответствующих ограничениях.

Телескопическая линза. Рассмотрим влияние монохроматических аберраций на погрешность ее работы. Телескопическую линзу можно представить как систему, состоящую из положительного тонкого компонента с фокусным расстоянием $f'_1 = R_1 n/(n-1)$ и отрицательного компонента с фокусным расстоянием $f'_1 = -R_2 n/(n-1)$, причем компоненты разделяются не воздушным, как в обычной телескопической системе, а стеклянным промежутком с показателем преломления n. Тогда, по аналогии с формулами для обычной телескопической системы, меридиональные составляющие аберраций III порядка, выраженные в угловой мере, для телескопической линзы имеют следующий вид [17]:

сферическая аберрация

$$[\delta g]'_1 = \frac{m(m^2 + M^2)\, n(\Gamma - 1)}{2f'^3_1 (n-1)^2};$$

Таблица 1.24

Параметры оптических компенсаторов

№ п/п	Тип компенсатора	$y = f(\omega)$ $y = f(L)$	$\Delta y'$	$\Delta y'_\Sigma$
1	Два вращающихся клина в параллельном ходе лучей (рис. 1.25, *а*)	$2f'\theta\,(n-1)\sin\omega$	—	$0{,}42f'\delta \times$ $\times\,(n-1)\sin\omega/\nu$
2	Клин в сходящемся ходе лучей, перемещающийся вдоль оптической оси (рис. 1.25, *б*)	$L\theta\,(n-1)$	—	$0{,}21\delta L \times$ $\times\,(n-1)/\nu$
3	Качающаяся телескопическая линза в параллельном ходе лучей (рис. 1.25, *в*)	$0{,}5\,(\Gamma-1)\times$ $\times\,f'\sin 2\omega$	$\frac{1{,}5m^2f'\times}{\times(\Gamma-1)^2}{\Gamma d^2}\times$ $\times\,f'\frac{n}{(1-n)^2}\times$ $\times\,\mathrm{tg}\,\omega\,(y_1-y_2)$	$\frac{0{,}21\,(\Gamma-1)}{n\nu}\times$ $\times\,(y_1-y_2)\,\mathrm{tg}\,\omega$
4	Линзовый компенсатор в параллельном ходе лучей (рис. 1.25, *г*)	$f'L/f'_A$	$\frac{Lf'\sin^2\sigma'_A}{3f'_A}S_{II}$	—
5	Качающаяся плоскопараллельная пластина в сходящемся ходе лучей (рис. 1.25, *д*)	$d\frac{n-1}{n}\sin\omega$	$d\,(n^2-1)\times$ $\times\,\sin^2\sigma'_A\times$ $\times\,\frac{\sin\omega}{3n^3}$	$\frac{0{,}21\,(n-1)}{\nu n^2}\times$ $\times\,\sin\omega\sin\sigma'_A$

Примечание. Приняты обозначения: ω — угол поворота компенсатора; L — смещение компенсатора; ψ — угол отклонения лучей; n — показатель преломления материала, из которого сделан компенсатор; θ — преломляющий угол клина; Γ — видимое увеличение телескопической линзы; ν — коэффициент дисперсии материала; $y_1 = \frac{x_1(\Gamma-1)}{\Gamma d}$; $y_2 = \frac{1}{\Gamma}\left(\frac{1-\Gamma}{n}+y_1\right)$; x_1 — расстояние от оси вращения телескопической линзы O до ее первой поверхности; d — толщина оптического элемента по оси; σ'_A — апертурный угол перемещающейся линзы; $2m$ — диаметр светового пучка компенсатора.

кома

$$[\delta g']'_2 = -\frac{3m^2+M^2}{2f'^2_1}\Gamma\,\mathrm{tg}\,\omega\frac{n}{(n-1)^2}(y_1-y_2);$$

астигматизм

$$[\delta g']'_3 = -\frac{\Gamma m\,\mathrm{tg}\,\omega}{2f'_1}\left\{3\left[\frac{n}{(n-1)^2}(y_1^2+\Gamma y_2^2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{2}{1-n}(y_1-y_2\Gamma)+\frac{1-\Gamma}{n}\right]+1-\Gamma\right\};$$

кривизна поля

$$[\delta g']'_4 = -\frac{\Gamma m}{2f'_1}\mathrm{tg}^2\,\omega\,(1-\Gamma);$$

дисторсия

$$[\delta g']'_5 = -\frac{\Gamma}{2}\mathrm{tg}^3\,\omega\left[\frac{n}{(n-1)^2}(y_1^3-\Gamma^2y_2^3)+\frac{3}{1-n}(y_1^2-y_2^2\Gamma^2)+\right.$$

$$\left.+\frac{1-n^2}{n^2}(1-\Gamma^2)+3\left(\frac{1}{n}-1\right)(y_1-y_2\Gamma^2)\right];$$

хроматизм увеличения

$$[\delta g']'_6 = -\frac{\Gamma-1}{n\nu}\Gamma\,(y_1-y_2),$$

где ν — дисперсия материала; m, M — координаты луча на входном зрачке линзы; ω — угол поля изображения в пространстве предмета (угол поворота телескопической линзы); Γ — угловое увеличение; y_1, y_2 — положения входного зрачка, выраженные в долях f'_1, $y_1 = x_1/f'_1$; $y_2 = [(1-\Gamma)/n + y_1]/\Gamma$ (x_1 — расстояние от первой поверхности линзы до входного зрачка, т. е. до оси ее вращения).

Вводя в выражение для аберраций значение f'_1, можно отметить, что аберрации обратно пропорциональны: сферическая аберрация — d^3, кома — d^2, астигматизм и кривизна поля — d. Дисторсия не зависит от d и пропорциональна ω^3.

Рассмотрим примеры применения телескопических линз в измерительных приборах: оптическом микрометре, функциональном оптическом преобразователе, фокусирующем элементе.

Таблица 1.25

Отиосительная погрешность работы компенсаторов

Номер компенсатора (см. табл. 1.24)	$\Delta y'/y'$	$\Delta y'_\Sigma/y'$
1	—	0,0033
2	—	0,0033
3	$8{,}5\left(\frac{m}{d}\right)^2\frac{\Gamma-1}{\Gamma}\times$ $\times\,(y_1-y_2)$	$0{,}22\,(y_1-y_2)$
4	$0{,}3S_{IIл}\sigma'^2_A$	—
5	$0{,}364\sigma'^2_A$	0,0022

В оптическом микрометре телескопическая линза перемещается в направлении, перпендикулярном к оптической оси, на расстояние h_1. Луч, идущий параллельно оптической оси линзы на расстоянии h_1, выйдет также параллельно оси на высоте h (рис. 1.26, *а*), причем $h = \Gamma h_1$. Смещение луча $\Delta h = h - h_1$ равно $\Delta h = h\,(\Gamma-1)/\Gamma$.

Это свойство используется для построения оптического микрометра. Реальный луч, идущий на

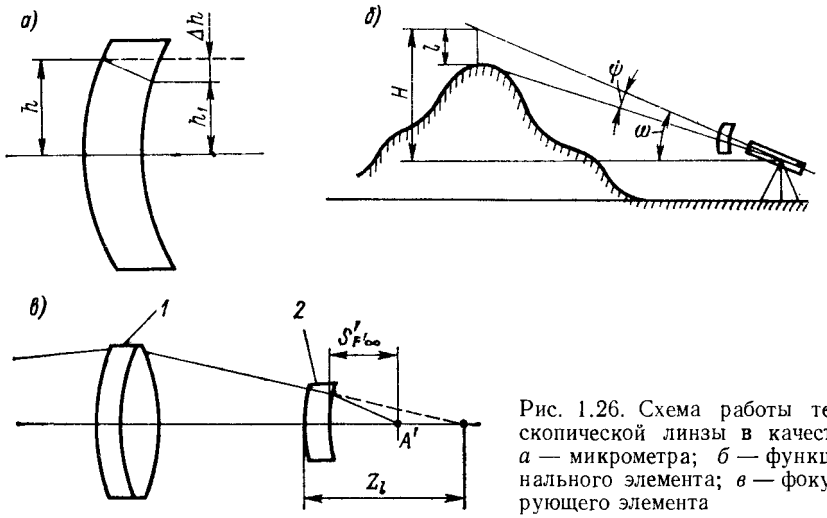


Рис. 1.26. Схема работы телескопической линзы в качестве: *а* — микрометра; *б* — функционального элемента; *в* — фокусирующего элемента

высоте h, пересечет вторую поверхность линзы на некоторой высоте $h_1 + \delta$, где

$$\delta_1 \cong -h^3 (n-1)\, d/(2R_1^3 n^3). \qquad (1.94)$$

Если сетка зрительной трубы расположена на некотором расстоянии s от линзы, то смещение луча в плоскости сетки равно

$$\delta_2 \cong -\frac{h^3}{2R_1^3}\,\frac{n-1}{n^2}\,(\Gamma - 1)\, s. \qquad (1.95)$$

При этом общее смещение луча в плоскости сетки будет

$$\Delta h = \frac{h(\Gamma-1)}{\Gamma} + \delta_1 - \delta_2 = \frac{h(\Gamma-1)}{\Gamma} - \frac{h^3}{2R_1^3}\,\frac{(n-1)}{n^2}\left[\frac{d}{n} - (\Gamma-1)\, s\right].$$

Второе слагаемое в правой части формулы представляет собой отступление смещения луча от линейности. Обычно Γ близко к единице, а s — мало (телескопическая линза устанавливается вблизи сетки), поэтому отступление от линейности определяется главным образом величиной δ_1.

Радиусы кривизны телескопической линзы можно найти по формулам:

$$R_1 = \Gamma (n-1)\, d/[(\Gamma - 1)\, n]; \quad R_2 = (n-1)\, d/[(\Gamma - 1)\, n].$$

Очевидно, что значение δ_1 обратно пропорционально d^2 и, следовательно, δ_1 можно уменьшить, увеличивая толщину линзы d. В зависимости от точности расчета оптического компенсатора из (1.94) и (1.95) определяют параметры телескопической линзы.

Рассмотрим телескопическую линзу в качестве элемента функционального оптического преобразователя. При повороте линзы на угол ω отклонение луча ψ (рис. 1.25, *б*) выражается следующей формулой:

$$\operatorname{tg}\psi = 0{,}5\Delta\Gamma \sin 2\omega + \rho,$$

где $\rho = 0{,}5\,(\Delta\Gamma)^2\,(\sin 2\omega - \sin 4\omega)$; $\Delta\Gamma = \Gamma - 1$. При небольших углах ω справедливо выражение $\operatorname{tg}\psi = 0{,}5\,\Delta\Gamma \sin^2\omega$.

Если зрительная труба направлена на край рейки длиною l (рис. 1.26, *б*), установленной на объекте, превышение H которого определяется, и наклонена на угол ω к горизонту, то превышение определяют по следующей формуле:

$$H = l \sin^2\omega/(2 \operatorname{tg}\gamma).$$

Учитывая выражение для $\operatorname{tg}\psi$ и H, получим

$$H = l/2\gamma_0 = kl,$$

где $k = 1/\gamma_0 = \text{const}$. Таким образом, по отсчету отрезка l на рейке в плоскости сетки зрительной трубы можно непосредственно измерять H. На точность измерения H оказывает влияние угловая дисторсия $[\delta g']'_5$ телескопической линзы, в которой угловое поле в пространстве предметов ω — угол поворота телескопической линзы.

Из формулы для дисторсии видно, что величина $[\delta g']'_5$ при $\Gamma \neq 1$ зависит главным образом от положения центра вращения линзы x_1 и выбором x_1 можно уменьшить угловую дисторсию до некоторого минимального значения. Расчеты показывают, что дисторсия $[\delta g']'_5$ минимальна, когда центр вращения линзы совпадает с центром кривизны первой поверхности.

Другим примером применения телескопической линзы является фокусирующий элемент. На рис. 1.26, *в* показан объектив зрительной трубы *1* и телескопическая фокусирующая линза *2*.

Связь дистанции до объекта с перемещением телескопической линзы в качестве фокусирующего элемента зрительной трубы определяется соотношением [72]

$$Z_l = \Gamma\,(d/n + \Gamma S'_{F'\infty}) + f'^2/[E'\,(\Gamma^2 - 1)],$$

где f' — фокусное расстояние объектива 1; $S'_{F'\infty}$ — расстояние от задней поверхности линзы *2* до плоскости сетки A', когда дистанция до объекта $E' = \infty$; E' — расстояние от объекта до объектива *1*.

Наибольшее перемещение линзы ΔZ равно

$$\Delta Z = \frac{f'^2}{\Gamma^2 - 1}\left[\frac{E'_{\max} - E'_{\min}}{E'_{\max} E'_{\min}}\right].$$

Зная $E'_{\max}$, $E'_{\min}$, f' и задаваясь $S'_{F'\infty}$ и ΔZ, можно определить величину Γ. На качество изображения наибольшее влияние ока-

зывает сферическая аберрация, вносимая телескопической линзой. При выполнении условия

$$\frac{Z_{l\,\max}(\Gamma-1)\,n}{\Gamma(n-1)} < 1 + 0{,}25\sin\sigma'_A$$

число Штреля, обусловленное сферической аберрацией, превышает значение 0,8.

Система управления оптическим телескопом. При астрономических наблюдениях объект и астрономический инструмент находятся в движении и вследствие погрешностей автоматической системы управления изображение за время экспозиции перемещается в плоскости приемника относительно оптической оси. Это приводит к изменению структуры изображения и, следовательно, к ухудшению качества изображения. Таким образом, смещение (сдвиг) изображения по своему воздействию на изображение аналогично влиянию аберраций оптической системы и для оценки точности системы управления телескопом можно воспользоваться одним из критериев качества изображения. Несложно показать, что сдвиг изображения можно рассматривать как один из независимых элементов последовательного каскада приборов, формирующих изображение со своими ФРТ и ОПФ.

Функция рассеяния точки сдвига — $D_{\text{сдв}}(y', z')$ описывается следующим выражением:

$$D_{\text{сдв}}(y', z') = \int_0^{t_э} \delta\,[y' - y'(t),\ z' - z'(t)]\,dt,$$

где $\delta(y', z')$ — дельта-функция; t — текущее время; $y'(t)$, $z'(t)$ — уравнение кривой, по которой перемещается изображение за время экспозиции $t_э$.

ОПФ сдвига $d_{\text{сдв}}(\mu, \nu)$, как преобразование Фурье ФРТ, имеет вид

$$d_{\text{сдв}}(\mu, \nu) = \frac{1}{t_э}\int_0^{t_э} \exp\{2\pi i\,[\mu y'(t) + \nu z'(t)]\}\,dt. \qquad (1.96)$$

Рассмотрим ОПФ сдвига изображения в зависимости от вида уравнения перемещения изображения [84]. Для линейного перемещения изображения вдоль прямой линии (рис. 1.27) $y'(t) = vt$, где v — скорость движения изображения. Тогда ОПФ сдвига изображения из (1.96) имеет вид

$$d_{\text{сдв}}(\mu) = T_{\text{сдв}}(\mu) = \operatorname{sinc}(\pi a\mu),$$

где $a = vt_э$ — наибольшее значение сдвига изображения за время экспозиции.

При синусоидальном движении изображения (рис. 1.27) с амплитудой перемещения, равной $a/2$, и наибольшем смещении за время $t_э$, равном периоду колебания, ОПФ сдвига равна

$$d_{\text{сдв}}(\mu) = J_0(\pi a\mu).$$

Для статистически случайных смещений изображения (рис. 1.27)

$$d_{\text{сдв}}(\mu) = \exp[-2\pi^2 a^2 \mu^2],$$

где a — усредненное значение сдвига изображения. Выражения приведены для одномерного случая, но их несложно преобразовать для двумерного в соответствии с (1.96). Допустимые значения сдвига изображения $a_{\text{доп}}$ определяются из условия допустимого снижения контраста на заданной частоте $\mu_к$. Так, для линейного сдвига приближенная формула для расчета $a_{\text{доп}}$ имеет вид $a_{\text{доп}} \cong 0{,}78\,[1 - T_{\text{сдв}}(\mu_к)]^{0,5}/\mu_к$. При $T_{\text{сдв}}(\mu_к) = 0{,}8$ получим $a_{\text{доп}} = 0{,}35/\mu_к$. Если принять $\mu_к = 35$ лин./мм, то $a_{\text{доп}} = 0{,}01$ мм. Из приведенных формул $d_{\text{сдв}}(\mu)$ следует, что сдвиг изображения вызывает снижение контраста изображения на всех рабочих частотах.

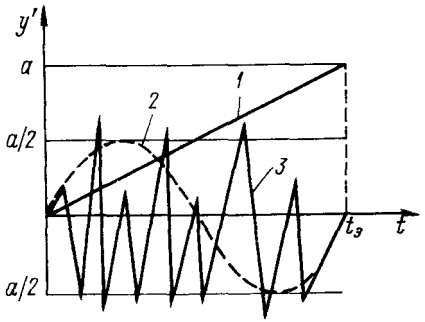


Рис. 1.27. Типы перемещения изображения:
1 — линейное; *2* — синусондальное; *3* — случайное

Анализ системы ведения телескопов, имеющих экваториальную или альтазимутальную монтировки, показывает, что сдвиг изображения с удовлетворительной точностью подчиняется линейному закону перемещения [30]. На макете шестиметрового телескопа БТА получены при времени экспозиции $t_э = 22$ мин следующие значения накопленных погрешностей в фокальной плоскости: по координате y' $a_{y'} = 0{,}075$ мм; по координате z' — $a_{z'} = 0{,}3$ мм. Сопоставляя эти значения с полученным значением $a_{\text{доп}} \leqslant 0{,}01$ мм, можно сделать вывод, что фотографирование с $t_э = 22$ мин без промежуточной коррекции положения телескопа не дает желаемого результата. Исходя из имеющихся цифровых данных, можно рассчитать наибольшее значение промежутка $a_{\text{доп}}$ между коррекциями положения телескопа. Таким образом, определив значение $a_{\text{доп}}$, находят быстродействие системы коррекции в различных зонах, устанавливают зоны, где экспонирование может вестись без коррекции, задают условия плавности работы системы.

Оптические системы с круговыми функциями амплитудного пропускания $P(\rho)$ по зрачку. Выше были рассмотрены характеристики и критерии качества изображения для случая, когда функция амплитудного пропускания в неэкранированной области зрачка $P(\beta', \gamma') = 1$. Однако встречаются оптические приборы, в которых функция $P(\beta', \gamma')$ неодинакова по зрачку. К таким приборам относятся, например, лазерные системы с гауссовым распределением интенсивности по торцу ОКГ; коллиматоры с неравномерно засвеченной апертурой; оптические системы с неодинаковыми коэффициентами отражения просветляющих покрытий

поверхностей линз, особенно поверхностей с малыми радиусами кривизны и большими диаметрами, и другие системы. Изменение амплитудного пропускания вызывает изменение структуры изображения, и этим явлением, называемым аподизацией, иногда пользуются для уменьшения освещенности дифракционных колец ФРТ дифракционно-ограниченной системы. Обзор работ по применению методов аподизации изложен в работе [67]. Оценим влияние аберраций оптической системы на частотно-контрастную характеристику, концентрацию энергии в пятне рассеяния, число Штреля в зависимости от вида круговой функции амплитудного пропускания $P(\beta', \gamma') = P(\rho)$. Рассмотрим несколько конкретных функций $P(\rho)$, которые не решают специальных задач аподизации и являются простыми примерами отклонений от равномерного амплитудного пропускания по зрачку:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{а)}\ P(\rho) = 1 - 0{,}25\rho^2;\\
&\text{б)}\ P(\rho) = 1 - 0{,}5\rho^2;\\
&\text{в)}\ P(\rho) = 1 - \rho^2;\\
&\text{г)}\ P(\rho) = \rho^2;\\
&\text{д)}\ P(\rho) = 0{,}5 + 0{,}5\rho^2;\\
&\text{е)}\ P(\rho) = 0{,}75 + 0{,}25\rho^2;\\
&\text{ж)}\ P(\rho) = 0{,}75 + 0{,}25\cos(2\pi\rho).
\end{aligned}\right\} \qquad (1.97)$$

Функции (1.97а—в) — монотонно убывающие от центра к краю зрачка; функции (1.97г—е) — убывающие от края зрачка к центру; функция (1.97ж) имеет синусоидальное распределение пропускания. Определим влияние амплитудного пропускания на качество изображения.

В табл. 1.26 даны значения ЧКХ для идеальной оптической системы ($W = 0$) и приведенных в (1.97) функций $P(\rho)$, а также для сравнения со значениями ЧКХ при $P(\rho) = 1$ (см. табл. 2 приложения). В последней строке табл. 1.26 приведены значения интегрального пропускания τ по зрачку. Из таблицы видно, что функции (1.97а—в) поднимают контраст на малых частотах и подавляют контраст на средних и высоких частотах, и наоборот, для функций (1.97г—е) с плавным снижением пропускания к центру зрачка наблюдается спад контраста на малых частотах и повышение на высоких. Так, для функции (1.97в) на частоте $\omega = 0{,}2$ контраст снизился на 40 % по сравнению с системой, имеющей $P(\rho) = 1$, и увеличился более чем в два раза на частоте $\omega = 0{,}9$. Для функции $P(\rho)$ (1.97г) контраст на частоте $\omega = 0{,}2$ увеличился на 10 %, при этом на средних и высоких частотах контраст существенно снизился, а при $\omega = 0{,}9$ — близок к нулю.

Таким образом, выбором $P(\rho)$ можно существенно влиять на ЧКХ. В табл. 1.27—1.30 приведены значения ЧКХ при наличии сферической аберрации, комы и астигматизма. Значения аберра-

Таблица 1.26

Частотно-контрастная характеристика для идеальной оптической системы с функциями амплитудного пропускания $P(\rho)$ по формулам (1.97)

ω	$P(\rho)$						
	а	б	в	г	д	е	ж
0,1	0,896	0,922	0,947	0,674	0,805	0,845	0,783
0,2	0,778	0,808	0,814	0,454	0,654	0,710	0,625
0,3	0,650	0,672	0,698	0,317	0,534	0,059	0,537
0,4	0,520	0,527	0,454	0,247	0,438	0,481	0,463
0,5	0,394	0,386	0,287	0,219	0,357	0,381	0,363
0,6	0,277	0,258	0,155	0,211	0,282	0,287	0,260
0,7	0,174	0,152	0,066	0,198	0,208	0,199	0,188
0,8	0,090	0,072	0,018	0,158	0,132	0,117	0,130
0,9	0,030	0,021	0,002	0,080	0,055	0,045	0,058
τ	0,875	0,75	0,5	0,5	0,75	0,875	0,75

Таблица 1.27

Частотно-контрастная характеристика, число Штреля S, концентрация энергии для $P(\rho) = 1 - 0{,}5\rho^2$

ω	$W = 0$	C_{40}/λ			C_{31}/λ			C_{22}/λ		
		0,16	0,32	0,5	0,2	0,4	0,6	0,17	0,34	0,50
	$T(\omega)$									
0,1	0,922	0,848	0,660	0,413	0,849	0,668	0,469	0,906	0,860	0,792
0,2	0,808	0,657	0,321	0,190	0,649	0,352	0,212	0,757	0,618	0,441
0,3	0,672	0,500	0,165	0,030	0,492	0,198	0,124	0,585	0,374	0,160
0,4	0,527	0,393	0,134	0,014	0,379	0,120	0,096	0,421	0,193	0,024
0,5	0,386	0,319	0,167	0,025	0,290	0,095	0,068	0,281	0,086	0,014
0,6	0,258	0,235	0,180	0,117	0,208	0,097	0,025	0,175	0,035	0,014
0,7	0,152	0,132	0,088	0,049	0,132	0,085	0,038	0,099	0,015	0,009
0,8	0,072	0,053	0,015	0,008	0,066	0,052	0,037	0,048	0,009	0,005
0,9	0,021	0,016	0,006	0,002	0,020	0,019	0,016	0,016	0,006	0,001
S	1,00	0,82	0,43	0,13	0,83	0,48	0,28	0,86	0,54	0,27
$\frac{2r_0}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	$\eta(2r_0)\cdot 10^{-2}$, %									
1,0	0,905	0,733	0,367	0,090	0,760	0,450	0,188	0,826	0,628	0,418
1,5	0,926	0,765	0,431	0,147	0,829	0,609	0,394	0,902	0,818	0,679
2,0	0,956	0,872	0,659	0,384	0,916	0,802	0,627	0,949	0,919	0,847
2,5	0,961	0,930	0,806	0,539	0,934	0,847	0,707	0,957	0,946	0,917
3,0	0,971	0,937	0,821	0,591	0,954	0,898	0,801	0,969	0,963	0,949
3,5	0,974	0,949	0,876	0,736	0,964	0,927	0,853	0,973	0,969	0,963
4,0	0,979	0,962	0,918	0,826	0,971	0,937	0,872	0,978	0,976	0,972
4,5	0,980	0,966	0,924	0,831	0,976	0,958	0,915	0,979	0,978	0,976
5,0	0,983	0,973	0,939	0,866	0,979	0,961	0,921	0,983	0,982	0,980
6,0	0,986	0,980	0,956	0,900	0,984	0,974	0,951	0,986	0,985	0,984

Таблица 1.28

Частотно-контрастная характеристика, число Штреля S, концентрация энергии для $P(\rho) = 1 - \rho^2$

$W = 0$	ω	C_{40}/λ			C_{31}/λ			C_{22}/λ		
		0,16	0,32	0,5	0,2	0,4	0,6	0,17	0,34	0,50
		$T(\omega)$								
0,1	0,947	0,888	0,728	0,476	0,903	0,790	0,651	0,936	0,905	0,858
0,2	0,814	0,663	0,320	0,010	0,714	0,508	0,355	0,779	0,683	0,553
0,3	0,638	0,461	0,120	0,059	0,529	0,327	0,213	0,583	0,439	0,272
0,4	0,454	0,329	0,090	0,034	0,372	0,215	0,132	0,392	0,244	0,103
0,5	0,287	0,238	0,125	0,014	0,241	0,144	0,081	0,234	0,119	0,030
0,6	0,155	0,146	0,124	0,090	0,136	0,092	0,051	0,121	0,052	0,007
0,7	0,066	0,062	0,053	0,042	0,061	0,048	0,033	0,050	0,020	0,002
0,8	0,018	0,015	0,009	0,002	0,018	0,016	0,013	0,014	0,006	0,001
0,9	0,002	0,002	0,001	0,0	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0
S	1	0,81	0,43	0,12	0,89	0,65	0,46	0,91	0,69	0,46
$\frac{2r_0}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	$\eta(2r_0)\cdot 10^{-2}$, %									
1,0	0,876	0,705	0,347	0,070	0,752	0,473	0,213	0,824	0,688	0,527
1,5	0,984	0,814	0,461	0,156	0,905	0,700	0,455	0,961	0,888	0,777
2,0	0,0987	0,911	0,706	0,486	0,965	0,876	0,698	0,983	0,963	0,916
2,5	0,996	0,980	0,877	0,591	0,986	0,937	0,821	0,994	0,997	0,969
3,0	0,996	0,989	0,915	0,682	0,990	0,965	0,907	0,996	0,993	0,987
3,5	0,998	0,991	0,953	0,825	0,996	0,984	0,951	0,998	0,997	0,994
4,0	0,999	0,996	0,984	0,921	0,996	0,986	0,962	0,998	0,998	0,997
4,5	0,999	0,997	0,968	0,939	0,998	0,993	0,980	0,999	0,999	0,998
5,0	0,999	0,998	0,991	0,965	0,999	0,995	0,984	1,000	0,999	0,999
6,0	0,000	0,999	0,996	0,986	0,999	0,998	0,993	1,000	1,000	1,000

Таблица 1.29

Частотно-контрастная характеристика, число Штреля S, концентрация энергии $P(\rho) = \rho^2$

ω	$W = 0$	C_{40}/λ			C_{31}/λ			C_{22}/λ		
		0,16	0,32	0,5	0,2	0,4	0,6	0,17	0,34	0,5
		$T(\omega)$								
0,1	0,674	0,571	0,44	0,136	0,627	0,500	0,336	0,650	0,580	0,480
0,2	0,454	0,364	0,179	0,045	0,390	0,249	0,138	0,388	0,215	0,017
0,3	0,317	0,259	0,135	0,036	0,269	0,168	0,091	0,214	0,098	0,017
0,4	0,247	0,202	0,108	0,034	0,206	0,122	0,069	0,119	0,100	0,157
0,5	0,219	0,181	0,100	0,033	0,175	0,086	0,052	0,081	0,109	0,090
0,6	0,211	0,179	0,111	0,053	0,166	0,070	0,027	0,077	0,084	0,043
0,7	0,198	0,164	0,092	0,035	0,163	0,084	0,017	0,085	0,051	0,026
0,8	0,158	0,117	0,036	0,015	0,140	0,099	0,058	0,085	0,016	0,022
0,9	0,081	0,063	0,025	0,005	0,078	0,069	0,058	0,058	0,014	0,009
S	1	0,82	0,43	0,13	0,82	0,49	0,19	0,75	0,29	0,18

Продолжение табл. 1.29

$\frac{2r_0}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	$\eta(2r_0)\cdot 10^{-2}$, %									
1,0	0,460	0,385	0,224	0,088	0,385	0,226	0,098	0,389	0,231	0,106
1,5	0,560	0,466	0,265	0,100	0,475	0,309	0,189	0,539	0,454	0,308
2,0	0,721	0,614	0,384	0,182	0,648	0,481	0,320	0,694	0,609	0,484
2,5	0,744	0,651	0,441	0,239	0,673	0,507	0,345	0,735	0,702	0,635
3,0	0,808	0,709	0,486	0,267	0,760	0,628	0,464	0,800	0,770	0,720
3,5	0,820	0,747	0,571	0,364	0,782	0,671	0,519	0,815	0,803	0,777
4,0	0,855	0,786	0,614	0,402	0,825	0,725	0,523	0,851	0,839	0,817
4,5	0,861	0,806	0,660	0,450	0,842	0,774	0,655	0,859	0,852	0,842
5,0	0,884	0,838	0,707	0,507	0,864	0,796	0,677	0,882	0,876	0,865
6,0	0,903	0,872	0,771	0,585	0,890	0,847	0,764	0,906	0,899	0,893

Таблица 1.30

Частотно-контрастная характеристика, число Штреля S, концентрация энергии $P(\rho) = 0{,}5 + 0{,}5\rho^2$

ω	$W = 0$	C_{40}/λ			C_{31}/λ			C_{22}/λ		
		0,16	0,32	0,50	0,2	0,4	0,6	0,17	0,34	0,5
		$T(\omega)$								
0,1	0,805	0,712	0,496	0,267	0,735	0,553	0,338	0,784	0,721	0,630
0,2	0,654	0,529	0,261	0,042	0,523	0,256	0,087	0,589	0,418	0,211
0,3	0,534	0,414	0,171	0,011	0,397	0,141	0,008	0,427	0,182	0,029
0,4	0,438	0,339	0,141	0,015	0,321	0,095	0,054	0,304	0,046	0,087
0,5	0,357	0,294	0,166	0,033	0,268	0,085	0,057	0,216	0,011	0,065
0,6	0,282	0,249	0,174	0,101	0,223	0,093	0,017	0,156	0,023	0,036
0,7	0,208	0,175	0,105	0,046	0,176	0,101	0,035	0,113	0,016	0,021
0,8	0,132	0,096	0,027	0,015	0,118	0,088	0,057	0,079	0,001	0,014
0,9	0,055	0,043	0,016	0,004	0,053	0,048	0,040	0,040	0,012	0,004
S	1	0,82	0,43	0,13	0,82	0,45	0,15	0,81	0,41	0,14
$\frac{2r_0}{\lambda/\sin\sigma'_A}$	$\eta(2r_0)\cdot 10^{-2}$, %									
1,0	0,725	0,594	0,317	0,098	0,604	0,344	0,139	0,634	0,423	0,238
1,5	0,742	0,114	0,345	0,123	0,644	0,441	0,280	0,720	0,632	0,477
2,0	0,842	0,745	0,521	0,287	0,781	0,633	0,465	0,826	0,770	0,665
2,5	0,853	0,789	0,620	0,389	0,799	0,663	0,503	0,847	0,825	0,774
3,0	0,891	0,816	0,636	0,413	0,856	0,753	0,611	0,885	0,868	0,835
3,5	0,897	0,844	0,712	0,539	0,873	0,793	0,668	0,894	0,887	0,870
4,0	0,917	0,873	0,760	0,604	0,877	0,825	0,706	0,915	0,908	0,895
4,5	0,921	0,885	0,784	0,621	0,909	0,864	0,776	0,920	0,916	0,909
5,0	0,934	0,905	0,817	0,671	0,921	0,876	0,790	0,933	0,929	0,923
6,0	0,945	0,925	0,860	0,731	0,937	0,910	0,853	0,944	0,942	0,940

ций выбраны из условия, что среднеквадратическое отклонение каждой из аберраций составляет 0,07λ; 0,14λ; 0,2λ. Значению $W_{скв} = 0{,}07\lambda$ соответствует число Штреля $S = 0{,}8$ при $P(\rho) = 1$. Как и следовало ожидать, аберрации снижают контраст на всех частотах, при этом в зависимости от вида функции $P(\rho)$ это снижение различно. На средних частотах оно наибольшее и при $W_{скв} = 0{,}07\lambda$ в зависимости от вида функции $P(\rho)$ для различных аберраций составляет 18—30 %, что превышает аналогичные значения для функции $P(\rho) = 1$. Таким образом, в системах с круговыми функциями амплитудного пропускания по зрачку при наличии аберраций снижение контраста большее, чем в системах с $P(\rho) = 1$ с аналогичными значениями аберраций.

При расчете ФРТ принято следующее условие нормировки: освещенность в плоскости изображения, даваемая безаберрационной системой, с учетом интегрального пропускания по зрачку равна единице. Исходя из этого условия, выражение (1.1) следует домножить на нормирующий коэффициент, равный $1/(\tau D_0)$. Число Штреля определяют как отношение наибольших значений освещенностей реальной и идеальной систем, а следовательно, при $W = 0$ имеем $S = 1$.

Результаты расчетов показывают, что функция $P(\rho)$ приводит к перераспределению энергии в дифракционном пятне рассеяния, особенно в области малых значений радиуса r_0. Так, функции а—в формул (1.97) увеличивают концентрацию энергии в кружке диаметром $2r_0$, а функции г—е — уменьшают энергию. Например, при одинаковых значениях интегрального пропускания для функции в в кружке диаметром $2r_0 = 1$ (в реальных единицах в кружке диаметра $\lambda/\sin\sigma'_A$) концентрация энергии увеличивается на 6 %, а для функции г — уменьшается на 44 %. Наличие аберраций усугубляет характер перераспределения энергии. Например, для функций $P(\rho)$, для которых пропускание снижается к краям зрачка (а—в), аберрации частично компенсируют эффект, даваемый амплитудным пропусканием. Для $P(\rho) = 1$ при наличии комы $C_{31} = 0{,}6\lambda\ \eta\ (2r_0 = 2{,}5) = 60$ % (см. табл. 1 приложения), а для $P(\rho) = 1 - \rho^2\ \eta\ (2r_0 = 2{,}5) = 82{,}1$ %. Аналогичные выводы можно сделать и для других типов аберраций. Подобные явления объясняются тем, что наибольшие значения аберраций находятся вблизи края зрачка, где амплитудное пропускание ниже, чем в центре зрачка. Из приведенных расчетов видно, что за исключением разрешающей способности, характеристики качества изображения ухудшаются для системы, у которой амплитудное пропускание снижается к центру зрачка. Табл. 1.27—1.30 позволяют оценить влияние аберраций на ЧКХ и установить допуски на аберрации в зависимости от назначения оптического прибора.

Глава 2

РАСЧЕТ ДОПУСКОВ ФОРМЫ ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Погрешности изготовления оптической поверхности приводят к искажению проходящего через нее волнового фронта, что, в свою очередь, вызывает изменение структуры изображения и ухудшение его качества. Деформация волнового фронта W связана с погрешностью поверхности Δ соотношением [29]

$$W = \Delta\,(n' \cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon), \qquad (2.1)$$

где ε и ε' — углы падения и преломления луча на поверхности соответственно (рис. 2.1); n', n — показатели преломления сред, разделенных поверхностью. Для отражающей поверхности $n' = -n$, $\varepsilon' = -\varepsilon$ и $W = 2n\Delta\cos\varepsilon$. Исследуем влияние отклонений формы поверхности на качество изображения и в зависимости от критерия качества определим допуска формы поверхности, т. е. абсолютную величину разности между верхним и нижним отклонениями поверхности.

2.1. ВИДЫ ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ

На чертеже оптической детали допустимое отклонение поверхности нормируется в тех параметрах, которые можно измерить с достаточной точностью в процессе изготовления и аттестации. Методам контроля посвящена специальная литература, например [36, 41]. Наиболее распространенным методом контроля является интерферометрический, учитывающий зависимость погрешностей поверхности от наблюдаемых полос равной толщины $N : \Delta = N\lambda/2$.

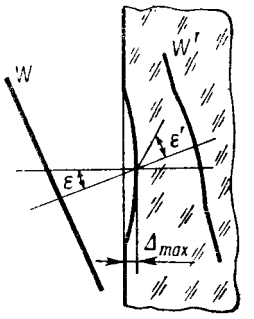


Рис. 2.1. Деформация волнового фронта W и погрешность поверхности Δ

Согласно ГОСТ 2.412—81 отклонения формы поверхности делятся на общее N и местное ΔN. Общее отклонение — это отклонение кривизны поверхности от расчетного значения. Изменение ΔR радиуса кривизны поверхности R связано с числом интерференционных колец N соотношениями [28]

$$\Delta R = -\left(\frac{R-h}{h}\right)\frac{N\lambda}{2} \cong 4\lambda N\left(\frac{R}{D}\right)^2, \qquad (2.2)$$

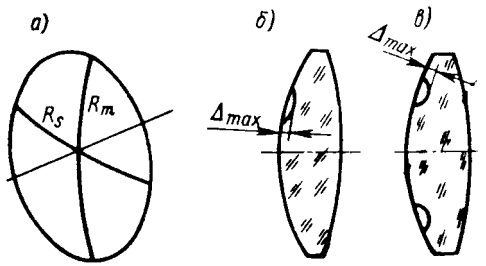


Рис. 2.2. Отклонение формы поверхности: *а* — местное астигматическое; *б* — локальное местное; *в* — зональное местное

где D — диаметр круга соприкосновения контролируемой поверхности пробного стекла; h — стрелка прогиба. Плоская поверхность, изготовленная с погрешностью N, имеет радиус кривизны

$$R = D^2/(4\lambda N). \quad (2.3)$$

Местное отклонение — это локальное отклонение поверхности от расчетной формы. Местное отклонение может быть нескольких видов: астигматическое ($\Delta N_а$), местное ($\Delta N_м$), зональное ($\Delta N_з$); отклонение типа комы ($\Delta N_к$), мелкоструктурное зональное ($\Delta N_{мс}$). Такое деление носит условный характер и удобно для исследования влияния каждого вида отклонения на качество изображения; оценки точности на предварительном этапе разработки изделия; выбора технологического процесса изготовления, методов и аппаратуры контроля. Для больших поверхностей, например асферических зеркал, на чертежах иногда указывают значение каждого местного отклонения. Обычно для большинства сферических, плоских, асферических поверхностей местное отклонение обозначается одним числом ΔN, при этом предполагается, что любое из местных отклонений должно быть не более этой величины.

Для оценки качества изображения оптических деталей с крупногабаритными и высокоточными поверхностями, имеющих одновременно в различных сочетаниях перечисленные отклонения, удобно применять критерии, описанные в гл. 1: среднеквадратическую деформацию или отклонение волнового фронта $W_{скв}$ или среднеквадратическую деформацию или отклонение поверхности $\Delta_{скв}$ (при $W_{скв} = 2\Delta_{скв}$), концентрацию энергии в пятне рассеяния при контроле поверхности по специальной схеме и другие критерии. Достоинство этих критериев в том, что в них учитываются деформации, размеры и расположение зон местных отклонений. Кроме того, аналитическое описание реальной поверхности позволяет моделировать систему, т. е. получить параметры реальной поверхности для расчетной схемы оптической системы и рассчитать характеристики качества изображения. Эти критерии широко внедряются в практику в связи с разработанными эффективными методами автоматизированной расшифровки интерферограмм и гартманограмм [1, 33].

Дадим описание каждого вида местного отклонения с учетом ОСТ 5476—83.

Астигматическое отклонение представляет собой разность радиусов кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений — меридионального и сагиттального (рис. 2.2, *а*). Положим, что

радиус кривизны в меридиональном сечении — R_m, а в сагиттальном — R_s. По формуле (2.3) разности $\Delta R = R_m - R_s$ соответствует разность значений N в этих сечениях $\Delta N_а = N_m - N_s$:

$$\frac{R_m - R_s}{R^2} = \frac{4\lambda (N_m - N_s)}{D^2} = \frac{4\lambda \Delta N_а}{D^2}.$$

Если в оптической системе на одной из поверхностей $R_m \neq R_s$, то точка предмета A изобразится в меридиональном сечении в точке A'_m, а в сагиттальном — в точке A'_s. Расстояние вдоль оптической оси между точками A'_m и A'_s есть осевой продольный астигматизм $(x'_m - x'_s)$, который в отличие от классического астигматизма III порядка постоянен по полю изображения. Структура изображения точки не отличается от структуры точки при наличии полевого астигматизма III порядка [25].

Астигматическое отклонение поверхности описывается следующим соотношением:

$$\Delta_0 (\rho, \varphi) = 0{,}5\Delta N_а \lambda \rho^2 \cos [2 (\varphi - \varphi_а)],$$

где $\varphi_а$ — ориентация главной оси астигматизма, т. е. сечение в котором астигматическое отклонение достигает наибольшего положительного значения.

Локальное местное отклонение $\Delta N_м$ возникает в связи с местными искажениями поверхности (рис. 2.2, *б*). Размах местного отклонения $\Delta N_м$ — разность между экстремальным значениями местного отклонения в пределах рабочей части поверхности — связан с отклонением поверхности $\Delta_м$ соотношением $\Delta_м = 0{,}5\lambda\, \Delta N_м$.

Суммирование отклонений производят алгебраическим сложением местных отклонений поверхности. Качество изображения зависит от положения отклонения относительно центра детали, деформации $\Delta_м$, размера зоны деформации, вида функции, описывающей деформацию поверхности.

Зональное местное отклонение $\Delta N_з$ обусловлено симметричными относительно оптической оси отклонениями поверхности $\Delta_з (\rho)$ (рис. 2.2, *в*), которые могут быть описаны полиномом вида

$$\Delta_з (\rho) = b_2\rho^2 + b_4\rho^4 + b_6\rho^6.$$

Возможны различные типы зональных отклонений. Зональные отклонения с синусоидальным распределением деформации (рис. 2.3, *а*) описываются соотношениями:

$$\Delta_з (\rho) = A \sin (2\pi b\rho); \quad (2.4)$$

$$\Delta_з (\rho) = A \,|\, \sin (2\pi b\rho) \,|, \quad (2.5)$$

где A — амплитуда деформации; $1/b$ — период колебания $\Delta_з (\rho)$ (рис. 2.3, *б*). Зональное краевое отклонение поверхности (завал края) (рис. 2.3, *в*) можно представить в виде

$$\Delta_з (\rho) = b_3\rho^3 + b_2\rho^2 + b\rho + c,$$

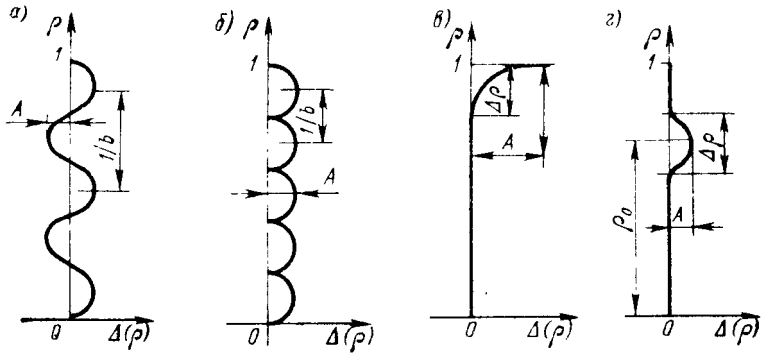


Рис. 2.3. Виды зональных местных отклонений формы поверхности

где

$$b_3 = A\,(1-\rho_0)^{-3};\ b_2 = -3b_3\rho_0;\ b_1 = -b_2\rho_0;\ c = -b_1\rho_0/3. \quad (2.6)$$

При $\rho = \rho_0$ $\Delta = \Delta' = \Delta''$, $-\rho = 1$, $\Delta_3 = A$. Отлонение ΔN_3 — разность между экстремальными значениями отклонений в пределах рабочей части поверхности.

Другим примером вида зонального отклонения является локальное отклонение (рис. 2.3, *г*). Оно описывается следующим выражением:

$$\Delta_3(\rho) = a\rho^2 + b\rho + c, \quad (2.7)$$

где $\rho_0 - 0{,}5\Delta\rho \leqslant \rho \leqslant \rho_0 + 0{,}5\Delta\rho$; $a = -400\ A$; $b = 800A\rho^2$; $c = A\,(1 - 400\rho_0^2)$. Коэффициенты a, b, c подобраны из условия:

$$\Delta_3(\rho_0 - 0{,}05) = 0 = \Delta_3(\rho_0 + 0{,}05);\ \Delta_3(\rho_0) = A.$$

Суммирование зональных ошибок производят суммированием коэффициентов. Отклонение типа комы связано с наличием «бугра» на одной половине поверхности, разделенной диаметральным сечением, и «ямы» на другой (рис. 2.4).

Отклонение типа комы $\Delta N_к$ описывается следующим выражением:

$$\Delta_к(\rho, \varphi) = 1{,}5\lambda\,\Delta N_к\,(\rho^3 - 2\rho/3)\cos(\varphi - \varphi_к),$$

где $\Delta N_к$ — разность между экстремальными значениями отклонения в пределах рабочей части поверхности; $\varphi_к$ — ориентация азимутального сечения, в котором отклонение типа комы достигает наибольшего значения.

Контроль формы поверхности обычно осуществляется интерферометрическим методом. Математический аппарат и системы программ для обработки реальных интерферограмм на ЭВМ, методы устранения погрешностей, вносимых интерферометром, расчет характеристик и критерии качества изображения рассмотрены в работах [1, 33]. Наибольшие и наименьшие значения освещенности на интерферограмме представляют собой линии постоянной разности фаз — уровни дискретизации волнового фронта через λ между реальным волновым фронтом, прошедшим через контролируемую поверхность или оптическую систему, и сферой сравнения (эталонным волновым фронтом). Измерив координаты интерференционных полос (колец), предварительно идентифицировав их, получаем значения волновой аберрации $W(\rho, \varphi)$ исследуемого волнового фронта. Функцию волновой аберрации восстанавливают аппроксимацией по методу наименьших квадратов (МНК). Для аппроксимации используют полиномы Цернике, ортогональные на кольце или круге. Систему нормальных уравнений МНК решают методом Гаусса либо методом ортогонализации [69]. В последнем варианте полиномы ортогонализуют на произвольной выборочной функции по методу Грамма—Шмидта [4]. Для осесимметричных систем волновая аберрация описывается выражением (1.21), а для реальных систем может быть представлена в виде

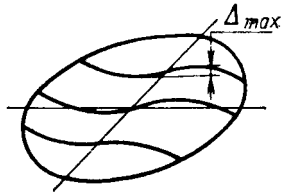


Рис. 2.4. Местное отклонение формы поверхности типа комы

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{n=0}^{N}\sum_{m=0}^{n}\left[R_n^m(\rho)\,(C_{nm}\cos m\varphi + S_{nm}\sin m\varphi)\right], \quad (2.8)$$

где C_{nm}, S_{nm} — косинусный и синусный коэффициенты разложения волновой аберрации, суммарный коэффициент $A_{nm} = [C_{nm}^2 + S_{nm}^2]^{0,5}$. Если волновая аберрация симметрична относительно оптической оси, то $S_{nm} = 0$, $A_{nm} = C_{nm}$ и выражение (2.8) преобразуется в (1.21).

Косинусные составляющие выражения (2.8) характеризуют волновую аберрацию вдоль оси β', а синусные составляющие — вдоль оси γ'. Так, $W = S_{11}\rho\sin\varphi$ — волновая аберрация — поперечное смещение в направлении γ'; $W = S_{31}(3\rho^3 - 2\rho) \times \sin\varphi$ — кома III порядка вдоль оси γ'; $W = S_{22}(2\rho^2 - 1) \times \sin 2\varphi$ — астигматизм III порядка относительно оси, расположенной под углом 45°. (Напомним, что в косинусном астигматизме этот угол составляет 0 или 90°.)

Средний квадрат деформации волнового фронта имеет вид

$$W_{скв}^2 = \sum_{n=2}^{\infty}\frac{C_{n0}^2}{n+1} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{N}\frac{1}{n+1}(C_{nm}^2 + S_{nm}^2). \quad (2.9)$$

В соответствии с ОСТ 3-5476—83 волновая аберрация, обусловленная суммарной или полной погрешностью поверхности, определяется формулами (2.9) или (1.38):

$$W_{\Delta\,скв} = \left[\frac{1}{s}\iint (W - \overline{W})^2\,ds\right]^{0,5},$$

где $\overline{W}$ — среднее арифметическое значение деформации в пределах рабочей части поверхности. При этом

$$W^2_{\Delta\,\text{скв}} \cong W^2_{\text{а. скв}} + W^2_{\text{м.скв}} + W^2_{\text{з. скв}} + W^2_{\text{к.скв}},$$

где $W^2_{\text{а. скв}}$, $W^2_{\text{м. скв}}$, $W^2_{\text{з. скв}}$, $W^2_{\text{к. скв}}$ — средние квадраты значений деформации астигматической, местной, зональной, комы соответственно.

Относительный вклад составляющей деформации F_i в среднеквадратическое значение полной деформации равен

$$F_i = 1 - W^2_{\text{скв}}(W - W_i)/W^2_{\Delta\text{скв}}.$$

При полировании крупногабаритных оптических деталей, например асферических зеркал, полировальником малых размеров форма поверхности может иметь сложный вид, поэтому не всегда удается аппроксимировать такую поверхность даже большим числом полиномов, например сорока девятью. В этом случае определяют для необходимого числа точек волновую аберрацию недоаппроксимации как разность измеренной волновой аберрации и аберрации, аппроксимированной полиномами, и рассчитывают средний квадрат значений деформации недоаппроксимированной аберрации $W^2_{\text{мс. скв}}$.

2.2. РАСЧЕТ ДОПУСКА КРИВИЗНЫ ПОВЕРХНОСТИ

Сферические поверхности. Отклонение N при изготовлении сферической поверхности вызывает изменение радиуса кривизны на величину ΔR, что приводит к изменению параксиальных характеристик системы (фокусного расстояния, увеличения, положения изображения и т. п.) и аберраций. Методика расчета допусков на конструктивные элементы оптических систем с учетом технологических границ разработана А. П. Грамматиным и его сотрудниками [15, 16]. С помощью этой методики определим изменение конструктивных параметров — радиусов кривизн оптических поверхностей. Разобьем все первичные источники погрешностей, вызывающие изменения радиусов кривизн, на две группы: 1) отклонение радиусов кривизн пробных стекол от номинальных значений $\Delta R_{\text{пр}}$; 2) отклонение радиуса поверхности от радиуса пробного стекла, выраженное в числе интерференционных колец N.

В работе [15] изложена методика в общем виде и включает другие группы изменения конструктивных параметров: отклонение толщин линз и воздушных промежутков; отклонение показателей преломления и дисперсий стекол линз. Допуск на s-й параметр Δp_i должен удовлетворять неравенству $\delta p_{\text{нм}i} \leqslant \Delta p_i \leqslant \delta p_{\text{нб}\,i}$, где $\delta p_{\text{нм}i}$ — наиболее жесткий технологически выполнимый допуск; $\delta p_{\text{нб}\,i}$ — наиболее широкий допуск.

Расчет допусков производят, предполагая, что отклонение параметра p_i на величину Δp_i настолько мало, что его влияние на аберрации пропорционально этому отклонению, т. е.

$$\delta\Phi_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{t} \frac{\partial\Phi_{\text{к}}}{\partial p_i}\Delta p_i,$$

где $\partial\Phi_{\text{к}}/\partial p_i$ — частная производная функции $\Phi_{\text{к}}$ по параметру p_i.

Решая систему уравнений

$$\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}\frac{\delta p_{\text{нм}i}}{\Delta p_i} = \theta_{\min};\ \delta\Phi_j^2 = \sum_{i=1}^{t}\left(\frac{\partial\Phi_j}{\partial p_i}\Delta p_i\right)^2,$$

где $\theta_{\min}$ — показатель нетехнологичности, получим

$$\Delta p_{ij} = \left[\frac{\delta p_{\text{нм}ij}}{\partial\Phi_{\text{к}}/\partial p_i}\right]^{1/3}\delta\Phi_j\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{t}\left(\frac{\partial\Phi_{\text{к}}}{\partial p_{ij}}\delta p_{\text{нм}ij}\right)^{2/3}, \qquad (2.10)$$

где j — номер группы параметров; i — номер параметра в группе; $\delta\Phi_{\text{к}}$ — допустимое отклонение аберраций от номинального значения. Для сохранения качества изображения в процессе изготовления и сборки линзы необходимо, чтобы доверительные интервалы изменения аберраций, вызываемые отклонениями всех параметров системы, не превышали заданных конструктивных размеров.

Положим, что известны допустимые отклонения аберраций $\delta\Phi_j$. Доверительные интервалы изменения функций рассчитывают, когда конструктивные параметры изменяются на $\delta p_{\text{нм}i}$. По наибольшему значению отношения доверительного интервала функции к ее допустимому отклонению производят выбор той функции, для которой будет вестись расчет по формуле (2.10), и проверяют, удовлетворяет ли результат условию

$$\Delta p_{ij} < \Delta p_{\text{нб}\,ij}, \qquad (2.11)$$

где $\Delta p_{\text{нб}\,ij}$ — наибольшее технологически выполнимое значение допуска (верхняя технологическая граница). Если это неравенство не выполняется, то Δp_{ij} придают значение $\Delta p_{\text{нб}\,ij}$, а затем вычисляют допустимое отклонение функции $\Phi_{\text{к. ост}}$ для оставшихся параметров:

$$\delta\Phi_{\text{к. ост}} = [\delta\Phi_{\text{к}}^2 - ((\partial\Phi_{\text{к}}/\partial p_{ij})\,\Delta p_{\text{нб}\,ij})^2]^{0,5}. \qquad (2.12)$$

Расчет допусков повторяют для нового отклонения функции $\delta\Phi_{\text{к. ост}}$ при исключении параметров, вышедших за верхнюю технологическую границу. Добившись того, что все допуски Δp_{ij} удовлетворяют условию (2.11), производят проверку по группам условий

$$\Delta p_{ij} \geqslant \Delta p_{\text{нм}\,ij}. \qquad (2.13)$$

Полученные допуски на конструктивные размеры с учетом их дискретности и технологических границ вызывают отклонение одной выбранной функции $\Phi_к$ на допустимую величину $\delta\Phi_к$. Далее рассчитывают отклонения других размеров, обусловленных полученными допусками. Для каждой функции вычисляют доверительные интервалы изменения аберраций по формуле

$$\delta\Phi_j = \left[\sum_{i=1}^{m} [(\partial\Phi_j/\partial p_i)\,\Delta p_i]^2\right]^{0,5}.$$

Если доверительный интервал изменения какой-нибудь функции превышает допустимое значение, то расчет допусков повторяют уже для этой функции и наименьшее значение принимают за окончательное. Процесс расчета допусков повторяют до тех пор, пока все доверительные интервалы изменений функции не будут превышать соответствующие допустимые отклонения.

Если $\Delta p_i > \delta p_{нб\,i}$, то принимают $\Delta p_i = \delta p_{нб\,i}$, что позволяет расширить допуски на остальные параметры. Для этого повторяют расчет, уменьшив $\delta\Phi_к^2$ на $\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\partial\Phi_к}{\partial p_i}\Delta p_i\right)^2$, где m — число параметров, вышедших за верхнюю технологическую границу допусков.

Если $\Delta p_{ij} < \Delta p_{нм\,ij}$, то предусматривают перерасчет системы по аттестованным значениям радиусов пробных стекол. Допустимое общее отклонение поверхности обусловлено погрешностями пробного стекла $\Delta R_{пр}$ и отклонением N. Расчеты допусков выполняют по формулам (2.10)—(2.13); в формуле (2.10) принимают $\partial\Phi_к/\partial p_i = \partial\Phi_к/\partial\Delta R_{пр\,i} = \partial\Phi_к/\partial N_i$.

Для оценки чувствительности системы к погрешностям изготовления рассчитывают доверительные интервалы отклонения $\Delta\Phi_{j\,дов}$. Для этого вычисляют отклонения функции (аберраций) $\Delta\Phi_{ji}$, вызванные заданными отклонениями конструктивных параметров, в данном случае отклонениями $\Delta R_{пр}$ и N. Отклонение функции $\Delta\Phi_{ji}$ при изменении параметра p_i определяют по формуле

$$\Delta\Phi_{ji} = 0{,}5\,(\Phi_{ji}^{+} - \Phi_{ji}^{-}),$$

где Φ_{ji}^{+} соответствует изменению $+\Delta p_i$; Φ_{ji}^{-} — изменение $-\Delta p_i$.

Предполагают, что отклонение любого параметра p_i равномерно в обе стороны от номинала, отклонения $\Delta\Phi_{ji}$ подчиняются нормальному закону распределения, а средние значения отклонений функций $\Delta\Phi_{ji\,ср} = 0$ и среднее суммарное отклонение любой функции $\Delta\Phi_{j\,ср} = 0$. Тогда для доверительного интервала отклонения имеем

$$\Delta\Phi_{j\,дов} = \left[\sum_{i=1}^{t} (\Delta\Phi_{ji})^2\right]^{0,5}.$$

Суммарное отклонение $\Delta\Phi_j$ находится внутри интервала $\pm\Delta\Phi_{j\,дов}$ с вероятностью 99,75 %.

При малом числе конструктивных параметров рекомендуется использовать максимальные значения каждой функции

$$\Delta\Phi_{j\,max} = \sum_{i=1}^{t} |\,\Delta\Phi_{ji}\,|.$$

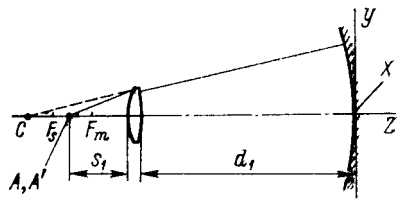


Рис. 2.5. Автоколлимационная схема контроля асферической поверхности

На практике отклонения N не всегда подчиняются нормальному закону распределения. Приходится сталкиваться с тем, что при изготовлении сферических поверхностей N принимают отрицательные значения (яма), т. е. вогнутые поверхности более крутые, а выпуклые — более пологие. Этот факт следует учитывать при расчете допуска на отклонения кривизны поверхности.

Для многих оптических систем на качество изображения наиболее сильное влияние оказывает отклонение ΔN, и при контроле под пробное стекло допустимая величина N часто назначается из удобства контроля местного отклонения, при этом желательно, чтобы $N \leqslant (5 \div 10)\,\Delta N$.

Несферические поверхности. Для несферических поверхностей общее отклонение характеризуется отклонением ΔR_0 радиуса кривизны в вершине поверхности и отклонением коэффициентов Δa_i уравнения поверхности. Уравнение профиля несферической поверхности имеет вид

$$y^2 = 2R_0 z + a_1 z^2 + a_2 z^3 + \ldots .$$

Для поверхностей второго порядка $-a_1 = 1 - e^2$, где e — эксцентриситет поверхности, остальные коэффициенты $a_i = 0$. Непосредственно измерить R_0 и коэффициенты a_i не представляется возможным, и параметры поверхности оценивают по данным схемы контроля. Контроль несферических поверхностей выполняют в большинстве случаев по специальным схемам [36, 41]. Например, распространены автоколлимационные компенсационные схемы контроля (рис. 2.5). На рисунке точка A — источник света, точка A' — его автоколлимационное изображение. Источник расположен в изображении центра кривизны поверхности, даваемого линзовым корректором. Линзовый корректор компенсирует сферическую аберрацию зеркальной поверхности в его центре кривизны. Полагая, что корректор не вносит погрешностей или точно аттестован, измерив отрезки s_1 и d_1, можно определить величину R_0. Для поверхностей второго порядка, поскольку изменение e^2 вносит сферическую аберрацию III порядка, из расшифровки интерферограммы находят коэффициент сферической аберрации C_{40} и по влиянию изменения e^2 на сферическую аберра-

цию получают отклонение Δe^2. Аналогично можно поступить и для расчета поверхностей более высокого порядка.

Для назначения допусков на коэффициенты асферических поверхностей определяют влияние параметров (коэффициентов асферических поверхностей) на качество изображения и по методике, описанной выше, рассчитывают допустимые отклонения коэффициентов. Возникают серьезные трудности при контроле формы поверхности, особенно асферических высоких порядков. Широко распространенный компенсационный метод контроля не позволяет контролировать непосредственно коэффициенты асферической поверхности. Возникающие отступления вызывают зональные ошибки, которые, как показано ниже, входят в полную деформацию поверхности, оцениваемую допустимой среднеквадратической деформацией волнового фронта $W_{\text{скв}}$. При заданном значении $W_{\text{скв}}$ возможны различные сочетания зональных отклонений, которые вызывают различные отклонения коэффициентов асферической поверхности. На практике поступают следующим образом. По результатам контроля поверхности в компенсационной схеме или методом Гартмана определяют форму асферической поверхности (см. п. 2.1) и, установив полученную реальную поверхность в оптическую систему, моделируют качество изображения. По результатам моделирования вводят необходимые коррективы в процессе изготовления поверхности. Ниже будет показано, что наиболее рационально допустимую погрешность поверхности представлять в виде среднеквадратического значения деформации поверхности или волнового фронта.

Угловое отклонение нормалей в различных точках асферической поверхности от расчетных значений может также являться характеристикой качества поверхности. Контроль отклонения нормалей в процессе изготовления и аттестации деталей затруднителен, требует специального оборудования и редко применяется на практике. Поэтому в случае нормирования требований по величине при необходимости можно пересчитать их на иные допустимые для производства критерии качества поверхности.

Отклонение нормали на малом участке асферической поверхности вызывает отклонение волнового фронта ΔW, определяемое соотношением

$$\Delta W = 0{,}5\,\theta\,\Delta\rho D_0\,(n' - n),$$

где $\Delta\rho$ — относительный размер зоны погрешности; D_0 — световой размер осевого пучка на асферической поверхности.

В случае плавного отклонения нормалей от поверхности величина θ в точке поверхности с координатой ρ равна

$$\theta\,(\rho) = \frac{\partial W\,(\rho)}{\partial\rho}\,\frac{1}{2R\sin\sigma'_A} = \frac{\partial W\,(\rho)}{\partial\rho}\,\frac{2}{D_0\,(n' - n)},$$

где R — расстояние от выходного зрачка до плоскости изображения; D_0 — диаметр выходного зрачка в схеме контроля.

Пример. Определим наибольшее допустимое отклонение нормали параболического зеркала коллиматора с $D = 500$ мм, обеспечивающее число Штреля $S \geqslant 0{,}8$.

Положим, что погрешность изготовления зеркала вызывает сферическую аберрацию III порядка W_{40}. Из (1.78) допустима аберрация $W_{40} = 0{,}95\lambda$. Из формулы для отклонения нормали находим

$$\theta\,(\rho) = 4W_{40}\rho^3/D_{\text{вых}},\ \text{зр}.$$

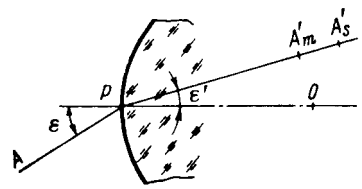


Рис. 2.6. Изображение предмета через сферическую поверхность

Откуда $\theta_{\max}$ ($\rho = 1$) после подстановки соответствующих значений равно 1″.

Иногда качество асферических поверхностей нормируется по отклонению Δ точек профиля поверхности от расчетного значения. Отклонение волнового фронта определяется формулой (2.1). Допустимые отклонения точек профиля зависят от вида функции отклонения. Например, если принять, что отклонение точек профиля плавное и вызывает сферическую аберрацию III порядка, то

$$W\,(\rho) = \Delta_{\max}\,(n' - n)\,\rho^4,$$

где $\Delta_{\max}$ — наибольшее отклонение точек профиля на краю поверхности. Для предыдущего примера ($W_{40} = 0{,}95\lambda$) находим $\Delta_{\max} = 0{,}95\lambda/(n' - n) = 0{,}3$ мкм.

Ниже будет показано, что на качество изображения существенное влияние оказывает не только деформация волнового фронта но и ее вид, размеры зоны деформации, ее положение по зрачку. Этот факт учитывают и при расчете допусков на формы асферических поверхностей. Поэтому приведенные ниже расчеты позволяют правильно подойти к выбору допусков на формы асферических поверхностей в зависимости от вида их погрешностей.

Плоские поверхности, расположенные наклонно к оси светового пучка. Рассмотрим изображение точечного объекта A через сферическую поверхность, разделяющую среды с показателями преломления n и n'. На рис. 2.6 показано прохождение главного луча через оптическую поверхность. Точка O — центр кривизны поверхности; AP — главный луч; PA'_m — направление главного луча после преломления через сферическую поверхность; ε, ε' — углы падения и преломления луча. В меридиональной плоскости (плоскости чертежа) изображение точки A, даваемое бесконечно узким меридиональным пучком, будет находиться в точке A'_m. Обозначим: $AP = t$; $PA'_m = t'_m$. Тогда отрезки t и t'_m связаны между собой меридиональным инвариантом Юнга [73]:

$$n'\cos\varepsilon'\left(\frac{\cos\varepsilon'}{t'_m} - \frac{1}{R}\right) = n\cos\varepsilon\left(\frac{\cos\varepsilon}{t} - \frac{1}{R}\right),$$

где R — радиус кривизны поверхности. Откуда

$$\frac{1}{t'_m} = \frac{n\cos^2\varepsilon}{n'\cos^2\varepsilon'}\,\frac{1}{t} + \frac{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}{n'R\cos^2\varepsilon'}. \qquad (2.14)$$

В сагиттальной плоскости (перпендикулярной к плоскости чертежа) изображение точки A, даваемое бесконечно узким сагиттальным пучком, будет находиться в точке A'_s на расстоянии $PA'_s = t'_s$ от вершины поверхности. Сагиттальный инвариант Юнга имеет вид

$$n'\left(\frac{1}{t'_s} - \frac{\cos\varepsilon'}{R}\right) = n\left(\frac{1}{t} - \frac{\cos\varepsilon}{R}\right).$$

Тогда

$$\frac{1}{t'_s} = \frac{n}{n'}\,\frac{1}{t} + \frac{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}{Rn'}. \qquad (2.15)$$

Разность отрезков $t'_m - t'_s = x'_m - x'_s$ представляет собой продольный астигматизм. Таким образом, при падении пучка лучей на наклонную сферическую поверхность появляется продольный астигматизм. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Углы падения $\varepsilon = \varepsilon' = 0$. Инвариант Юнга переходит в инвариант Аббе:

$$n'\left(\frac{1}{t'} - \frac{1}{R}\right) = n\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{R}\right).$$

2. Плоская поверхность ($R = \infty$). Из формул (2.15) находим

$$\frac{1}{t'_m} = \frac{n\cos^2\varepsilon}{n'\cos^2\varepsilon'}\,\frac{1}{t};\quad \frac{1}{t'_s} = \frac{n}{n'}\,\frac{1}{t}.$$

3. Отражающая сферическая поверхность ($n' = -n = 1$). Для нее имеем:

$$\frac{1}{t'_m} = -\frac{1}{t} + \frac{2}{R\cos\varepsilon};\quad \frac{1}{t'_s} = -\frac{1}{t} + \frac{2\cos\varepsilon}{R}.$$

Если предмет расположен в бесконечности, то

$$\frac{1}{t'_m} = \frac{1}{f'_m} = \frac{2}{R\cos\varepsilon};\quad \frac{1}{t'_s} = \frac{1}{f'_s} = \frac{2\cos\varepsilon}{R},$$

где f'_m, f'_s — меридиональное и сагиттальное фокусные расстояния.

Продольный астигматизм для отражающей сферической поверхности определяется формулой

$$t'_m - t'_s = x'_m - x'_s \cong \frac{2t^2}{R}\,\frac{\sin^2\varepsilon}{\cos\varepsilon}. \qquad (2.16)$$

Для плоской поверхности, имеющей малое отступление N от сферы, после подстановки (2.3) в (2.16) находим

$$x'_m - x'_s = \frac{8t^2\lambda N}{D_s^2}\,\frac{\sin^2\varepsilon}{\cos\varepsilon} = \frac{2\lambda N}{\sin^2\sigma'_A}\,\frac{\sin^2\varepsilon}{\cos\varepsilon},$$

где D_s — ширина светового пучка в сагиттальном сечении, $D_s/2t = \sin\sigma'_A$.

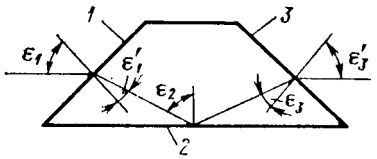


Рис. 2.7. Призма Дове

Согласно ГОСТ 2.412—81 значение N относится к наименьшему размеру световой зоны, т. е. к размеру D_s. Выразим продольный астигматизм через коэффициент волновой аберрации (1.29). Тогда связь допустимого числа интерференционных полос N с допустимой волновой аберрацией астигматизма $M_{22\,\text{доп}}$ определится соотношением

$$N = \frac{W_{22\,\text{доп}}}{\lambda_k}\,\frac{\cos\varepsilon}{\sin^2\varepsilon} = \frac{2C_{22\,\text{доп}}}{\lambda_k}\,\frac{\cos\varepsilon}{\sin^2\varepsilon}, \qquad (2.17)$$

где λ_k — длина волны, при которой наблюдается интерференционная картина. Из формул видно, что допуск N зависит не от расположения зеркала в оптической схеме, а от угла падения ε и допустимого волнового астигматизма. С учетом назначения прибора $W_{22\,\text{доп}}$ определяют из формул (1.72), (1.73), а также из таблиц, приведенных в приложении.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Рассчитаем допустимые отклонения расположенного в сходящемся ходе луча плоского зеркала астрономического телескопа с диаметром главного зеркала $D = 1100$ мм; $\varepsilon = 0{,}3$ мм, $\lambda = 0{,}55\cdot10^{-3}$ мм, если в кружке диаметром $0{,}5''$ должно быть сосредоточено не менее 80 % энергии. Радиус кружка в относительной мере $r_0 = [r]''/(2\lambda/D) = 1{,}25$.

Из табл. 1 приложения находим $C_{22\,\text{доп}} = 0{,}5\lambda$. Если положить, что главное и вторичное зеркала не вносят погрешностей, и весь допуск отнести только к общей ошибке плоского зеркала, то из (2.17) находим для $\varepsilon = 45°$ $N = 1{,}4$. Это значение относится к размеру осевого пучка в сагиттальном сечении. Для светового диаметра $D_{\text{св}}$

$$N_{\text{п}} = N\,(D_{\text{св}}/D_s)^2.$$

Пример 2. Рассчитаем допустимое отклонение N отражающей поверхности призмы.

Рассмотрим призму Дове. Обозначения углов показаны на рис. 2.7. Из условия развертки призмы в плоскопараллельную пластинку имеем $\varepsilon_1 = \varepsilon'_3$, $\varepsilon'_1 = \varepsilon_3$. Призма работает в параллельном ходе лучей. Положим, что преломляющие поверхности *1* и *3* идеальны, а отражающая поверхность *2* выполнена с погрешностью N. Определим астигматизм после прохождения пучка через призму. Для поверхностей *1*, *3* $R_1 = R_3 = \infty$, для отражающей поверхности $R_2 = R$. Кроме того, $t_{m_1} = t_{s_1} = \infty$, $t_{m_2} = t_{s_2} = \infty$. После отражения от поверхности *2* имеем

$$\frac{1}{t'_{m_2}} = \frac{2}{R\cos\varepsilon_2};\qquad \frac{1}{t'_{s_2}} = \frac{2\cos\varepsilon_2}{R}.$$

Пренебрегая толщиной призмы, для поверхности *3* принимаем $t'_{m_2} = t_{m_3}$, $t'_{s_2} = t_{s_3}$. Тогда из (2.19) получим

$$\frac{1}{t'_{m_3}} = \frac{n\cos^2\varepsilon_3}{\cos^2\varepsilon'_3}\,\frac{2}{R\cos\varepsilon_2};\qquad \frac{1}{t'_{s_3}} = \frac{2n\cos\varepsilon_2}{R},$$

где n — показатель преломления материала призмы. После несложных преобразований, выражая $t_{m_3} - t_{s_3} = x'_m - x'_s$ через коэффициент волновой аберрации, получим формулу для расчета допустимого отклонения плоской поверхности

$$N = \frac{2}{n}\left(\frac{C_{22}}{\lambda_k}\right)_{\text{доп}}\left[\frac{\cos^2\varepsilon_3}{\cos^2\varepsilon'_3\cos\varepsilon_2} - \cos\varepsilon_2\right]^{-1}. \qquad (2.18)$$

Рассмотрим случай нормального падения лучей на первую поверхность призмы ($\varepsilon = 0$). Это относится к большинству отражающих призм: прямоугольной АР-90°, БР-180°, пентапризмы БП-90° и т. п. [61]. Формула (2.18) приводится к виду

$$N = 2A\left(\frac{C_{22}}{\lambda_k}\right)_{\text{доп}}, \qquad (2.19)$$

где $A = \cos\varepsilon_2/(n\sin^2\varepsilon_2)$.

Для прямоугольной призмы АР-90° угол $\varepsilon_2 = 45°$, $A = 0{,}92$, если материал призмы — стекло К8 (ГОСТ 3514—76**Е) с $n = 1{,}5163$; для пентапризмы $\varepsilon_2 = 22°\,30''$, $A = 0{,}42$; для призмы Дове $\varepsilon_2 = 73°$, $A = 0{,}19$.

2.3. РАСЧЕТ ДОПУСКА ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ С АСТИГМАТИЧЕСКИМ ОТКЛОНЕНИЕМ

Положим, что в системе с p поверхностями k-я поверхность имеет местную астигматическую погрешность: радиусы кривизны в меридиональном и сагиттальном сечениях различны ($R_m \neq R_s$). Эта поверхность вносит астигматизм $(x'_m - x'_s)_k$, которому соответствует астигматизм в плоскости изображения, равный $x'_m - x'_s$. Рассмотрим ход нулевого луча, показанный на рис. 2.8. Параксиальные отрезки для поверхности k связаны между собой инвариантом Аббе

$$\frac{n'_k}{t'_k} - \frac{n_k}{t_k} = \frac{n'_k - n_k}{R_k}.$$

После дифференцирования получим

$$\Delta t'_k = t'^2_k\,\frac{n'_k - n_k}{n'_k}\,\frac{\Delta R_k}{R_k^2},$$

где $\Delta t'_k = (t'_m - t'_s)_k = (x'_m - x'_s)_k$ — астигматизм, вносимый k-й поверхностью. Полагая, что последующие поверхности не

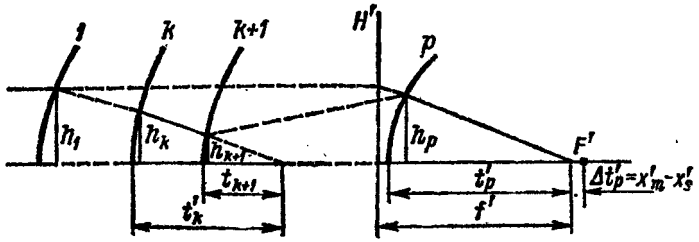


Рис. 2.8. Ход нулевого луча через оптическую систему

имеют погрешностей, несложно получить изображение отрезка $\Delta t'_k$ в пространстве изображения $\Delta t'$ [76]:

$$\Delta t' = \frac{t'^2_p}{n'_p}\left(\frac{h_k}{h_p}\right)^2\frac{\Delta R_k}{R_k^2}(n'_k - n_k),$$

где h_k, h_p — высоты нулевого луча на k-й и последней поверхностях. Учитывая, что $h_p/t' = h_1/f'$, где f' — фокусное расстояние системы, окончательно получим

$$\Delta t' = \left(\frac{h_k}{h_1}\right)^2 f'^2\,\frac{\Delta R_k}{R_k^2}(n'_k - n_k). \qquad (2.20)$$

Это выражение связывает астигматизм $x'_m - x'_s$ в пространстве изображений с астигматической погрешностью изготовления k-й поверхности. Из формулы следует, что астигматизм, обусловленный погрешностью k-й поверхности, пропорционален площади сечения осевого пучка на этой поверхности и влияние астигматических отклонений на качество изображения уменьшается от плоскости зрачка к плоскости изображения.

Преобразуем выражение (2.20), заменив $\Delta R_k/R_k^2 = 4\lambda_k\Delta N_a/D_k^2$. Тогда $x'_m - x'_s = 2W_{22}/\sin^2\sigma'_A = 8W_{22}f'^2/D^2_{\text{вх. зр}}$. Из рис. 2.8 видно, что $D_k/D_1 = h_k/h_1$. После преобразования получим

$$\Delta N_{ak} = \frac{2(W_{22}/\lambda_k)}{n'_k - n_k}. \qquad (2.21)$$

Соотношение (2.21) позволяет найти допустимое значение местного астиматического отклонения ΔN_a для k-й поверхности по допустимому значению астигматизма системы W_{22}. Величина ΔN_{ak} зависит от разности показателей преломления $n'_k - n_k$. Показатели преломления оптических стекол меняются в ограниченных пределах ($n \cong 1{,}45 \div 1{,}8$). Если принять $n = 1{,}5$, то для преломляющей поверхности $\Delta N_{ak} = 4W_{22}/\lambda_k$; для отражающей поверхности ($n'_k - n_k = 2$) $\Delta N_{ak} = W_{22}/\lambda_k$; для склеенной поверхности ($n'_k - n_k \cong 0{,}1 \div 0{,}2$) $\Delta N_{ak} = (10 \div 20)(W_{22}/\lambda_k)$.

2.4. СУММИРОВАНИЕ АСТИГМАТИЧЕСКИХ ОТКЛОНЕНИЙ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСКА ПО ОТДЕЛЬНЫМ ПОВЕРХНОСТЯМ

Формула (2.21) позволяет определить астигматизм, обусловленный погрешностью одной k-й поверхности. Положим, что все p поверхностей системы имеют отклонения и главные сечения астигматических поверхностей ориентированы одинаково, т. е. углы $\varphi_{A,\,k} = \text{const}$ для всех поверхностей. Тогда суммарный продольный астигматизм $x'_m - x'_s$ равен

$$x'_m - x'_s = \sum_{k=1}^{p}(x'_m - x'_s)_k,$$

где $(x'_m - x'_s)_k$ — продольный астигматизм по оптической оси в пространстве изображения, обусловленный местным астигматическим отклонением k-й поверхности.

В общем случае главные сечения поверхностей ориентированы произвольно относительно друг друга, т. е. $\varphi_{A,\,k} \neq \text{const}$. Очевидно, что это приведет к изменению астигматизма. Как показано в работе [25], суммарный астигматизм можно вычислить по следующей формуле:

$$x'_m - x'_s = \sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k \cos [2\,(\theta - \varphi_{A,\,k})], \qquad (2.22)$$

где θ — угол разворота главной оси суммарного астигматизма в плоскости изображения (рис. 2.9),

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{\sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k \sin (2\varphi_{A,\,k})}{\sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k \cos (2\varphi_{A,\,k})}. \qquad (2.23)$$

Величина $(x'_m - x'_s)_k$ может быть определена после преобразования по формуле (2.21). Выразив W_{22} через продольный астигматизм, получим

$$(x'_m - x'_s)_k = \Delta N_{ak}\,(n'_k - n_k)\,\lambda / \sin^2 \sigma'_A. \qquad (2.24)$$

После подстановки (2.24) в (2.22) для суммарного значения волнового астигматизма находим

$$W_{22}/\lambda_k = 0{,}5 \sum_{k=1}^{p} \Delta N_{a_k}\,(n'_k - n_k) \cos [2\,(\theta - \varphi_{A,\,k})]. \qquad (2.25)$$

Картина астигматизма при произвольно ориентированных астигматических отклонениях имеет тот же характер, что при одном астигматическом отклонении, а структура осевого пучка аналогична структуре астигматических наклонных пучков центрированной системы [25].

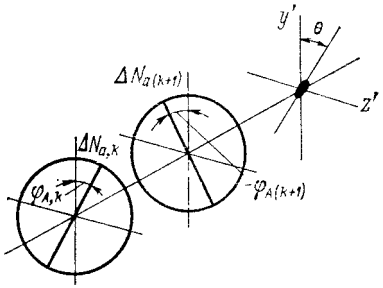


Рис. 2.9. Астигматическое изображение точки при наличии местных астигматических отклонений

С помощью формул (2.22)—(2.25) можно оценить качество изображения по известным значениям ΔN_{ak} и $\varphi_{A,\,k}$. Следует отметить, что ΔN_{ak} может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Задачей расчета допусков ΔN_{ak} является распределение допусков по отдельным поверхностям. Известны несколько способов распределения астигматических погрешностей.

Один из способов суммирования астигматизма предложен Рэнчем [76]. Суммарный астигматизм определяется как среднее суммы линейных и квадратичных погрешностей

$$x'_m - x'_s = \left[\sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k \sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k^2 \right]^{0,5}.$$

После преобразований для суммарного астигматизма получим следующее выражение:

$$x'_m - x'_s = p^{-0,25} \sum_{k=1}^{p} (x'_m - x'_s)_k.$$

Подставляя в (2.25) соотношения (2.20), (2.16), для суммарной волновой аберрации астигматизма получим

$$W_{22}/\lambda_k = 0{,}5 p^{-0,25} \sum_{k=1}^{p} \left[(n'_k - n_k)\,\Delta N_{ak} + (n'_k - n_k)\,N_k \frac{\sin^2 \varepsilon_k}{\cos \varepsilon_k} \right]. \qquad (2.26)$$

Первое слагаемое выражения в квадратных скобках дает вклад в суммарный астигматизм местных астигматических отклонений, второе слагаемое представляет собой общие отклонения N_k плоских поверхностей, наклоненных на угол ε_k к оси пучка. Допустимый суммарный астигматизм определяется из критериев, рассмотренных в гл. 1. Формула (2.26) удобна для выполнения оценочных расчетов допусков. Полученные допуски сравнивают с технологически реализуемыми значениями и, если допуски формы отдельных поверхностей оказываются чрезмерно жесткими, их перераспределяют. При неравномерном распределении допусков формула (2.26) становится недостаточно точной. Тем не менее, как показал опыт, применение формулы (2.26) дает удовлетворительный результат для многих задач расчета допусков.

В частном случае, когда влияние на астигматизм всех отклонений одинаково, из (2.26) получим

$$\Delta N_{a\text{ь}} = \frac{2\,(W_{22}/\lambda_k)}{(n'_k - n_k)\,p^{0,75}}. \qquad (2.27)$$

Для среднего значения допуска $\Delta_{\text{в. ср}}$ отклонений поверхностей, вызывающих искажения векторного характера, например астигматизма, известно выражение [6']

$$\Delta_{\text{в. ср}} = 1{,}4\,\Delta_{\text{в}} p^{-0,5}, \qquad (2.28)$$

где $\Delta_{\text{в}}$ — суммарный допуск на систему.

В случае местного астигматического отклонения (2.28) преобразуется к виду

$$\Delta N_{a\ \text{ср}} = \frac{2{,}8\,(W_{22}/\lambda_k)}{(n' - n)\sqrt{p}}. \qquad (2.29)$$

Видно, что формула (2.29) дает более свободный допуск, чем формула (2.27).

Задача распределения допусков посредством минимизации затрат на изготовление оптических деталей рассмотрена в работах [15, 16]. С учетом минимизации показателя нетехнологичности θ, равного

$$\theta = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p}\frac{\Delta N_{\text{нм}\,k}}{\Delta N_{ak}},$$

где $\Delta N_{\text{нм}\,k}$ — наиболее жесткий технологически выполнимый допуск; ΔN_{ak} — допуск формы k-й поверхности, получено следующее выражение для расчета допуска ΔN_{ak}:

$$\Delta N_{ak} = \left[\frac{\partial (x'_m - x'_s)_k}{\partial \Delta N_{ak}}\right]^{-\frac{2}{3}} \frac{(x'_m - x'_s)_{\text{доп}}}{\left[\sum_{k=1}^{p}\left[\partial (x'_m - x'_s)_k/\partial \Delta N_{ak}\right]^{1/3}\right]^{0,5}}, \quad (2.30)$$

где $(x'_m - x'_s)_{\text{доп}}$ — допустимый астигматизм на оси. Показано, что доверительный интервал астигматизма для осевой точки изображения при распределении ΔN_a по нормальному закону может быть с вероятностью 99,75 % рассчитан по формуле

$$x'_m - x'_s = 1{,}15\left[\sum_{k=1}^{p}\left[\partial (x'_m - x_s)_k/\partial \Delta N_{ak}\right]^2\right]^{0,5}. \quad (2.31)$$

Поэтому в формуле (2.30) в знаменатель вводится коэффициент 1,15. Преобразуем формулу (2.30). Из (2.2) находим $\partial (x'_m - x'_s)_k/\partial \Delta N_{ak} = (n'_k - n_k)\,\lambda/\sin^2 \sigma'_A$. Тогда для допустимого местного астигматического отклонения

$$\Delta N_{ak} = \frac{2 (W_{22}/\lambda_k)_{\text{доп}}}{1{,}15\,(n'_k - n_k)^{2/3}\left[\sum_{k=1}^{p}(n'_k - n_k)^2\right]^{0,5}}.$$

Для частного случая, когда $n'_k - n_k = \text{const}$, для всех поверхностей

$$\Delta N_{ak} = \frac{2 (W_{22}/\lambda_k)_{\text{доп}}}{1{,}15\,(n'_k - n_k)\sqrt{p}}. \quad (2.32)$$

Значение ΔN_a из формулы (2.32) меньше полученного по формуле (2.29) и больше полученного по формуле (2.27).

Приведем примеры расчета допусков ΔN_a.

Пример 1. Рассчитаем допустимое значение ΔN_a на вогнутое зеркало коллиматора, работающего на длине волны $\lambda_{\text{раб}} = 1{,}1$ мкм, если число Штреля S должно быть не менее 0,95; $\lambda_k = 0{,}55$ мкм.

Из 2.21 находим $\Delta N_a = 2C_{22}/\lambda_k$, а из (1.48) и (1.44) имеем

$$S = 1 - \frac{4\pi^2 (C_{22}^2/\lambda_k)^2}{6}.$$

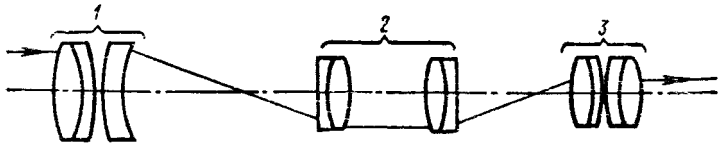


Рис. 2.10. Оптическая система зрительной трубы

Откуда при $S = 0{,}95$ получаем $C_{22} = 0{,}087\lambda_{\text{раб}}$ и $\Delta N_a = 0{,}087\lambda_{\text{раб}}/\lambda_k = 0{,}35$.

Таким образом, допуск ΔN_a изменяется пропорционально отношению $\lambda_{\text{раб}}/\lambda_k$ рабочей и контрольной длин волн и для приборов, работающих в ИК области спектра допуск ΔN_a свободнее, чем для приборов, работающих в видимой области.

Пример 2. Рассчитаем допустимое значение ΔN_a на отражающую поверхность призмы Дове. Примем: $R_1 = R_3 = \infty$; отражающая поверхность имеет в сагиттальном счечении $R_s = \infty$, в меридиональном $R_m \neq \infty$. В соответствии с рис. (2.9)

$$\frac{1}{t'_{m_3}} = \frac{2n\cos^2 \varepsilon_3}{R\cos^2 \varepsilon'_3 \cos \varepsilon_2}.$$

После несложных преобразований находим

$$\Delta N_a = \left(\frac{W_{22}}{\lambda_k}\right)\frac{\cos^2 \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2}{n\cos^2 \varepsilon'_1}.$$

Для отражательных призм с углом падения на первую поверхность $\varepsilon_1 = 0$

$$\Delta N_a = \left(\frac{W_{22}}{\lambda_k}\right)\frac{\cos \varepsilon_2}{n}. \quad (2.33)$$

Сравнивая формулы (2.33) и (2.19), получим $\Delta N_a/N = \sin^2 \varepsilon_2$. Например, для прямоугольной призмы АР-90° $\varepsilon_2 = 45°$ и $\Delta N = 0{,}5N$.

Просуммируем астигматизм. В соответствии с (2.22) с учетом (2.13) и (2.31) получим для двух астигматических отклонений (общего и местного), что аналогично системе со значением $p = 2$,

$$W_{22}/\lambda_k = \frac{n}{\sqrt[4]{2}\cos \varepsilon_2}(\Delta N_a + N\sin^2 \varepsilon_2).$$

Задаваясь допустимым значением астигматизма $W_{22} = 0{,}34\lambda$, обеспечивающим выполнение условия $S \geqslant 0{,}8$, для призмы АР-90° находим $\Delta N_a = 0{,}1$; $N = 0{,}2$.

Пример 3. Рассчитаем допуски ΔN_a поверхности зрительной трубы, показанной на рис. 2.10.

Зрительная труба состоит из объектива *1*, оборачивающей системы *2* и окуляра *3*. Система имеет 17 поверхностей, из них пять склеенных. Качество оптического изображения зависит как от остаточных расчетных аберраций, так и от технологических. При этом суммарные аберрации должны обеспечивать выполнение условия $S \geqslant 0{,}8$. Поэтому для оценочных расчетов допустимых отклонений примем, что астигматизм, обусловленный местными отклонениями, снижает число Штреля не более чем на 10 %.

Из формулы (2.30) находим $C_{22} = 0{,}125\lambda$ ($W_{22} = 0{,}25\lambda$). Примем в расчетах $n'_k - n_k = 0{,}5$ для преломляющих поверхностей и $n'_k - n_k = 0{,}1$ для склеенных поверхностей. С учетом формулы (2.26) находим $\Delta N_{a.\,п} = 0{,}1$ для преломляющей поверхности и $\Delta N_{a.\,с} = 0{,}5$ для склеенной поверхности. Полученные значения ΔN_a относятся к осевому пучку D_0. Для светового размера поверхности $D_{\text{св}}$ допуски увеличиваются в $(D_{\text{св}}/D_0)^2$. Для объектива с входным зрачком, совпадающим с первой поверхностью, приближенно можно считать $D_{\text{св}} = D_0$ для всех

поверхностей объектива, и для них $\Delta N_{а.\,п} = 0{,}1$; $\Delta N_{а.\,с} = 0{,}5$. Для окуляра $D_{св}$ в зависимости от углового поля изображение может в несколько раз превышать D_0. Так, при $D_{св}/D_0 = 3$ находим $\Delta N_{а.\,п} = 1$; $\Delta N_{а.\,с} = 5$.

Пример 4. Рассчитаем допуск $\Delta N_а$ поверхности объектива триплет для фотокамеры «Смена». Фокусное расстояние объектива 50 мм, относительное отверстие 1 : 4,5. Испытания объектива производят с фотопленкой КН-2, которая имеет разрешающую способность 120 лин./мм. Допустимый астигматизм определим из условия T (μ_k = 60 лин./мм) $\geqslant 0{,}9T_0$ (μ_k), т. е. из условия снижения контраста на 10 % на частоте, равной половине предельной частоты.

Из табл. 1 приложения находим для $\omega = 0{,}15$ $W_{22} = 2C_{22} = 0{,}4\lambda$. Объектив состоит из шести преломляющих поверхностей ($n'_k - n_k \cong 0{,}6$). Применяя формулу (2.27), находим $\Delta N_а = 0{,}35$. Отношение $D_{св}/D_0 = 1 \div 1{,}2$. Откуда для светового размера имеем $\Delta N_а = 0{,}5$.

2.5. РАСЧЕТ ДОПУСКА ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ С МЕСТНЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ

Как отмечено выше, местное отклонение $\Delta N_м$ обусловлено локальными отклонениями поверхности от заданной формы. Особенно часто такие отклонения возникают при изготовлении крупногабаритной оптики. Одним из факторов, влияющих на съем стекла в процессе полирования детали, является различная твердость стекла в разных точках поверхности. Такое непостоянство приводит к различному съему материала в процессе полирования и к появлению местных деформаций поверхности. Другими причинами локальных отклонений являются пережатия деталей в оправах, погрешности системы разгрузок крупногабаритных деталей и т. п.

Местное отклонение характеризуется тремя параметрами: размером зоны отклонения, смещением ее центра относительно геометрической оси поверхности, глубиной деформации $\Delta_м$. При прохождении световой волны через оптическую поверхность возникает местная деформация волнового фронта, что приводит к изменению качества оптического изображения.

Характеристики и критерии качества изображения. Рассмотрим влияние местных деформаций волнового фронта на структуру дифракционного изображения точки [21].

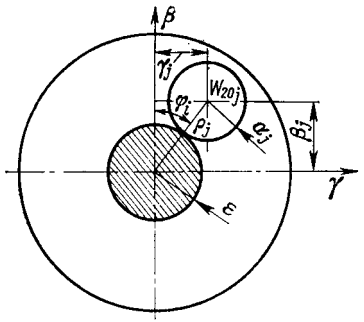


Рис. 2.11. Расположение местной деформации волнового фронта на зрачке

Функция рассеяния точки при наличии местных деформаций волнового фронта. Предположим, что, за исключением местных отклонений или деформаций, волновая аберрация отсутствует, а зрачок системы имеет форму круга с круглым центральным экраном (рис. 2.11). Такая модель, несмотря на ее простоту, вполне пригодна для рассмотрения изображения осевой точки в хорошо корригированных объективах, например астрономических, зеркально-линзовых и зеркально-линзовых объективах. На рис. 2.11 β, γ — нормированные канонические координаты на зрачке, определяемые по формуле (1.3). В координатах β, γ зрачок имеет форму единичного круга с круглым центральным экраном радиуса ε.

Пусть в пределах зрачка имеется m ненакладывающихся друг на друга зон с местными деформациями волнового фронта. Для упрощения анализа будем считать, что каждая j-я зона также представляет собой круг относительного радиуса α_j с координатами центра β_j, γ_j, и отклонение волнового фронта от сферы сравнения в пределах каждой зоны симметрично относительно ее центра и имеет вид параболоида вращения:

$$W_j(\beta, \gamma) = \begin{cases} W_{20j}(u_j - 1) & \text{— в зоне;} \\ 0 & \text{— вне зоны,} \end{cases}$$

где $u_j = [(\beta - \beta_j)^2 + (\gamma - \gamma_j)^2]/\alpha_j^2$, а W_{20j} — деформация волнового фронта в центре зоны, выраженная в длинах волн света.

Распределение освещенности $D(\eta', \xi') = E(\eta', \xi') E^*(\eta', \xi')$. В соответствии с формулой (1.4) $E(\eta', \mu')$ равно

$$E(\eta', \xi') = \int\int F(\beta, \gamma) \exp[2\pi i(\beta\eta' + \gamma\xi')]\, d\beta\, d\gamma,$$

где η', ξ' — приведенные координаты в плоскости изображения, определяются соотношениями (1.3).

Функции зрачка для рассматриваемого случая представляют собой сумму нескольких функций:

$$F(\beta, \gamma) = F_0(\beta, \gamma) - F_э(\beta, \gamma) + \sum_{j=1}^{m} [F_j(\beta, \gamma) - F_{эj}(\beta, \gamma)]. \quad (2.34)$$

Здесь $F_0(\beta, \gamma) = \mathrm{circ}(\rho)$ — функция незатененного безаберрационного зрачка единичного радиуса; $F_э(\beta, \gamma) = \mathrm{circ}(\rho, \varepsilon)$ — функция центрального экрана; $F_j(\beta, \gamma) = \mathrm{circ}(u_j) W_{20j}(u_j - 1)$ — функция j-й зоны с деформацией волнового фронта; $F_{эj}(\beta, \gamma) = \mathrm{circ}(u_j)$ — функция экрана, помещенного на место j-й зоны, где $\rho^2 = \beta^2 + \gamma^2$; circ ($\rho$) — функция-круг, определяемая следующим образом:

$$\mathrm{circ}(\rho^2) = \begin{cases} 1 & \text{при } \rho \leqslant 1; \\ 0 & \text{при } \rho > 1. \end{cases}$$

При подстановке (2.34) в (1.4) и в выражение для $D(\eta', \xi')$ функцию $E(\eta', \xi')$ удобно выразить в полярных координатах $E(r, \theta)$, где r и θ связаны с η' и ξ' соотношениями: $\eta' = r\cos\theta$; $\xi' = r\sin\theta$.

Пользуясь свойствами преобразования Фурье из (2.34) и (1.3), получим следующее выражение для комплексной амплитуды $E(r, \theta)$:

$$E(r, \theta) = \pi \left\{ \frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(2\pi r\varepsilon)}{2\pi r\varepsilon} + \sum_{j=1}^{m} 2\alpha_j^2 \exp[2\pi i r\rho_j \times \right.$$

$$\times \cos(\theta - \varphi_j)] \left[\int_0^1 \rho_j \exp[2\pi i W_{20j}(\rho_j^2 - 1)] \times \right.$$

$$\left. \left. \times J_0(2\pi\rho_j r\alpha_j)\, d\rho_j - \frac{2J_1(2\pi r\alpha_j)}{2\pi r\alpha_j} \right] \right\}, \qquad (2.35)$$

где J_0 и J_1 — функции Бесселя 1-го ряда, 0-го и 1-го порядков; ρ_j и φ_j — полярные координаты центра j-й зоны, $\beta_j = \rho_j \cos\varphi_j$; $\gamma_j = \rho_j \sin\varphi_j$.

Нормируем $E(r, \theta)$ таким образом, чтобы в отсутствие каких-либо местных деформаций амплитуда в центре была равна единице. Подставляя в (2.35) $W_{20j} = 0$, $r = 0$, получим

$$E(0, 0) = \pi(1 - \varepsilon^2). \qquad (2.36)$$

Разделив затем (2.35) на (2.36), сделав в интеграле замену $u_j = \rho_j^2$, получим окончательное выражение для нормированной амплитуды

$$E(r, \theta) = \frac{1}{1 - \varepsilon^2} \left\{ \frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(2\pi r\varepsilon)}{2\pi r\varepsilon} + \right.$$

$$+ \sum_{j=1}^{m} 2\alpha_j^2 \exp[2\pi i r\rho_j \cos(\theta - \varphi_j)] \exp[-2\pi i W_{20j}] \times$$

$$\left. \times \left[\int_0^1 \exp[2\pi i W_{20j} u_j]\, J_0(2\pi\sqrt{u_j}\, r\alpha_j)\, du_j - \frac{2J_1(2\pi r\alpha_j)}{2\pi r\alpha_j} \right] \right\}. \qquad (2.37)$$

Для практических вычислений комплексное выражение (2.37) и $|D(r, \theta)|^2$ необходимо привести к вещественному виду. Выполнив очевидное преобразование, получим

$$D(r, \theta) = E_{\mathrm{Re}}^2(r, \theta) + E_{\mathrm{Im}}^2(r, \theta), \qquad (2.38)$$

где

$$E_{\mathrm{Re}}(r, \theta) = \frac{1}{1 - \varepsilon^2} \left\{ \frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r} - \varepsilon^2 \frac{2J_1(2\pi r\varepsilon)}{2\pi r\varepsilon} + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{m} \left[\alpha_j^2 c_{1j} \left[c_{2j} C_j + s_{2j} S_j - \frac{2J_1(2\pi r\alpha_j)}{2\pi r\alpha_j} \right] - s_{1j}(c_{2j} S_j - s_{2j} C_j) \right] \right\};$$

$$E_{\mathrm{Im}}(r, \theta) = \frac{1}{1 - \varepsilon^2} \sum_{j=1}^{m} \left\{ \alpha_j^2 C_j \left[c_{2j} C_j + s_{2j} S_j - \frac{2J_1(2\pi r\alpha_j)}{2\pi r\alpha_j} \right] + \right.$$

$$\left. + C_j [c_{2j} S_j - s_{2j} C_j] \right\};$$

$$c_{1j} = \cos[2\pi r\rho_j \cos(\theta - \varphi_j)];$$

$$s_{1j} = \sin[2\pi r\rho_j \sin(\theta - \varphi_j)];$$

$$c_{2j} = \cos(2\pi W_{20j});$$

$$s_{2j} = \sin(2\pi W_{20j});$$

$$C_j = \int_0^1 \cos(2\pi W_{20j} u_j)\, J_0(2\pi r\sqrt{u_j}\, \alpha_j)\, du_j;$$

$$S_j = \int_0^1 \sin(2\pi W_{20j} u_j)\, J_0(2\pi r\sqrt{u_j}\, \alpha_j)\, du_j. \qquad (2.39)$$

Формулы (2.38), (2.39), легко программируются на ЭВМ. Интегралы C_j, S_j, содержащиеся в них, могут быть вычислены при помощи квадратурных формул. Удобнее всего пользоваться квадратурами Гаусса, которые требуют минимального числа узлов по сравнению с другими.

Анализ формул (2.38), (2.39) показывает, что в любом случае функция $D(r, \theta)$ распределения освещенности симметрична относительно координатных осей η' и ξ', следовательно, достаточно вычислить ее значение в одном квадранте для значений азимута θ от 0 до 90° (рис. 2.12).

Число Штреля при наличии в системе местных деформаций. Примем в качестве критерия качества изображения число Штреля, выраженное формулой (1.47). По определению числа Штреля для нашего случая имеем

$$S = |D(0)| = |E(0)|^2.$$

Выражения (2.38), (2.39) для $r = 0$ преобразуются к следующему виду:

$$S = E_{\mathrm{Re}}^2(0) + E_{\mathrm{Im}}^2(0), \qquad (2.40)$$

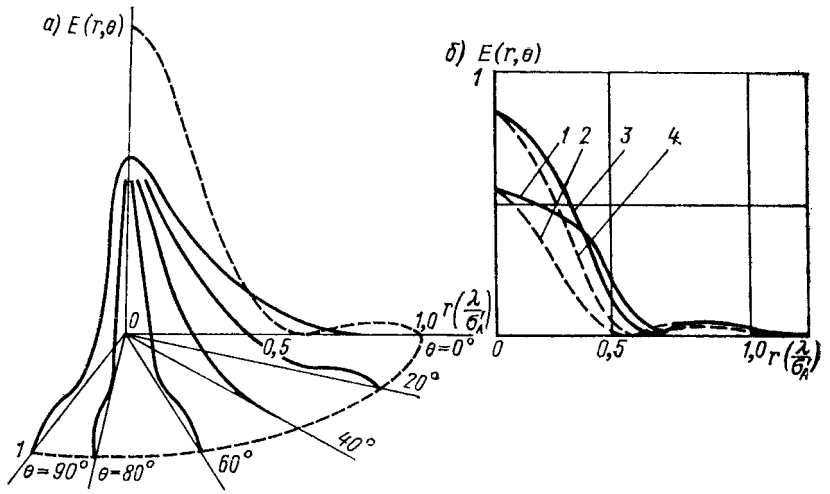


Рис. 2.12. Распределение освещенности в изображении точки: *а* — при $W_{20} = 0{,}5\lambda$; $\rho_I = 0{,}75$; $\alpha_1 = 0{,}25$; *б* — в зависимости от размера зоны деформации; *1* — $\theta = 0°$, $\alpha_1 = 0{,}50$; *2* — $\theta = 90°$, $\alpha_1 = 0{,}50$; *3* — $\theta = 0°$, $\alpha_1 = 0{,}25$; *4* — $\theta = 90°$, $\alpha_1 = 0{,}25$

где

$$E_{\mathrm{Re}}(0) = \frac{1}{1-\varepsilon^2}\left\{1 - \varepsilon^2 + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j^2 \left[\cos(2\pi W_{20j})\, C_j + \sin(2\pi W_{20j})\, S_j - 1\right]\right\};$$

$$E_{\mathrm{Im}}(0) = \frac{1}{1-\varepsilon^2}\left\{\sum_{j=1}^{m} \alpha_j^2 \left[\cos(2\pi W_{20j})\, C_j + \sin(2\pi W_{20j})\, S_j\right] + \cos(2\pi W_{20j})\, S_j - \sin(2\pi W_{20j})\, C_j\right\};$$

$$C_j = \int_0^1 \cos(2\pi W_{20j} u_j)\, du_j; \quad S_j = \int_0^1 \sin(2\pi W_{20j} u_j)\, du_j. \tag{2.41}$$

Формулы существенно упрощаются, если имеется одна местная деформация и отсутствует центральное экранирование, т. е. когда $\varepsilon = 0$, $m = 1$.

Подставляя в (2.41) $\varepsilon = 0$, $m = 1$, получим

$$E(0) = 1 + \alpha_1^2\left[\exp(-2\pi i W_{20}) \int_0^1 \exp(2\pi i W_{20} u)\, du - 1\right].$$

Учитывая, что

$$\int_0^1 \exp(2\pi i W_{20} u)\, du = \exp(\pi i W_{20})\, \mathrm{sinc}(\pi W_{20}),$$

после некоторых преобразований получим

$$S = 1 - 2\alpha_1^2\left[1 - \mathrm{sinc}(2\pi W_{20})\right] + \alpha_1^4\left[1 + \mathrm{sinc}^2(\pi W_{20}) - 2\,\mathrm{sinc}(2\pi W_{20})\right]$$

или

$$S = \left\{1 - \alpha_1^2\left[1 - \mathrm{sinc}(2\pi W_{20})\right]\right\}^2 + \alpha_1^4\left[\mathrm{sinc}^2(\pi W_{20}) - \mathrm{sinc}^2(2\pi W_{20})\right] \tag{2.42}$$

Для небольших размеров зоны местной деформации ($\alpha_1 < 0{,}4$) выражение (2.42) примет вид

$$S \cong 1 - 2\alpha_1^2\left[1 - \mathrm{sinc}(2\pi W_{20})\right]. \tag{2.43}$$

Рассматривая случай $\alpha_1 = 1$, приходим к деформации, занимающей весь зрачок, т. е. получаем формулу зависимости числа Штреля идеальной системы от расфокусировки, выраженной в волновой мере:

$$S = \mathrm{sinc}^2(\pi W_{20}).$$

Интересно отметить, что в выражения (2.24), (2.43) не входят координаты центра зоны деформации, следовательно, число Штреля зависит не от положения местной деформации, а только от ее размеров и деформации волнового фронта.

Принимая значение числа Штреля $S \geqslant 0{,}8$, можно определить максимальный размер зоны деформации, при котором значение W_{20} может быть большим. Из выражения (2.43) получим

$$2\alpha_1^2\left[1 - \mathrm{sinc}(2\pi W_{20})\right] \leqslant 0{,}2.$$

Так как $[1 - \mathrm{sinc}(2\pi W_{20})] > 1$, то при $\alpha_1 < 0{,}3$, т. е. в случае, если размер зоны деформации меньше 1/3 диаметра зрачка, деформация может быть большой, до нескольких длин волн, при этом число Штреля остается $S \geqslant 0{,}8$. На рис. 2.13 приведены зависимости числа Штреля S от деформации W_{20}/λ по различных размерах зоны деформации α_1, рассчитанные по формуле (2.42). Пользуясь этим рисунком или выражением (2.42), легко оценить допустимую деформацию в любом конкретном случае. Так, при $\alpha_1 = 0{,}5$ $W_{20} = 0{,}3\lambda$, $S = 0{,}8$.

При малых $W_{20} < 0{,}3\lambda$ можно пользоваться также формулой, которая легко получается из (2.42) разложением sinc в ряд

$$S \cong 1 - 3{,}3\alpha_1^2 W_{20}^2\,(4 - 3\alpha_1^2). \tag{2.44}$$

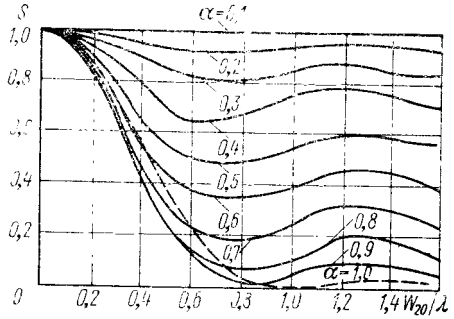


Рис. 2.13. Зависимость числа Штреля S от деформации W_{20} при различных размерах зоны деформации ($\alpha_1 = 0{,}1 \div 1$)

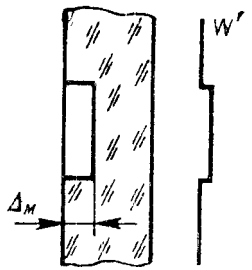


Рис. 2.14. Местная деформация поверхности $\Delta(\rho) = \text{const}$

Число Штреля при условии постоянной деформации по всей зоне отклонения. Выше рассмотрена задача расчета числа Штреля, когда деформация имеет параболический вид и создает искажение волнового фронта — дефокусировку. Положим теперь, что $\Delta_м = \text{const}$ по всей зоне отклонения (рис. 2.14), деформация волнового фронта $W = \text{const}$ и не зависит от координат точки в этой зоне. С точки зрения лучевой геометрической оптики отклонения лучей на местной деформации не происходит и, казалось бы, на качество изображения такая деформация не должна влиять, однако с позиции волновой оптики постоянная по зоне деформация волнового фронта приведет к изменению структуры изображения.

Определим число Штреля при условии одной зоны деформации, воспользовавшись формулой (2.41) и принимая $W_{20} = W$:

$$S = [1 - \alpha_1^2 (1 - \cos 2\pi W)]^2 + \alpha_1^4 [1 - \cos^2 (2\pi W)]. \quad (2.45)$$

Для размеров зоны деформации $\alpha_1 < 0{,}4$ получим

$$S \cong 1 - 2\alpha_1^2 (1 - \cos 2\pi W), \quad (2.46)$$

где волновая аберрация выражена в длинах волн. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Положим, что $W = (2k + 1)\,\lambda/4$, где $k = 0, 1, 2, \ldots$. Тогда $\cos(2\pi W/\lambda) = 0$ и $S = 1 - 2\alpha_1^2 + 2\alpha_1^4$. Из формулы видно, что, если $\alpha_1 < 0{,}3$, то число Штреля $S \geqslant 0{,}8$ при любом значении k.

2. Волновая аберрация $W = (2k + 1)\,\lambda/2$, т. е. деформация равна нечетному числу полуволн. Число Штреля $S = 1 - 4\alpha_1^2 + 5\alpha_1^4$. При $\alpha_1 < 0{,}22$ находим $S \geqslant 0{,}8$.

3. Волновая аберрация $W = 2k\lambda/2$, т. е. равна четному числу полуволн. Для этого случая $S = 1$.

Таким образом, для деформации, постоянной по зоне ошибки ($W = \text{const}$), размер ее зоны, при которой выполняется условие

$S \geqslant 0{,}8$, зависит от кратности волновой аберрации величине $\lambda/4$ или $\lambda/2$.

Расчет допустимого местного отклонения $\Delta N_м$. Волновая аберрация связана с деформацией поверхности соотношением (2.1). Для местного отклонения, подставляя $\Delta_м = \Delta N_м \lambda/2$, находим $\Delta N_м = 2\,(W_{20}/\lambda_k)/(n' - n)$. Суммарная волновая аберрация $W_м$, обусловленная местными отклонениями $\Delta N_м$ по поверхностям, равна

$$W_м = \sum_{k=1}^{p} W_k = \sum_{k=1}^{p} 0{,}5\,\Delta N_{ak}\,(n'_k - n_k).$$

Местное отклонение можно характеризовать среднеквадратическим значением $W_{м.скв}$. Сравнивая выражения (1.47) и (2.44), для одного местного отклонения получим

$$W^2_{м.скв} = 0{,}08\alpha_1^2\,(4 - 3\alpha_1^2)\,W^2_{20}.$$

Если местные отклонения, характеризуемые среднеквадратическими значениями не коррелированы между собой, то суммарное среднеквадратическое отклонение волнового фронта находят суммированием среднеквадратических отклонений по поверхностям:

$$W^2_{м.скв} = \sum_{k=1}^{p} (W^2_{м\ скв})_k.$$

Для расчета допустимых значений волновой аберрации W_{20} можно воспользоваться формулами (2.40), (2.41); в случае одного местного отклонения — формулами (2.42), (2.43), (2.45), (2.46). Как и для астигматического местного отклонения, величина $\Delta N_м$ обратно пропорциональна разности показателей преломления $(n' - n)$. Для преломляющих поверхностей $n' - n = n - 1$; для склеенных поверхностей $n' - n = n_1 - n_2$, где n_1, n_2 — показатели преломления стекол; для зеркальных поверхностей $n' - n = 2$.

Пример. Рассчитаем значения числа Штреля для одиннадцати вариантов местных отклонений волнового фронта при $\alpha_j = 0{,}33$ в зависимости от числа отклонений и их значений. Значения волновой аберрации W_{20j} приведены в табл. 2.1. В последней строчке таблицы даны значения числа Штреля S. Если принять $S \geqslant 0{,}9$, можно допустить для $m = 4$ $W_{20} = 0{,}15\lambda$.

При уменьшении зоны деформации α_j допускается большее число отклонений и с большей величиной ΔN_m. Однако при этом следует отметить, что местные отклонения вызывают появление дополнительного рассеянного света, допустимая величина которого во многих приборах не должна превышать нескольких процентов. Для ориентировочных расчетов можно считать, что относительная рассеянная энергия равна относительной потере освещенности в центре дифракционного пятна, т. е. приближенно равно $1 - S$. Поэтому следует стремиться к тому, чтобы число Штреля было близко к единице.

Таблица 2.1

Значения местных отклонений и числа Штреля S при $\alpha_j = 0{,}33$

Число отклонений	W_{20}/λ										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,25	0,25	0,15	0,15	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,15	0,125
2	0,25	0,25	0,15	0,15	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,15	0,125
3		0,25	—0,15	0,15		0,15	—0,25	0,25	0,25	0,15	0,125
4			—0,15	0,15			—0,25	0,25	—0,25	0,15	—0,125
5									—0,25	0,15	—0,125
6									—0,25	—0,15	—0,125
S	0,86	0,82	0,88	0,92	0,62	0,43	0,7	0,78	0,57	0,86	0,87

2.6. РАСЧЕТ ДОПУСКА ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ С ЗОНАЛЬНЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ

Наиболее часто зональные отклонения встречаются при изготовлении и сборке крупногабаритной оптики, асферических зеркал, при температурных перепадах на оптических деталях. Примером зонального отклонения при изменении температуры является «эффект края» [27]. Он возникает в зеркалах астрономических телескопов при перепадах между дневной и ночной температурами. При охлаждении или нагревании наружного слоя зеркала внутренняя масса стекла долго удерживает первоначальную температуру, и возникшее напряжение деформирует зеркало, изменяя его кривизну по сложному закону. При этом наиболее значительное изменение кривизны происходит на краях зеркала, вызывая краевое искажение формы поверхности. Другими примерами зональных отклонений поверхности являются пережатия оптических деталей в оправах, погрешности оправ крупногабаритных зеркал, остаточные погрешности обработки поверхностей и т. п.

Рассмотрим влияние зональных отклонений на характеристики качества оптического изображения.

Функция рассеяния точки $D(r)$ может быть вычислена по формуле (1.6). Для системы с центральным экранированием ε нормированную в единицах освещенности в центре ФРТ приводят к виду

$$D(r) = \frac{4}{(1-\varepsilon^2)^2}[C^2 + S^2],$$

где

$$C = \int_{\varepsilon}^{1} \rho \cos[2\pi W(\rho)]\, J_0(2\pi\rho r)\, d\rho;$$

$$S = \int_{\varepsilon}^{1} \rho \sin[2\pi W(\rho)]\, J_0(2\pi\rho r)\, d\rho.$$

Для углов падения и преломления луча $\varepsilon = \varepsilon' = 0$ из (2.1) получим волновую аберрацию

$$W = \Delta(\rho)(n' - n),$$

где $\Delta(\rho)$ определяется соотношениями (2.4)—(2.7) или слагаемыми для осевой волновой аберрации из (1.20), (1.21):

$$W(\rho) = \sum_{k=1}^{m} W_{2k0}\rho^{2k};$$

$$W(\rho) = \sum_{k=1}^{m} C_{2k0}R^0_{2k}(0).$$

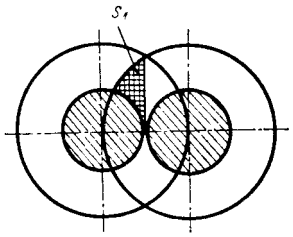


Рис. 2.15. Область интегрирования при вычислении ЧКХ для оптической системы с $\varepsilon \neq 0$

Концентрация энергии в пятне рассеяния η для оптической системы с зональными отклонениями волнового фронта определяется по формуле (1.58)

$$\eta(r) = \frac{1}{2\pi^2(1-\varepsilon^2)} \int_0^r rD(r)\, dr.$$

Частотно-контрастная характеристика $T(\omega)$ рассчитывается по формуле (1.15), которая может быть приведена к виду

$$T(\omega) = \frac{1}{s_p} \iint_s \exp\left\{\frac{2\pi}{\lambda} i[W(\beta + 0{,}5\omega, \gamma) - W(\beta - 0{,}5\omega, \gamma)]\right\} d\beta\, d\gamma,$$

где s_p — площадь зрачка в канонических координатах; ω — каноническая пространственная частота.

Для оптической системы кольцевым зрачком область интегрирования показана на рис. 2.15. Ввиду симметрии достаточно вычислить интеграл в пределах одной четверти области s_1. Тогда

$$T(\omega) = \frac{4}{\pi(1-\varepsilon^2)} \iint_{s_1} \exp\left\{\frac{2\pi}{\lambda} i[W(\rho_1^2) - W(\rho_2^2)]\right\} d\beta\, d\gamma,$$

где $\rho_1 = \beta^2 + \gamma^2$; $\rho_2^2 = (\beta - \omega/2)^2 + \gamma^2$.

Учитывая свойства симметрии, слагаемое $\exp\left[\frac{2\pi}{\lambda} i\Delta W\right]$ можно заменить на $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta W\right)$.

Оценку влияния зональных отклонений формы поверхности на качество изображения произведем на примерах следующих типовых отклонений: тип I (см. рис. 2.3, *а*) — описывается фор-

Таблица 2.2

Значение коэффициента c_1

ε	Частота b					
	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
0	0,3078	0,6314	0,6890	0,6991	0,7026	0,7042
0,2	0,3090	0,6060	0,6714	0,6994	0,7009	0,7051
0,3	0,3167	0,5316	0,6838	0,6957	0,7044	0,7012
0,4	0,3209	0,4128	0,6800	0,7016	0,7025	0,7056
0,5	0,3125	0,3078	0,6991	0,6745	0,7051	0,6955
0,6	0,2854	0,2914	0,6844	0,6836	0,6683	0,7060

мулой (2.4); тип II (см. рис. 2.3, *б*) — описывается формулой (2.5); тип III (см. рис. 2.3, *в*) — описывается формулой (2.6); тип IV (см. рис. 2.3, *г*) — описывается формулой (2.7).

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта $W_{\text{скв}}$. Для зонального отклонения типа I деформация волнового фронта имеет вид

$$W_{\text{I}}(\rho) = (n' - n)\,\Delta_{\text{I}}(\rho) = A\,(n' - n)\sin(2\pi b\rho) = 0{,}5\,\Delta W_{\max} \times$$

$$\times \sin(2\pi b\rho) = 0{,}25\lambda\,\Delta N_{\text{з}}\,(n' - n)\sin(2\pi b\rho).$$

Среднеквадратическое отклонение волнового фронта из (1.39) можно представить в виде $W_{\text{скв}} = A\,(n' - n)\,c_1$. Численные значения коэффициента c_1 в зависимости от частоты деформации b и центрального экранирования ε приведены в табл. 2.2.

Например, при $b = 5$ и $A = 0{,}3\lambda$ $W_{\text{скв}} = 0{,}211\lambda$. Из табл. 2.2 видно, что при значении $b \geqslant 2$ коэффициент c_1 изменяется незначительно (менее 6 %) как при изменениях b, так и при изменениях центрального экранирования ε. Поэтому при $b \geqslant 2$ можно принять $W_{\text{скв}} \cong 0{,}7A\,(n' - n) = 0{,}175\,(n' - n)\,\Delta N_{\text{з}}\lambda_k$.

Деформация волнового фронта при зональном отклонении по типу II в соответствии с (2.5) описывается выражением

$$W_{\text{II}}(\rho) = A\,(n' - n)\,|\sin(2\pi b\rho)| = \Delta W_{\max}\,|\sin(2\pi b\rho)|.$$

Для среднеквадратического отклонения после подстановки $W_{\text{II}}(\rho)$ в (1.46) получим $W_{\text{скв}} = A\,(n' - n)\,c_2 = \Delta W_{\max} c_2$. Численные значения коэффициента c_2 приведены в табл. 2.3. Величина $W_{\text{скв}}$ существенно не меняется по значению (с точностью до 5 %) в зависимости от b и ε, поэтому можно принять $W_{\text{скв}} \cong 0{,}3A\,(n' - n) = 0{,}15\,(n' - n)\,\Delta N_{\text{з}}\lambda = 0{,}3\Delta W_{\max}$. Например, при $A = 0{,}25\lambda$, $n' - n = 2$ $W_{\text{скв}} = 0{,}15\lambda$.

Деформация волнового фронта при зональном отклонении типа III, имеющая вид завала края, с учетом (2.6) описывается соотношением $W_{\text{III}}(\rho) = A\,(n' - n)\,(b_3\rho^3 + b_2\rho^2 + b\rho + c)$. Среднеквадратическое отклонение волнового фронта можно предста-

Таблица 2.3

Значения коэффициента c_2

ε	Частота b					
	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
0	0,3078					
0,2	0,3090	0,3107	0,3096	0,3069	0,3077	0,3078
0,3	0,3167	0,3078	0,3057	0,3095	0,3082	0,3078
0,4	0,3209	0,3146	0,3072	0,3087	0,3060	0,3078
0,5	0,3125	0,3078	0,3078	0,3078	0,3078	0,3078
0,6	0,2854	0,2914	0,3103	0,3065	0,3109	0,3078

Таблица 2.4

Значения коэффициента c_3

ε	c_3
0	0,0912
0,2	0,0930
0,3	0,09547
0,4	0,0992
0,5	0,1048
0,6	0,1131

вить в виде $W_{\text{скв}} = (n' - n)\,Ac_3 = 0{,}5\,(n' - n)\,\Delta N_{\text{з}} c_3\lambda$. Значения коэффициента c_3, рассчитанного для $\rho_0 = 0{,}97$ и $\Delta\rho = 0{,}03$, приведены в табл. 2.4. При $\varepsilon = 0$ и $\Delta\rho = 0{,}1$ $c_3 = 0{,}1607$. Например, для зеркальной поверхности ($n' - n = 2$), имеющей отклонение $\Delta N_{\text{з}} = 0{,}5$ на зоне $\Delta\rho = 0{,}03$, получим $W_{\text{скв}} = 0{,}05\lambda$.

Для деформации волнового фронта, обусловленной отклонениями типа IV, имеем $W_{\text{IV}}(\rho) = A\,(n' - n)\,(a\rho^2 + b\rho + c)$. Среднеквадратическое отклонение волнового фронта описывается выражением $W_{\text{скв}} = A\,(n' - n)\,c_4 = 0{,}5\,(n' - n)\,\Delta N_{\text{з}} c_4\lambda$. Значения коэффициента c_4 для $\Delta\rho = 0{,}1$ в зависимости от центрального экранирования ε и координаты центра зонального отклонения ρ_0 приведены в табл. 2.5. Например, при $\Delta W_{\max} = 0{,}3\lambda$, $\rho_0 = 0{,}9$, $\varepsilon = 0$ $W_{\text{скв}} = 0{,}086\lambda$.

Сравнивая среднеквадратические значения волновой аберрации для четырех типов зональной деформации поверхности, можно сделать важный вывод о том, что величина $W_{\text{скв}}$, а следовательно, качество изображения, существенно зависят от вида отклонения поверхности и при одинаковых значениях отклонений $A = \Delta W_{\max}$ принимает различные значения. Так, для обеспечения числа Штреля $S \geqslant 0{,}8$ должно быть $W_{\text{скв}} \leqslant 0{,}07\lambda$ в соответствии с (1.41). Для выполнения этого условия необходимо, чтобы каждое из отклонений поверхности (в предположении, что остальные отклонения отсутствуют) имело при $\varepsilon = 0$ следующие значения для отражающей поверхности: типа I — $A = 0{,}05\lambda$, $\Delta N_{\text{з}} = 0{,}2$; тип II — $A = 0{,}12\lambda$, $N_{\text{з}} = 0{,}24$; тип

Таблица 2.5

Значения коэффициента c_4

ε	Δρ	Координата ρ_0		
		0,5	0,7	0,9
0	0,1	0,2211	0,2568	0,2857
	0,05	0,1600	0,1875	0,2107
0,2	0,1	0,2252	0,2614	0,2905
0,3		0,2307	0,2675	0,2968
0,4		0,2392	0,2767	0,3064
0,5		—	0,2899	0,3200
0,6		—	0,3089	0,3389

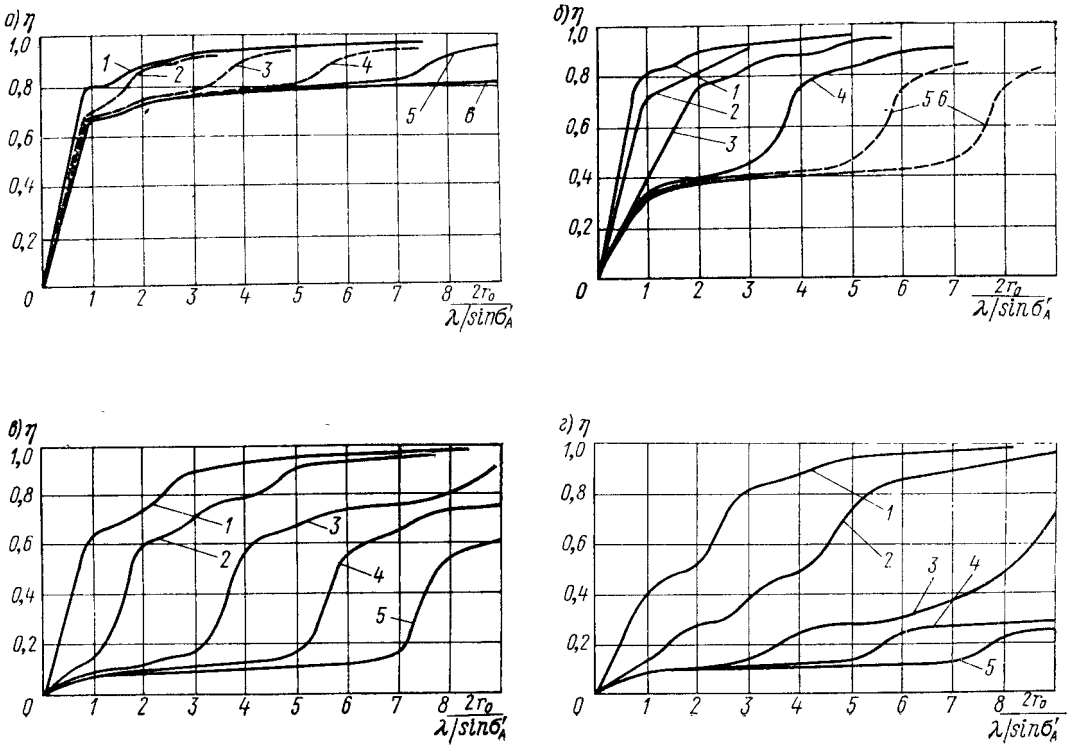


Рис. 2.16. Распределение энергии в пятне рассеяния для волновой аберрации типа I $W = 0{,}5\Delta W_{max} \sin(2\pi b\rho)$: *а* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$; *б* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$; *в* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$; *г* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$;

1 — $b = 0{,}5$; *2* — $b = 1$; *3* — $b = 2$; *4* — $b = 3$; *5* — $b = 4$; *6* — $b = 5$

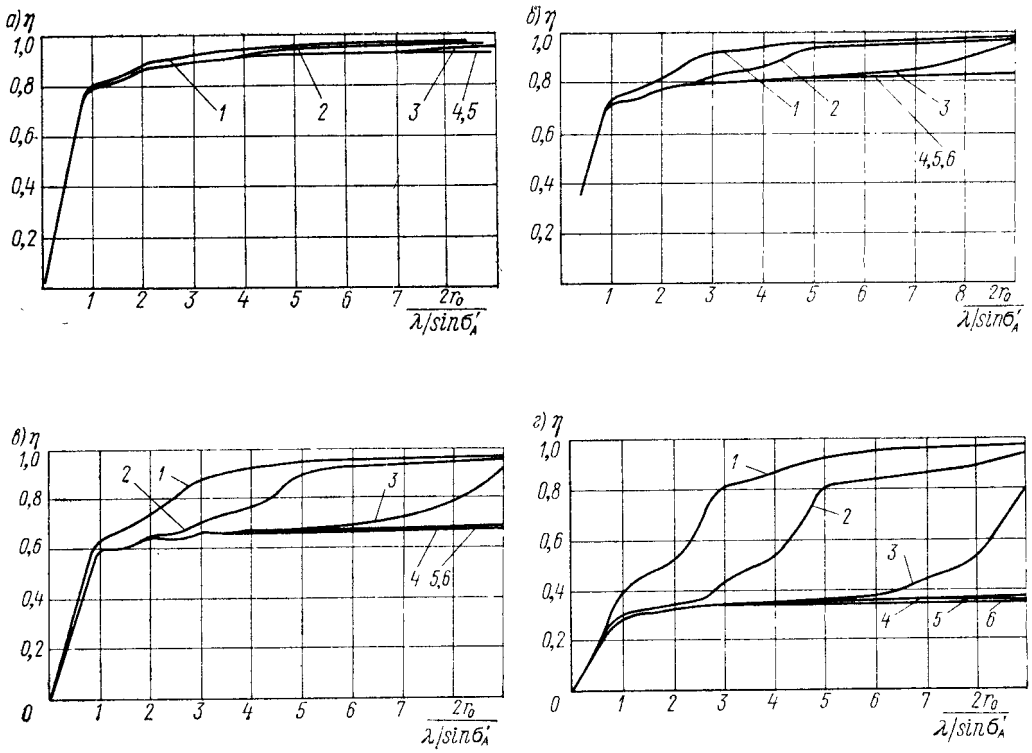


Рис. 2.17. Распределение энергии в пятне рассеяния для волновой аберрации типа II $W = \Delta W_{max}/\sin(2\pi b\rho)$/: *а* — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$; *б* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$; *в* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$; *г* — $\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$;

1 — $b = 0{,}5$; *2* — $b = 1$; *3* — $b = 2$; *4* — $b = 3$; *5* — $b = 4$; *6* — $b = 5$

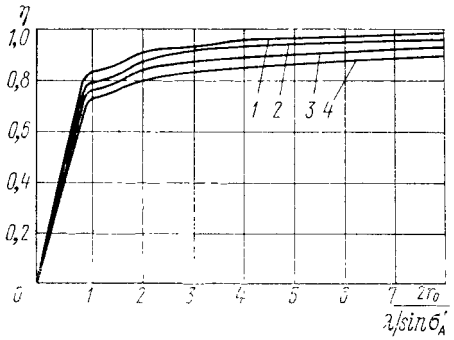
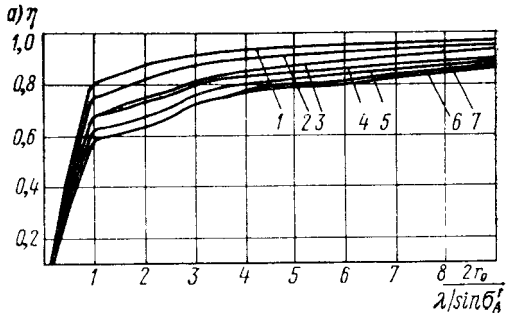
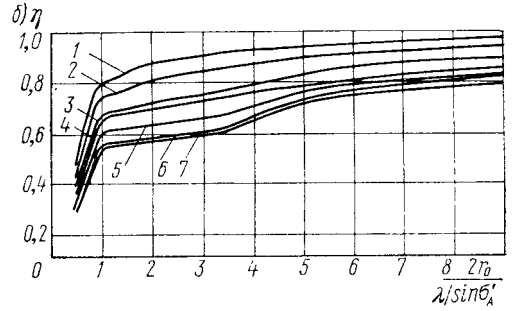


Рис. 2.18. Распределение энергии в пятне рассеяния для волновой аберрации типа III $W = \Delta W_{max} \times (b_3\rho^3 + b_2\rho^2 + b\rho + c)$ при ширине зоны деформации $\Delta\rho = 0{,}1$:

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$; *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$; *3* — $\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$; *4* — $\Delta W_{max} = 1{,}0\lambda$





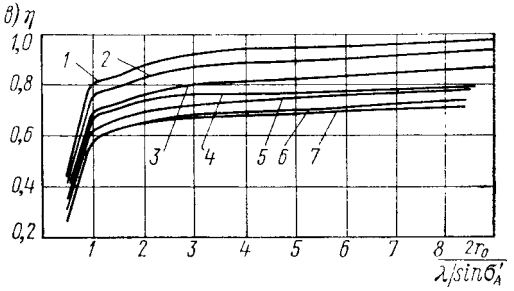


Рис. 2.19. Распределение энергии в пятне рассеяния для волновой аберрации типа IV $W = \Delta W_{max}(a\rho^2 + b\rho + c)$ при ширине зоны деформации $\Delta\rho = 0{,}1$: *а* — $\rho_0 = 0{,}5$; *б* — $\rho_0 = 0{,}7$; *в* — $\rho_0 = 0{,}9$;

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$; *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$; *3* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$; *4* — $\Delta W_{max} = 0{,}4\lambda$; *5* — $\Delta W_{max} = 0{,}5$; *6* — $\Delta W_{max} = 0{,}6\lambda$; *7* — $\Delta W_{max} = 0{,}7\lambda$

III — $A = 0{,}35\lambda$, $\Delta N_э = 0{,}7$; тип IV — $\Delta\rho = 0{,}05$, $\rho_0 = 0{,}9$, $A = 0{,}25\lambda$, $\Delta N_э = 0{,}5$.

Отсюда видно, что критерий Рэлея $W_{скв} \leqslant \lambda/4$, обеспечивающий выполнение условия $S \geqslant 0{,}8$, справедлив только для ошибок волнового фронта, имеющих плавный вид.

Концентрация энергии в пятне рассеяния. На рис. 2.16, 2.17, 2.18, 2.19 приведены графики распределения энергии в пятне рассеяния для четырех типов волновой аберрации (см. рис. 2.3). В табл. 2.6—2.9 даны значения максимальной волновой аберрации ΔW_{max} (размах), среднеквадратической деформации волнового фронта $W_{скв}$ и соответствующие им значения диаметров кружков, в которых концентрируется 50, 84, 90 и 95 % энергии. Диаметры кружков даны в относительных единицах; реальный диаметр равен относительному диаметру, умноженному на величину $\lambda/\sin\sigma'_A$.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Распределение энергии обусловлено не столько максимальной деформацией ΔW_{max}, сколько среднеквадратической волновой аберрацией $W_{скв}$. Так, при разных типах деформации размеры кружков, содержащие 50 % энергии, примерно одинаковы при равных значениях $W_{скв}$, а максимальные деформации ΔW_{max} при этом отличаются весьма существенно. Если в кружке сосредоточено 84 % энергии и более, то этого соответствия не наблюдается, что

Таблица 2.6

Значения диаметра кружка рассеяния (в относительных единицах) в зависимости от максимальной ΔW_{max} и среднеквадратической $W_{скв}$ волновой аберрации типа I $W_I = 0{,}5\,\Delta W_{max} \sin(2\pi b\rho)$

b	$A'/\lambda = 0{,}5\,\Delta W_{max}/\lambda$	$W_{скв}/\lambda$	η 0,5	η 0,84	η 0,90	η 0,95
0,5	0	0	0,56	1,22	1,94	3,98
	0,1	0,04	0,58	1,60	2,42	4,00
	0,2	0,06	0,66	2,14	2,78	4,42
	0,3	0,09	0,78	2,60	3,08	4,84
	0,4	0,12	0,98	2,88	3,89	5,34
	0,5	0,15	1,88	3,58	4,50	6,00
	1,0	0,31	4,04	6,44	7,00	8,84
1	0,1	0,06	0,70	1,86	2,76	4,78
	0,2	0,13	1,36	3,0	4,14	5,38
	0,3	0,19	1,80	4,41	4,86	6,62
	0,4	0,25	2,8	4,96	5,86	8,00
	0,5	0,32	4,13	5,96	7,48	8,86
	1,0	0,63	8,54	12,24	12,92	15,30
2	0,1	0,02	0,71	3,58	3,98	5,78
	0,2	0,19	3,22	4,92	5,92	8,68
	0,3	0,21	3,84	8,34	8,74	11,0
	0,4	0,28	5,80	8,96	11,44	13,12
	0,5	0,34	8,50	11,86	13,16	16,36
	1,0	0,69	16,82	—	—	—

b	$A'/\lambda = 0{,}5\,\Delta W_{max}/\lambda$	$W_{скв}/\lambda$	η 0,5	η 0,84	η 0,90	η 0,95
3	0,1	0,07	0,72	5,33	5,88	7,12
	0,2	0,14	5,14	6,86	7,73	12,46
	0,3	0,21	5,84	12,20	12,70	14,2
	0,4	0,28	8,86	12,94	19,26	—
	0,5	0,35	12,23	17,83	19,12	—
	1,0	0,70	—	—	—	—
4	0,1	0,07	0,72	7,26	7,84	9,00
	0,2	0,14	7,14	8,93	10,93	16,32
	0,3	0,21	7,86	16,16	16,60	17,82
	0,4	0,28	12,34	16,94	—	—
	0,5	0,35	16,24	—	—	—
	1,0	0,70	—	—	—	—
5	0,1	0,07	0,72	9,21	9,80	11,0
	0,2	0,14	9,16	10,94	11,82	—
	0,3	0,21	9,88	—	—	—
	0,4	0,28	16,2	—	—	—
	0,5	0,35	—	—	—	—
	1,0	0,70	—	—	—	—

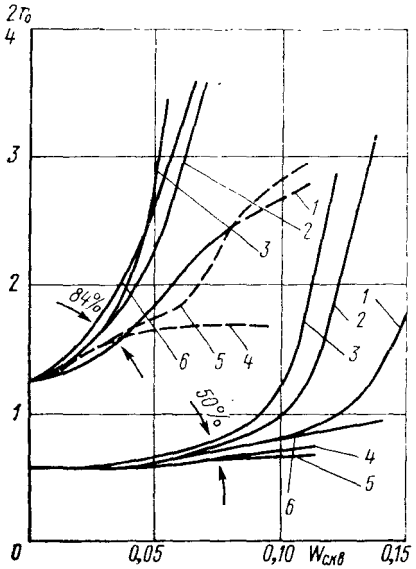


Рис. 2.20. Зависимость диаметра кружка рассеяния, содержащего 50 % и 84 % энергии, от $W_{скв}$ при различных типах деформации волнового фронта: *1* — тип I, $b = 0{,}5$; *2* — тип I, $b = 2$; *3* — тип II, $b = 2$; *4* — тип III, $\Delta\rho = 0{,}03$; *5* — тип III, $\Delta\rho = 0{,}1$; *6* — тип IV, $\rho = 0{,}1$, $\Delta\rho_0 = 0{,}5$

свидетельствует о более сильной его зависимости от формы деформации.

Соблюдение критерия Рэлея не гарантирует получения пятна рассеяния по распределению энергии, близкому (отличие не превышает 20 %) к идеальному. Например, у системы, характеризуемой типом I, при максимальной деформации, $0{,}1\lambda$ и $W_{скв} \leqslant 0{,}07\lambda$ диаметр пятна рассеяния, содержащего 84 % энергии, при $b = 1$ в 1,5 раза больше, чем у идеальной, а при $b = 3$ — в 4,3 раза. У системы, представленной типом IV, это отличие составляет 3 раза. В то же время при 50 %-ном уровне энергии указанное отличие менее заметно: для кривой типа I оно равно

Таблица 2.7

Значения диаметра кружка рассеяния (в относительных единицах) в зависимости от максимальной ΔW_{max} и среднеквадратической $W_{скв}$ волновой аберрации типа II $W_{II} = \Delta W_{max}/\sin(2\pi b\rho)$/.

b	$A'/\lambda = \frac{\Delta W_{max}}{\lambda}$	$W_{скв}/\lambda$	η 0,5	η 0,84	η 0,90	η 0,95
0,5	0	0	0,56	1,22	1,94	4,00
	0,1	0,03	0,58	1,596	2,4	4,00
	0,2	0,06	0,65	2,15	2,78	4,43
	0,3	0,09	0,78	2,596	3,45	4,83
	0,4	0,12	0,98	2,88	3,89	5,34
	0,5	0,15	1,88	3,58	4,49	6,0
	1,0	0,31	4,04	6,42	7,0	8,83
1,0	0,1	0,03	0,58	1,69	2,85	4,75
	0,2	0,06	0,67	3,33	4,46	5,64
	0,3	0,09	0,83	4,49	4,89	7,5
	0,4	0,12	2,25	4,85	6.26	8,63
	0,5	0,15	3,61	6,07	8,17	9,25
	1,0	0,31	8,00	12,31	12,94	16,42
2,0	1,0	0,03	0,58	1,69	2,85	7,78
	0,2	0,06	0,67	6,14	8,21	8,89
	0,3	0,09	0,84	8,38	8,79	11,04
	0,4	0,12	2,89	8,8	9,89	16,23
	0,5	0,15	7,596	9,91	15,89	16,84
	1,0	0,31	15,94	—	—	—
3,0	0,1	0,03	0,58	1,69	2,85	10,7
	0,2	0,06	0,67	7,75	12,11	12,81
	0,3	0,09	0,84	12,34	12,76	14,6
	0,4	0,12	3,0	12,78	13,65	—
	0,5	0,15	11,55	13,78	—	—
	1,0	0,31	—	—	—	—
4,0	0,1	0,03	0,59	1,69	2,96	13,0
	0,2	0,06	0,67	8,34	16,06	16,75
	0,3	0,09	0,84	16,32	16,74	18,0
	0,4	0,12	3,25	16,76	17,52	—
	0,5	0,15	15,52	17,72	—	—
	1,0	0,31	—	—	—	—
5,0	0,1	0,03	0,59	1,69	2,96	14,0
	0,2	0,06	0,67	8,50	—	—
	0,3	0,09	0,84	—	—	—
	0,4	0,12	3,50	—	—	—
	0,5	0,15	19,52	—	—	—
	1,0	0,31	—	—	—	—

Таблица 2.8

Значения диаметра кружка рассеяния (в относительных единицах) в зависимости от максимальной ΔW_{max} и среднеквадратической $W_{скв}$ волновой аберрации типа III $W_{III}(\rho) = \Delta W_{max}(b_3\rho^3 + b_2\rho^2 + b\rho + c)$

$\Delta\rho$	$A'/\lambda = \frac{\Delta W_{max}}{\lambda}$	$W_{скв}/\lambda$	η 0.50	η 0,84	η 0,90	η 0,95
0,1	0,1	0,01	0,56	1,38	1,82	4,30
	0,2	0,03	0,58	1,56	2,56	5,50
	0,3	0,05	0,60	1,72	2,98	7,80
	0,4	0,06	0,62	1,92	4,08	10,60
	0,5	0,08	0,66	2,46	5,60	13,50
	1,0	0,16	0,68	3,72	14,00	—
0,03	0,1	0,01	0,56	1,31	1,96	4,00
	0,2	0,02	0,57	1,42	2,00	4,44
	0,3	0,03	0,57	1,52	2,36	5,14
	0,4	0,04	0,58	1,57	2,62	6,20
	0,5	0,05	0,59	1,63	2,75	7,50
	1,0	0,09	0,60	1,70	2,96	12,00

Таблица 2.9

Значения диаметра кружка рассеяния (в относительных единицах) в зависимости от максимальной ΔW_{max} и среднеквадратической $W_{скв}$ волновой аберрации типа IV $W_{IV}(\rho) = \Delta W_{max}(c\rho^2 + b\rho + c)$

ρ_0	$A'/\lambda = \frac{\Delta W_{max}}{\lambda}$	$W_{скв}/\lambda$	η (Δρ = 0,03) 0,5	η (Δρ = 0,03) 0,84	η (Δρ = 0,03) 0,90	η (Δρ = 0,03) 0,95
0,5	0,1	0,01	0,57	1,50	2,29	4,7
	0,2	0,02	0,59	1,76	2,93	8,0
	0,3	0,04	0,62	2,54	4,89	14,29
	0,4	0,05	0,65	2,99	7,88	18,57
	0,5	0,06	0,68	3,92	10,79	—
	1,0	0,12	0,62	2,60	6,36	—
0,7	0,1	0,02	0,57	1,50	2,50	5,00
	0,2	0,03	0,59	1,83	3,90	10,8
	0,3	0,04	0,63	3,56	7,00	17,67
	0,4	0,06	0,67	5,16	11,92	—
	0,5	0,07	0,71	7,17	16,17	—
	1,0	0,15	0,64	3,84	11,83	—
0,9	0,1	0,02	0,57	1,50	2,31	5,25
	0,2	0,03	0,60	1,75	3,83	13,60
	0,3	0,05	0,64	2,80	11,89	19,00
	0,4	0,07	0,68	10,27	15,50	—
	0,5	0,08	0,71	12,87	17,89	—
	1,0	0,17	0,64	3,63	—	—

ρ_0	$A'/\lambda = \frac{\Delta W_{max}}{\lambda}$	$W_{скв}/\lambda$	η (Δρ = 0,03) 0,5	η (Δρ = 0,03) 0,84	η (Δρ = 0,03) 0,90	η (Δρ = 0,03) 0,95
0,5	0,1	0,02	0,57	1,58	2,60	5,17
	0,2	0,04	0,62	2,35	3,91	8,71
	0,3	0,07	0,69	3,61	6,83	11,67
	0,4	0,09	0,77	6,23	9,67	14,50
	0,5	0,11	0,85	6,94	10,82	16,60
	1,0	0,22	0,7	5,75	—	—
0,7	0,1	0,03	0,58	1,6	2,75	5,67
	0,2	0,05	0,63	2,94	5,12	10,6
	0,3	0,08	0,71	5,15	9,13	13,0
	0,4	0,10	0,81	7,44	11,32	16,83
	0,5	0,13	0,90	10,2	12,79	19,0
	1,0	0,26	0,73	12,66	—	—
0,9	0,1	0,03	0,58	1,56	2,62	6,33
	0,2	0,06	0,63	2,27	6,5	13,0
	0,3	0,09	0,71	7,36	11,11	15,0
	0,4	0,11	0,80	10,91	13,6	17,11
	0,5	0,14	0,87	12,50	15,25	—
	1,0	0,29	0,73	—	—	—

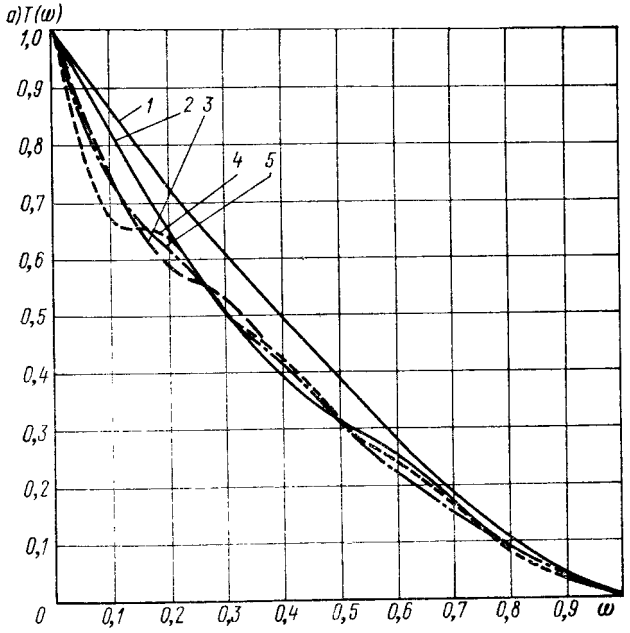
1,25 раза, для кривой типа IV — 1,15 раза. Таким образом, аберрации прежде всего сказываются на расширении основания — ореола пятна рассеяния, а не его центрального ядра, причем это их влияние возрастает с усложнением формы волнового фронта, что хорошо видно из рис. 2.20.

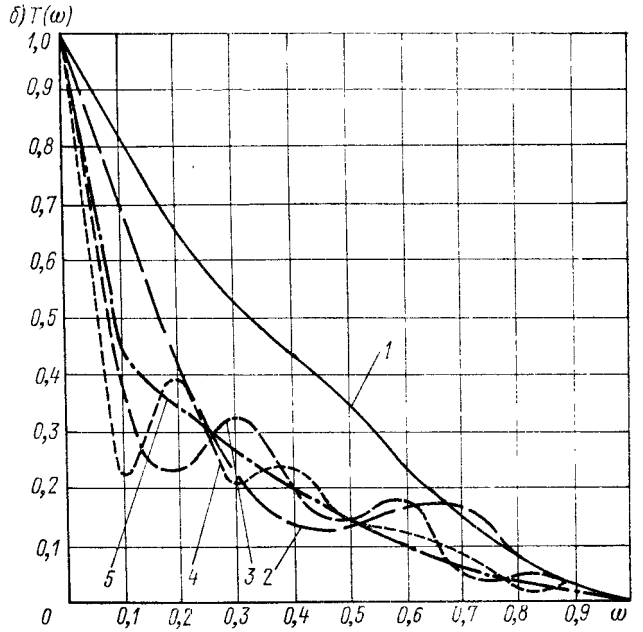
Из рис. 2.20 видно, что плавные отклонения (например, для типов I, II, $b = 0{,}5$) приводят к увеличению центрального ядра пятна рассеяния, в котором сосредоточено 50 % энергии, в то

время как отклонения с резкими изменениями (для типов I, $b = 3 \div 5$) вызывают увеличение ореола.

Полученные результаты нетрудно использовать для оценки допустимых отклонений поверхностей любого размера. Для данных на графиках и таблицах переход от относительных единиц к реальным осуществляется умножением на $\lambda/\sin\sigma'_A$ или $2\lambda/D$ в угловой мере. Отсюда следует, что чем меньше поверхность, тем жестче допуск на остаточные отклонения поверхности при прочих равных условиях и при тех же угловых размерах кружков.

Частотно-контрастная характеристика. На рис. 2.21—2.24 приведены графики ЧКХ для четырех типов волновой аберрации, а на рис. 2.25—2.27 — зависимости контрастов изображения на относительных пространственных частотах, равных 0,1; 0,3; 0,5; 0,7, от среднеквадратического отклонения $W_{\text{скв}}$. Видно, что снижение контраста при наличии местных отклонений волнового фронта обусловлено не максимальной деформацией $\Delta W_{\max}$, а главным образом среднеквадратическим отклонением $W_{\text{скв}}$. В зависимости от вида волновой аберрации наблюдается незначительное отклонение контраста при заданном значении $W_{\text{скв}}$. Так, для $W_{\text{скв}} = 0{,}07\lambda$ (критерий Марешаля) относительный контраст на частотах 0,1; 0,3; 0,5; 0,7 для типов I—III ($\Delta\rho = 0{,}1$), IV ($\Delta\rho = 0{,}1$) падает приблизительно на 15 % по сравнению с без-





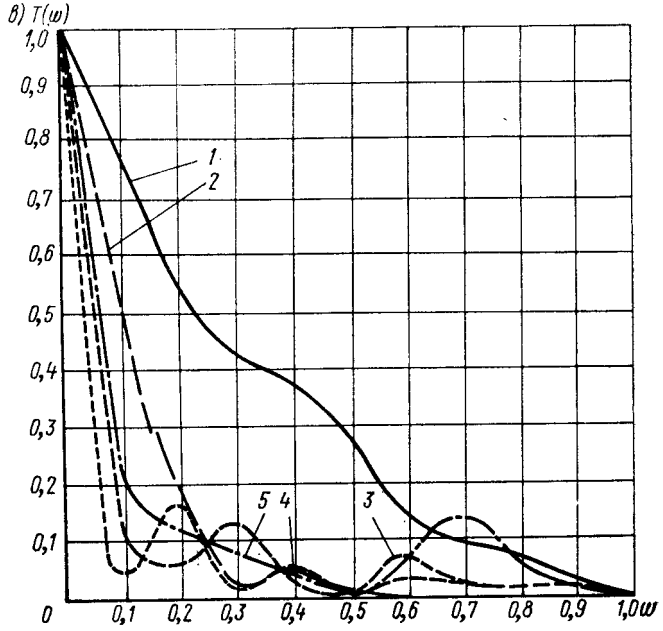


Рис. 2.21. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа I: *а* — $\Delta W_{\max}/2 = 0{,}1\lambda$; *б* — $= \Delta W_{\max}/2 = 0{,}2\lambda$; *в* — $\Delta W_{\max}/2 = 0{,}3\lambda$;
1 — $b = 0{,}5$; *2* — $b = 1$; *3* — $b = 2$; *4* — $b = 3$; *5* — $b = 5$

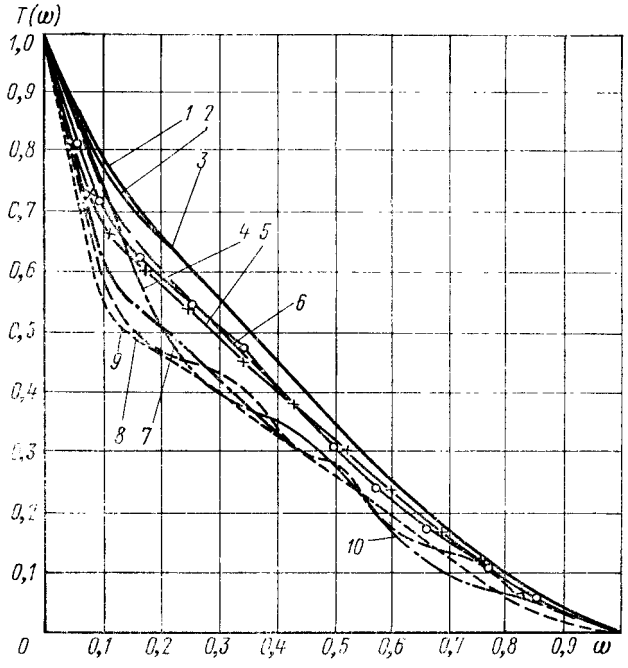


Рис. 2.22. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа II:

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$, $b = 0{,}5$; *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$, $b = 1$; *3* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$, $b = 0{,}5$; *4* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$, $b = 1$; *5* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$, $b = 2$; *6* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$, $b = 5$; *7* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $b = 0{,}5$; *8* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $b = 1$; *9* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $b = 2$; *10* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $b = 5$

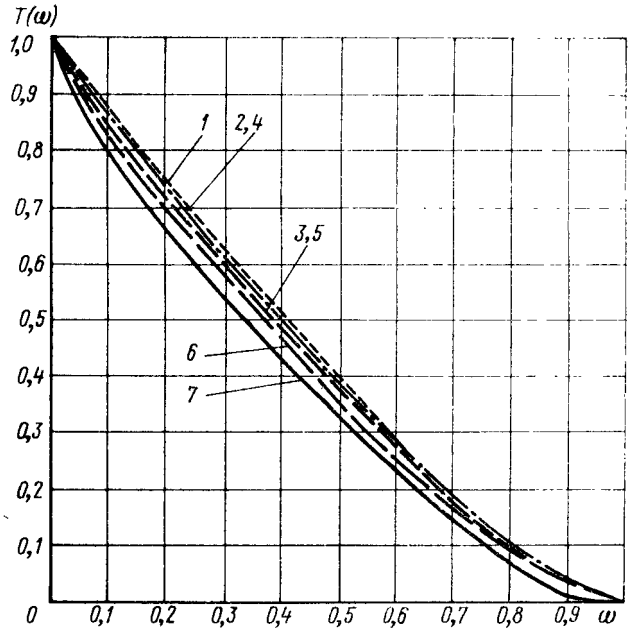


Рис. 2.23. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа III:

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}03$; *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}03$; *3* — $\Delta W_{max} = 1{,}0\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}03$; *4* — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}1$; *5* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}1$; *6* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}1$; *7* — $\Delta W_{max} = 1{,}0\lambda$, $\Delta\rho = 0{,}1$

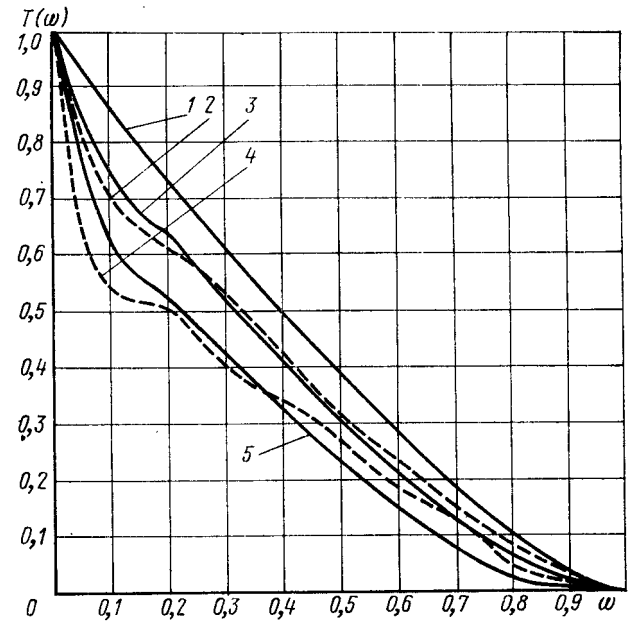


Рис. 2.24. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа IV при $\Delta\rho = 0{,}1$:

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$, $\rho_0 = 0{,}7$, $\rho_0 = 0{,}9$; *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $\rho_0 = 0{,}7$; *3* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$, $\rho_0 = 0{,}9$; *4* — $\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$, $\rho_0 = 0{,}7$; *5* — $\Delta W_{max} = 0{,}5\lambda$, $\rho_0 = 0{,}9$

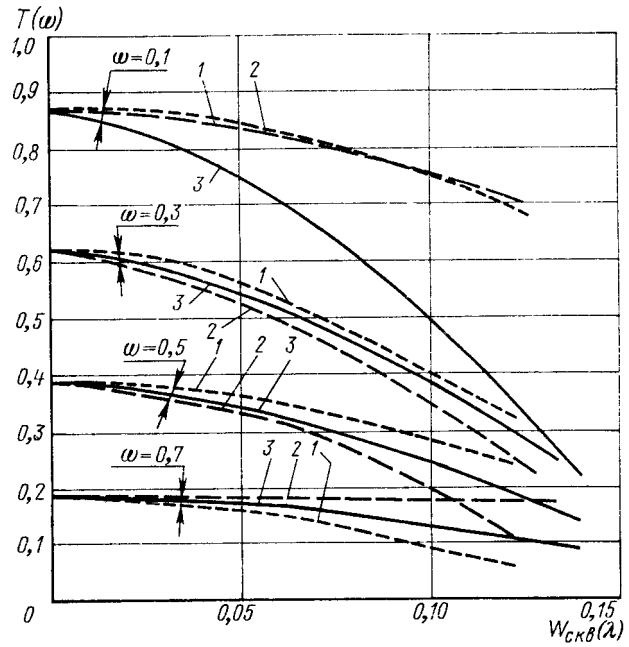


Рис. 2.25 Зависимость контраста T (ω) на различных частотах ω от $W_{скв}$ для волновой аберрации типа I:

1 — $b = 0{,}5$; *2* — $b = 1$; *3* — $b = 3$

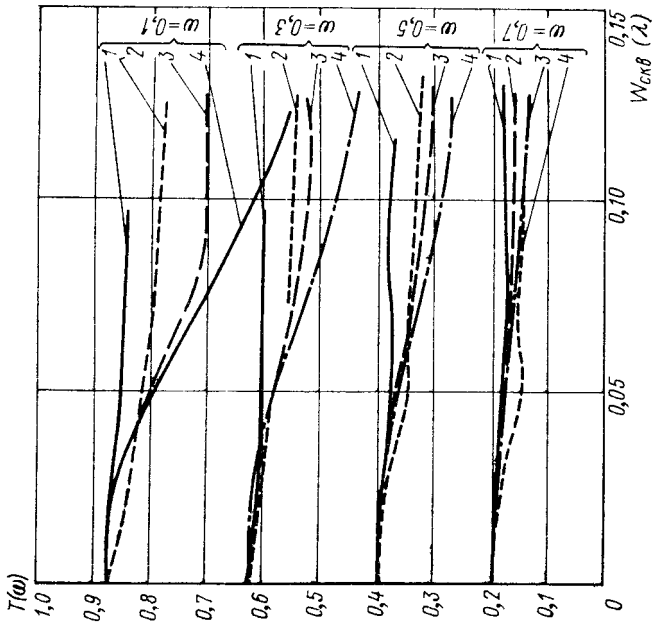


Рис. 2.27. Зависимость контраста T (ω) на различных частотах ω от $W_{скв}$ для волновых аберраций типа III, IV:
1 — тип III, $\Delta\rho = 0{,}03$; *2* — тип III, $\Delta\rho = 0{,}1$; *3* — тип IV, $\Delta\rho = 0{,}05$, $\rho_0 = 0{,}7$; *4* — тип IV, $\Delta\rho = 0{,}1$, $\rho_0 = 0{,}7$

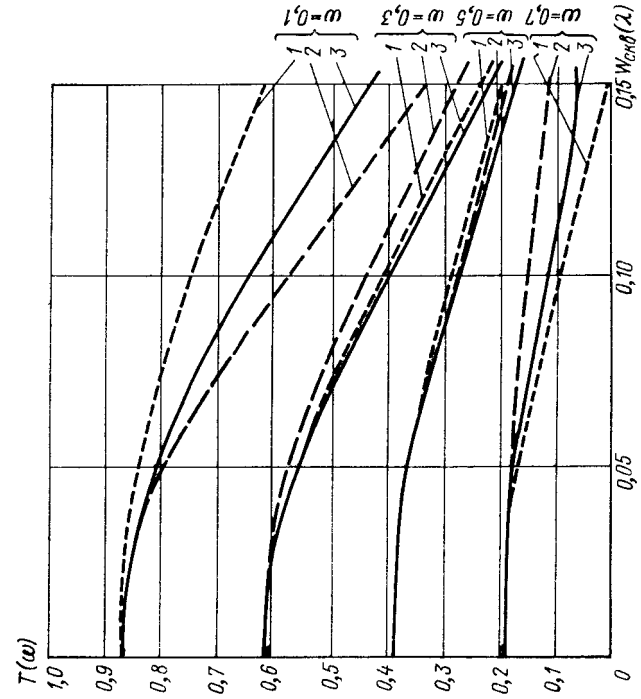


Рис. 2.26. Зависимость контраста T (ω) на различных частотах ω от $W_{скв}$ для волновой аберрации типа II:
1 — $b = 0{,}5$; *2* — $b = 1$; *3* — $b = 3$

аберрационной системой; на малых частотах (ω = 0,1) в зависимости от вида волновой аберрации, для типов I, II снижение относительного контраста колеблется в пределах 6—23 %; с увеличением частоты (ω = 0,3; ω = 0,5) этот разброс уменьшается и снижение конкраста колеблется в пределах 12—18 %; для волновой аберрации типа III (завал края) снижение контраста зависит от зоны отклонения (Δρ) и при малых $\Delta\rho \cong 0{,}03$ снижение контраста весьма незначительно. Наибольшие перепады снижения контраста в зависимости от типа волновой аберрации наблюдаются на малых частотах ($\omega \cong 0{,}1$), а также при достаточно больших значениях $W_{скв} > (0{,}10 \div 0{,}15)\,\lambda$.

Если принять в качестве критерия качества изображения критерий Гопкинса, при котором на частоте ω = 0,5 контраст должен быть не менее $0{,}8T_0\,(\omega) = 0{,}31$, то среднеквадратическое отклонение волнового фронта не должно превышать следующих значений:

для типа I $W_{скв} \leqslant 0{,}08\lambda$ ($b = 0{,}5$), $W_{скв} \leqslant 0{,}06\lambda$ ($b > 1$);
для типа II $W_{скв} \leqslant 0{,}08\lambda$ (для всех значений b);
для типа III $W_{скв} \leqslant 0{,}16\lambda$ ($\Delta\rho = 0{,}1$);
для типа IV $W_{скв} \leqslant 0{,}08\lambda$ ($\Delta\rho = 0{,}1$).

Частотно-контрастная характеристика оптической системы при наличии местных деформаций волнового фронта типа I или II может быть определена на основе статистической модели, предложенной О'Нейлом [34].

Представим волновую аберрацию системы в виде двух составляющих: $W = W_р + W_п$, где $W_р$ — расчетная остаточная волновая аберрация; $W_п$ — волновая аберрация, обусловленная погрешностями изготовления поверхностей.

О'Нейл, исходя из статистического характера $W_п$, принял, что $W_п$ имеет нормальное распределение по закону Гаусса с нулевым средним значением, дисперсию $W^2_{скв}$ и нормированную автокорреляционную функцию

$$d_п(\beta, \nu) = \frac{1}{W^2_{скв}} \int_{-\infty}^{\infty}\int W_п(\beta', \nu')\, W^*_п(\beta' - \lambda\mu, \gamma' - \lambda\nu)\, d\beta'\, d\gamma'.$$

При данных условиях усредненная ЧКХ системы $T(\beta, \nu)$ описывается выражением $T(\beta, \nu) = T_р(\beta, \nu)\, T_п(\beta, \nu)$, где $T_р(\mu, \nu)$ — ЧКХ оптической системы при отсутствии отклонений поверхности; $T_п(\mu, \nu)$ — ЧКХ, обусловленная случайными отклонениями поверхности. О'Нейл показал, что

$$T_п(\mu, \nu) = \exp\{-(kW_{скв})^2\,[1 - d_п(\mu, \nu)]\}. \qquad (2.47)$$

Для представления автокорреляционной функции используется модель Гаусса [67]

$$d_п(\mu, \nu) = d(\omega) = \exp[-4\omega^2/e^2] = \exp[-16\omega^2 b^2], \qquad (2.48)$$

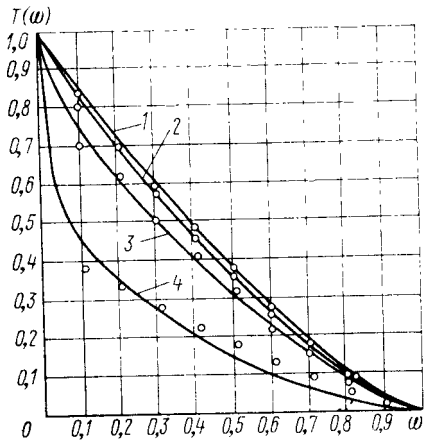


Рис. 2.28. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа I, рассчитанная по точным формулам (сплошные линии) и по приближенным формулам О'Нейла (точки кривой отмечены кружками) при $b = 5$:

1 — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}04\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}028\lambda$); *2* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}06\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}042\lambda$); *3* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}10\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}07\lambda$); *4* — $0{,}5\Delta W_{max} = 0{,}20\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}14\lambda$)

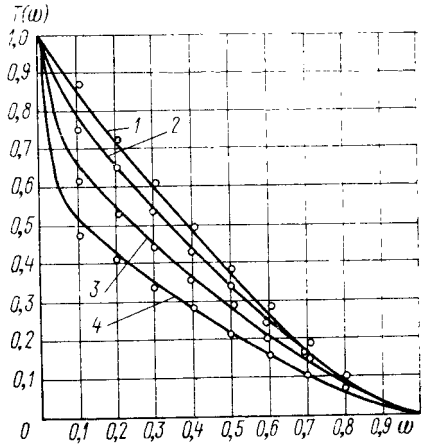


Рис. 2.29. Частотно-контрастная характеристика при наличии волновой аберрации типа II, рассчитанная по точным формулам (сплошные линии) и по приближенным формулам О'Нейла (точки кривой отмечены кружками) при $b = 5$:

1 — $\Delta W_{max} = 0{,}1\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}031\lambda$); *2* — $\Delta W_{max} = 0{,}2\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}062\lambda$); *3* — $\Delta W_{max} = 0{,}3\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}093\lambda$); *4* — $\Delta W_{max} = 0{,}4\lambda$ ($W_{скв} = 0{,}124\lambda$)

где ω — относительная пространственная частота; $1/l$ — длина корреляции или период отклонения поверхности; b — частота отклонений. При мелкоструктурном отклонении длина корреляции l для волновой аберрации по типу I или II связана с числом b соотношением $l = 1/2b$.

На рис. 2.28, 2.29 приведены графики ЧКХ для волновых аберраций типа I и II для значения $b = 5$. Кружками отмечены значения контраста, вычисленные по формулам (2.47), (2.48). Видно хорошее совпадение ЧКХ, вычисленных по точным формулам на ЭВМ и по формуле О'Нейла. Незначительные расхождения наблюдаются на малых частотах ($\omega \leqslant 0{,}1$), а также с увеличением $W_{скв}$. При значениях $b \geqslant 5$ и $W_{скв} < 0{,}1\lambda$ формула дает точный результат и может быть применена для оценочных расчетов влияния местных отклонений на ЧКХ.

Расчет допустимых отклонений формы поверхности $\Delta N_з$ выполняют по следующей формуле:

$$\Delta N_з = 2\,(\Delta W_{max})/(n' - n)\,\lambda_k. \qquad (2.49)$$

Используя приведенные выше таблицы и графики, несложно определить допустимые значения ΔW_{max} или $W_{скв}$ и по (2.49) найти $\Delta N_з$.

2.7. РАСЧЕТ ДОПУСКОВ РАСПОЛОЖЕНИЯ И ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СИНТЕЗИРОВАННОГО ЗЕРКАЛА

В последнее время большое внимание уделяется разработке адаптивных оптических систем — систем с возможностью управления формой волнового фронта, т. е. приведения волнового фронта к некоторой оптимальной форме [51]. Повышенный интерес к адаптивной оптике вызван современным развитием астрономических, наземных и космических исследований, лазерных систем и других приборов. Как показывает анализ работ [48, 51], интерес этот определяется возможностью: 1) увеличения размеров оптических систем, например астрономических телескопов, за пределы, ограниченные технологией изготовления обычных зеркал; 2) уменьшения массы главных зеркал, влияния температурных перепадов на форму поверхностей, что особенно важно для космических телескопов; 3) управления формой поверхности для исключения влияния неоднородности атмосферы, тепловых деформаций элементов конструкции, погрешностей установки оптических элементов, разгрузочных устройств.

Приведенные обстоятельства имеют важное значение. Известно [48], что с ростом размеров зеркал при данном отношении диаметра главного зеркала к толщине D/d его масса возрастает пропорционально кубу диаметра D^3, жесткость и температурная стабильность уменьшаются пропорционально квадрату диаметра D^2. Применение, например, составного зеркала из m элементов снижает его массу пропорционально корню квадратному из числа элементов $\sqrt{m}$.

Адаптивное зеркало может быть реализовано в виде двух модификаций. К первой модификации относятся сплошные, так называемые активные зеркала на упругой основе, допускающие локальные деформации формы отражающей поверхности в процессе работы системы. Вторая модификация — это синтезированное или составное зеркало, собранное из системы малых зеркал, при этом принято считать, что поверхность зеркала полностью заполняется прилегающими друг к другу малыми зеркалами (малыми апертурами), а волновые фронты, создаваемые малыми зеркалами, синфазны и образуют единый волновой фронт суммарного зеркала (большой апертуры). В этом случае качество оптического изображения определяется суммарной апертурой.

При создании адаптивного зеркала приходится сталкиваться со многими проблемами. Это прежде всего проблемы создания высокоточных оптико-электронных систем автоматического управления, аппаратур контроля формы поверхности в реальном масштабе времени, систем исполнительных механизмов и т. п. Требования к конструкции адаптивного зеркала, системе контроля и управления его формой определяются требованиями к форме и допустимой остаточной деформации поверхности зеркала. Поэтому

теоретически обоснованное определение допусков на формы поверхности приобретает важнейшее значение. Наибольший интерес представляет синтезированное, составное адаптивное зеркало. Такое зеркало является примером наиболее сложной оптической поверхности.

Рассмотрим влияние погрешностей расположения и отклонения формы поверхностей элементов на качество изображения и определим их допустимые значения [22].

Функция рассеяния точки в системах с синтезированной апертурой. Рассмотрим распределение освещенности в точке системы с синтезированной апертурой $D(y', z') = |E(y', z')|^2$, где $E(y', z')$ определяется выражением (1.1):

$$E(y', z') = c \iint_s F(\beta', \gamma') \exp[ik(\beta' y' + \gamma' z')]\, d\beta'\, d\gamma'.$$

Для системы с синтезированной апертурой область зрачка состоит из m отдельных элементов s_k. Поэтому зрачковую функцию $F(\beta', \gamma')$ удобно представить в виде

$$F(\beta', \gamma') = \sum_{k=1}^{m} \sigma'^2_{Ak} F_k(\beta'_k, \gamma'_k),$$

где $F_k(\beta'_k, \gamma'_k)$ — зрачковая функция k-го элемента, выраженная в координатах β'_k, γ'_k относительно центра этого элемента, $\beta'_k = (\beta' - \beta'_{ck})/\sigma'_{Ak}$; $\gamma'_k = (\gamma' - \gamma'_{ck})/\sigma'_{Ak}$ (β'_{ck}, γ'_{ck} — координаты центра k-го элемента в общей системе координат); σ'_{Ak} — апертурный угол k-го элемента. Тогда в соответствии со свойствами Фурье-преобразования получим

$$D(y', z') = c \left| \sum_{k=1}^{m} \sigma'^2_{Ak} \exp[ik(y'\beta'_{ck} + z'\gamma'_{ck})] \times \right.$$
$$\left. \times \iint_{s_k} \exp[ikW(\beta'_k, \gamma'_k)] \exp[ik(y'\beta'_k + z'\gamma'_k)]\, d\beta'_k\, d\gamma'_k \right|^2. \quad (2.50)$$

Для упрощения формул и дальнейших выводов введем канонические координаты в соответствии с (1.3) и запись в векторной форме. Тогда (2.50) приводится к виду

$$D(r) = c \left| \sum_{k=1}^{m} \rho_{0k}^2 \exp[2\pi i r^{\mathrm{T}} \rho_{ck}] \exp[2\pi W(\rho_k)] \exp[2\pi r \rho_{0k}] \right|^2, \quad (2.51)$$

где r — вектор канонических координат на плоскости изображения; $\rho_k = (\rho - \rho_{ck})/\rho_{0k}$ — вектор координат относительно центра элемента; ρ_{ok} — вектор координат центра k-го элемента в общей системе канонических координат; ρ_{0k} — половина размера k-го элемента в этой же системе координат; т — индекс транспонирования.

Положим, что форма всех элементов одинакова. Тогда

$$F_k(\rho_k) = \Omega_k \exp[2\pi i W_k(\rho_k)], \quad (2.52)$$

где Ω_k — единично-нулевая функция элемента зрачка. Волновую аберрацию $W_k(\rho_k)$, вносимую k-м элементом, удобно представить в виде суммы членов, зависящих от юстировки элемента и погрешности формы его поверхности:

$$W_k(\rho_k) = W_{00k} + W_{20k} \| \rho_k \|^2 + \boldsymbol{W}_{11}^{\mathrm{T}} \rho_k + \sum_{j=3}^{\infty} q_{kj} P_j(\rho_k), \quad (2.53)$$

где W_{00k} — постоянная составляющая (дефазировка); W_{20k} — дефокусировка k-го элемента; $\boldsymbol{W}_{11к}^{\mathrm{T}} \rho_k$ — поперечное смещение, $\boldsymbol{W}_{11k}^{\mathrm{T}} \rho_k = W_{11x} \rho_k \cos\varphi_k + W_{11y} \rho_k \sin\varphi_k$, ($W_{11x}$, W_{11y} — проекции коэффициента волновой аберрации поперечного смещения на осях X, Y; ρ_k, φ_k — полярные координаты точки на элементе). Коэффициенты W_{00k}, W_{20k}, W_{11x}, W_{11y} выражаются через линейные смещения Δl_k в продольном направлении, углы наклона θ_x, θ_y — следующими формулами:

$$W_{00k} = \frac{\Delta l_k (n' - n)}{\lambda}; \quad W_{20k} = \frac{\Delta l_k}{4\lambda} \left[\frac{\sin^2 \sigma'_{Ak}}{n'} - \frac{\sin^2 \sigma_{Ak}}{n} \right];$$
$$W_{11x} = \frac{\theta_x D_k}{2\lambda} (n' - n); \quad W_{11y} = \frac{\theta_y D_k}{2\lambda} (n' - n), \quad (2.54)$$

где σ'_{Ak}, σ_{Ak} — апертурные углы элемента в пространстве изображения и предмета соответственно; D_k — диаметр k-го элемента (в мм) для бесконечно удаленного предмета. Для зеркальной поверхности $n' = -n = 1$. Тогда

$$W_{00k} = \frac{2\Delta l_k}{\lambda}; \quad W_{20k} = \frac{\Delta l_k \sin^2 \sigma'_{Ak}}{4\lambda} = \frac{W_{00k} \sin^2 \sigma'_{Ak}}{8};$$
$$W_{11x} = \frac{\theta_x D_k}{\lambda}; \quad W_{11y} = \frac{\theta_y D_k}{\lambda}. \quad (2.55)$$

Деформация поверхности k-го элемента определяется последним членом выражения (2.53) и описывается выражением (1.20) или (1.21). Положим, что элементы изготовлены идеально, т. е. отклонениями формы поверхности можно пренебречь. Кроме того, из (2.55) видно, что коэффициент W_{20k} в $\sin^2 \sigma'_{Ak}/8$ меньше W_{00k} и им можно пренебречь. Действительно, например, при апертуре $\sin \sigma'_{Ak} = 0{,}125$, $m = 6$ $W_{20k} \leqslant 0{,}001 W_{00k}$. Тогда выражение (2.53) приводится к виду

$$W_k(\rho_k) = W_{00k} + \boldsymbol{W}_k^{\mathrm{T}} \rho_k. \quad (2.56)$$

После подстановки (2.56) в (2.52) и (2.51) получим

$$D(\boldsymbol{r}) = c\left|\sum_{k=1}^{m} \rho_{0k}^2 \exp\left[2\pi i\left(W_{00k} + \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}_{ck}\right)\right] \times \right.$$

$$\left. \times \iint\limits_{\Omega_k} \exp\left[2\pi i \boldsymbol{W}_{11k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}_k\right] \exp\left[2\pi i \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}\right] d\Omega_k \right|^2. \qquad (2.57)$$

Формула (2.57) позволяет найти ФРТ синтезированной апертуры при различных наклонах и смещениях элементов.

Влияние погрешностей расположения элементов на качество изображения. Рассмотрим влияние погрешностей расположения элементов на средний квадрат деформации волнового фронта и число Штреля. Из (1.38) $W_{\text{скв}}^2 = [\overline{W}^2 - (\overline{W})^2]^{0,5}$ в соответствии с выражением (2.56) для $W_{\text{скв}}$ имеем:

$$\overline{W} = \frac{1}{m}\sum_{k=2}^{m} \frac{1}{\Omega_k}\iint \left(W_{00k} + \boldsymbol{W}_{11k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}_k\right) d\Omega_k;$$

$$\overline{W}^2 = \frac{1}{m}\sum_{k=2}^{m} \frac{1}{\Omega_k}\iint\limits_{\Omega_k} \left(W_{00k} + \boldsymbol{W}_{11k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\rho}_k\right)^2 d\Omega_k.$$

Выполняя интегрирование и полагая для простоты, что все элементы одинаковы и имеют форму круга, находим:

$$\overline{W} = \frac{1}{m}\sum_{k=2}^{m} W_{00k} = \overline{W}_{00};$$

$$\overline{W}^2 = \frac{1}{m}\sum_{k=2}^{m}\left(W_{00k}^2 + \frac{1}{4}\|W_{11k}\|^2\right) = \overline{W}_{00} + \frac{1}{4}\overline{W}_{\|}^2,$$

где $|W_{11k}|^2 = W_{11xk}^2 + W_{11yk}^2$. Тогда

$$W_{\text{скв}} = \left[\overline{W}_{00}^2 - (\overline{W}_{00})^2 - \frac{1}{4}\overline{W}_{11}^2\right]^{0,5}. \qquad (2.58)$$

Число Штреля определяется выражением (1.40) $S = 1 - (2\pi/\lambda)^2 W_{\text{скв}}^2$.

Для доказательства применимости формул (1.40) и (2.58) найдем точное выражение для числа Штреля S в случае наличия только смещений W_{00k}. Из выражения (2.57) получим

$$D(\boldsymbol{r}) = \left[\frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r}\right]\frac{1}{m^2}\sum_{k}^{m}\sum_{l}^{m}\exp\left[2\pi i\left(W_{00k} - W_{00l}\right) + \right.$$

$$\left. + \boldsymbol{r}^{T}\left(\boldsymbol{\rho}_{ck} - \boldsymbol{\rho}_{cl}\right)\right] = \left[\frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r}\right]^2 \times$$

$$\times \frac{1}{m^2}\sum_{k}^{m}\sum_{l}^{m}\left[m + 2\sum_{k=l}^{m}\sum_{l=k+1}^{m}\cos\left[2\pi\left(a_{00k} - a_{00l}\right) + \boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\rho}_{ck} - \boldsymbol{\rho}_{cl}\right)\right]\right].$$

Из этой формулы для числа Штреля S находим

$$S = \frac{1}{m^2}\left[m + 2\sum_{k=l}^{m}\sum_{l=k+1}^{m}\cos\left[2\pi\left(W_{00k} - W_{00l}\right)\right]\right]. \qquad (2.59)$$

Положим, что смещается только один элемент, например первый, т. е. $a_{00_1} = a_{00}$; $a_{00_k} = 0$; $k = 2, \ldots, m$. Тогда

$$S = \frac{1}{m^2}\left[m + 2\sum_{l=2}^{m}\cos\left(2\pi W_{00}\right) + 2\sum_{k=2}^{m}\sum_{l=k+2}^{m} 1\right] = 1 -$$

$$- \frac{4(m-1)}{m^2}\sin^2\left(\pi W_{20}\right); \quad S \cong 1 - \left(2\pi\frac{\sqrt{m-1}}{m}W_{00}\right)^2. \qquad (2.60)$$

Для этого случая $\overline{W} = W_{00}/m$; $\overline{W}^2 = W_{00}^2/m$. Тогда

$$W_{\text{скв}}^2 = \left[\frac{W_{00}^2}{m} - \left(\frac{W_{00}}{m}\right)^2\right] = W_{00}\sqrt{m-1}/m. \qquad (2.61)$$

Из сравнения формул (2.60) и (2.61) видно, что значения $W_{\text{скв}}$, рассчитанные по точной и приближенной формулам, совпадают. Таким образом, по формулам (1.40) и (2.58) можно оценить качество изображения при наличии погрешностей установки элементов синтезированной системы или зеркала.

Расчет допусков расположения элементов синтезированной системы. Для решения вопроса о допустимых значениях смещений и наклонов элементов воспользуемся аппаратом математической статистики. Положим, что технологические погрешности распределены по нормальному закону и при этом дисперсии всех смещений одинаковы и равны $\sigma_{W_{00}}^2$, а дисперсии всех наклонов $\sigma_{W_{11}}^2$. Примем допуск смещения равным $\pm 2\sigma_{W_{00}}$, а наклона $\pm 2\sigma_{W_{11}}$. Найдем математическое ожидание (МО) числа Штреля. Для смещений (при отсутствии наклонов можно воспользоваться точной формулой (2.59)

$$MO(S) = \frac{1}{m^2}\left[m + 2\sum_{k=l}^{m}\sum_{l=k+1}^{m} MO\left[\cos 2\pi\left(W_{00k} - W_{00l}\right)\right]\right]. \qquad (2.62)$$

Так как смещения W_{00k}, W_{00l} статистически независимы, распределены по нормальному закону с дисперсией σ_W^2 и нулевым математическим ожиданием, то случайная величина $x = W_{00k} -$

— W_{00l} будет распределена по нормальному закону с дисперсией $2\sigma_a^2$. Тогда

$$MO\,[\cos(2\pi x)] = \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2\pi x \frac{1}{\sqrt{4\pi}\,\sigma_{W_{00}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\sigma^2_{W_{00}}}\right) dx =$$

$$= \exp\left(-4\pi^2\sigma^2_{W_{00}}\right).$$

После подстановки полученного выражения в формулу (2.62) находим

$$MO\,(S) = \frac{1}{m^2}\left[m + \exp\left(-4\pi^2\sigma^2_{W_{00}}\right) 2\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=k+1}^{m} 1\right] =$$

$$= \frac{m-1}{m}\exp\left(-4\pi^2\sigma^2_{W_{00}}\right) + \frac{1}{m}. \qquad (2.63)$$

При смещениях и наклонах следует воспользоваться приближенными значениями (2.58) и (1.40):

$$MO\,(S) = 1 - 4\pi^2\left[MO\left(\overline{W}^2_{00}\right) - MO\,(\overline{W}_{00})^2 + \frac{1}{4}MO\left(\overline{W}^2_{11}\right)\right],$$

где

$$MO\left(\overline{W}^2_{00}\right) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} MO\left(W^2_{00k}\right) = \sigma^2_{W_{00}};$$

$$MO\,(\overline{W}_{00}) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} MO\,(W_{00k}) = 0;$$

$$MO\left(\overline{W}^2_{11}\right) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\left[MO\left(W^2_{11x}\right) + MO\left(W^2_{11y}\right)\right] = 2\sigma^2_{W_{11}}.$$

Таким образом,

$$MO\,(S) = 1 - 4\pi^2\left[\sigma^2_{W_{00}} + 0{,}5\sigma^2_{W_{11}}\right]. \qquad (2.64)$$

Сравнивая формулу (2.64) с (2.63), можно заключить, что при малых $\sigma_{W_{00}}$, $\sigma_{W_{11}}$ и больших m формула (2.63) переходит в формулу (2.64). Поэтому можно ожидать, что при любых m, $\sigma_{W_{00}}$, $\sigma_{W_{11}}$ будет справедливо

$$MO\,(S) = \frac{m-1}{m}\exp\left[-4\pi^2\left(\sigma^2_{W_{00}} + 0{,}5\sigma^2_{W_{11}}\right)\right] + \frac{1}{m}. \qquad (2.65)$$

Формула (2.65) позволяет определить допуски смещений и наклонов элементов.

Преобразуем формулу (2.65), разложив в ряд экспоненциальную функцию и ограничиваясь двумя членами разложения. Тогда

$$MO\,(S) = 1 - \frac{m-1}{m}4\pi^2\left(\sigma^2_{W_{00}} + 0{,}5\sigma^2_{W_{11}}\right). \qquad (2.66)$$

Обозначим через σ^2 общий допуск $\sigma^2 = \sigma^2_{W_{00}} + 0{,}5\sigma^2_{W_{11}}$, который разделим следующим образом: $\sigma^2_{W_{00}} = 0{,}5\sigma^2$; $\sigma^2_{W_{11}} = \sigma^2$. Положим $MO\,(S) = 0{,}8$. Тогда формула (2.66) приводится к виду

$$\sigma^2 = \frac{1}{200}\frac{m}{m-1}; \quad \sigma = \frac{1}{14}\sqrt{\frac{m}{m-1}}. \qquad (2.67)$$

Из формулы (2.67) определим допуски смещения δa и наклонов δt элементов:

$$\sigma_{W_{00}} = \frac{1}{20}\sqrt{\frac{m}{m-1}}; \quad \sigma_{W_{11}} = \frac{1}{14}\sqrt{\frac{m}{m-1}};$$

$$\delta a = 2\sigma_{W_{00}} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{m}{m-1}}; \quad \delta t = 2\sigma_{W_{11}} = \frac{1}{7}\sqrt{\frac{m}{m-1}}. \qquad (2.68)$$

Видно, что допуск наклона в волновой мере в $\sqrt{2}$ раз свободнее, чем допуск смещения.

В линейной и угловой мере из формулы (2.54) и (2.68) находим:

$$\Delta l_k = \frac{\lambda\delta a}{2} = \frac{\lambda}{20}\sqrt{\frac{m}{m-1}}; \quad \theta_x = \theta_y = \frac{2\delta t\lambda}{D_k} = \frac{\lambda}{5D_k}\sqrt{\frac{m}{m-1}}.$$

Для многоэлементных систем при $m > 5$ имеем:

$$\Delta l_k \cong \frac{\lambda}{20}; \quad \theta_x = \theta_y \cong \frac{\lambda}{5D_k}; \quad \theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} = \frac{\lambda}{3{,}5D_k}.$$

Например, для шестиэлементного главного зеркала зеркально-линзовой системы с диаметром элемента, равным 1000 мм, допустимые смещения и наклоны соответственно составляют при $\lambda = 0{,}55\cdot10^{-3}$ мм $\Delta l_k = 0{,}03$ мкм, $\theta = 0{,}03''$. В долях интерференционных полос этим значениям соответствуют смещение $\Delta N = 0{,}1$, наклон — $\Delta N = 0{,}5$.

Допустимые отклонения формы поверхности элементов синтезированной апертуры. Положим теперь, что каждый элемент имеет отклонения поверхности, т. е. в выражении (2.53) присутствуют члены высоких порядков разложения аберрации: $\sum_{j=3}^{\infty} q_{kj}P_j(\bar{\rho}_k)$. Из критерия Марешаля находим

$$W_{\text{скв}} = [\overline{W}^2 - (\overline{W})^2]^{0,5} < \lambda/14,$$

где

$$\overline{W} = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{\Omega_k}\iint\limits_{\Omega_k} W_k(\rho_k)\,d\Omega_k;$$

$$\overline{W}^2 = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{\Omega_k}\iint\limits_{\Omega_k} W_k^2(\rho_k)\,d\Omega_k.$$

Ввиду ортогональности базиса разложения волновых аберраций при одинаковых Ω_k имеем:

$$\overline{W} = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} W_{00} = \overline{W}_{00};$$

$$\overline{W}^2 = \frac{1}{m^2}\sum_{k=1}^{m}\left(W_{00k}^2 + \frac{1}{4}W_{11k}^2 + \frac{1}{3}W_{20k}^2 + \sum_{j=3}^{\infty}\bar{q}_{kj}^2 q_{\Omega_k}\right).$$

Тогда

$$W_{\text{скв}} = \left[\overline{W}_{00}^2 - (\overline{W}_{00})^2 + \frac{1}{4}\overline{W}_{11}^2 + \frac{1}{3}\overline{W}_{20}^2 + \sum_{j=3}^{\infty}\bar{q}_{kj}^2 q_{\Omega_k}\right]^{0,5}, \quad (2.69)$$

где $\bar{q}_{kj}^2$ — средний квадрат коэффициента, описывающего деформацию j-й степени; $q_{\Omega k}$ — норма полинома. Из выражения (2.69) видно, что отклонения поверхности элементов синтезированной апертуры влияют в среднем на качество изображений в общей апертуре точно так же, как и при самостоятельной работе элемента в качестве независимой системы. Таким образом, допустимые отклонения поверхности каждого элемента должны быть того же порядка, что и при целой апертуре, т. е. порядка $\lambda/14$ в среднеквадратическом значении.

Расчеты характеристик качества изображения (ЧКХ, ФРТ, $W_{\text{скв}}$) численными методами на примере семиэлементного синтезированного зеркала выполнены в работе [49].

2.8. КОМПЕНСАЦИЯ ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ЮСТИРОВКОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Отклонения формы оптических поверхностей могут быть частично скомпенсированы в процессе юстировки разворотами вокруг оптической оси, смещениями и наклонами оптических деталей. Такая компенсация особенно эффективна при наличии астигматических отклонений и отклонений типа комы. Например, при наличии только астигматических отклонений, как следует из выражений (2.23) и (2.25), разворотами поверхностей на угол φ_A можно минимизировать осевой астигматизм. При изготовлении

деталей отклонения их поверхности могут иметь сложный вид, в том числе могут присутствовать различные местные отклонения в любых сочетаниях. Поэтому рассмотрим задачу компенсации отклонения поверхностей в общем виде.

Решение задачи компенсации технологических погрешностей оптических поверхностей рассмотрено в работах [2, 35]. Деформацию волнового фронта, вносимую i-м компонентом, представим выражением (2.8) в виде

$$W_i(\rho, \varphi) = \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=0}^{K}(C_{nm})_i R_n^m(\rho)\cos m\varphi + \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=0}^{K}(S_{nm})_i R_n^m(\rho)\sin m\varphi,$$

где $(C_{nm})_i$, $(S_{nm})_i$ — косинусные и синусные коэффициенты волновой аберрации для i-го компонента соответственно.

Как показывает опыт контроля оптических систем, деформации волнового фронта W_i компонентов практически не влияют друг на друга и можно считать $W = \sum_{i=0}^{M} W_i$. Предположим, что M компонентов разворачиваются на углы φ_i относительно общей системы координат. Тогда суммарная волновая аберрация принимает вид

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{i=0}^{M}\sum_{n=0}^{K'}(C_{n0})_i R_n^0(\rho) + \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=1}^{K}\left\{C_{nm}^0 + \sum_{i=1}^{M}\left((C_{nm})_i\cos m\varphi_i - (S_{nm})_i\sin m\varphi_i\right)\right\}R_n^m(\rho)\cos m\varphi + \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=1}^{K'}\left\{S_{nm}^0 + \sum_{i=1}^{M}\left((S_{nm})_i\cos m\varphi_i + (C_{nm})_i\sin m\varphi_i\right)\right\}R_n^m(\rho)\sin m\varphi.$$

Для среднего квадрата значений деформации из (1.39) получим

$$W_{\text{скв}}^2 = \sum_{n=0}^{K'}\left(\sum_{i=0}^{M}(C_{n0})_i\right)^2\frac{1}{n+1} + \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=1}^{K}\left(C_{nm}^0 + \sum_{i=1}^{M}\left((C_{nm})_i\cos m\varphi_i - (S_{nm})_i\sin m\varphi_i\right)\right)^2\frac{1}{2(n+1)} + \sum_{n=m}^{N}\sum_{m=1}^{n}\left(S_{nm}^0 + \sum_{i=1}^{M}\left((S_{nm})_i\cos m\varphi_i + (C_{nm})_i\sin m\varphi_i\right)\right)^2\frac{1}{2(n+1)}. \quad (2.70)$$

Задача компенсации погрешностей поверхности сводится к нахождению углов разворота $\{\varphi_i\}$, при которых $W_{\text{скв}}$ принимает

наименьшее значение. Из (2.70) видно, что $W_{\text{скв}}$ зависит от φ_i нелинейно, и для нахождения углов разворота применяют методы оптимизации нелинейных функционалов. Существует несколько минимумов $W_{\text{скв}}$ по φ_i, и задача сводится к поиску тех значений углов, при которых $W_{\text{скв}}$ минимально. Так, для объектива с погрешностями изготовления четырех компонентов, описываемых полиномами с $m = 3$; $(n - m)_{\max} = 6$, процесс оптимизации выявил 42 локальных минимума. Алгоритмы локальной и глобальной оптимизации приведены в [2]. Анализ примеров применения метода оптимального разворота показал его высокую эффективность, позволяющую в несколько раз уменьшить технологическую величину $W_{\text{скв}}$.

Другим способом компенсации отклонений поверхностей являются наклоны и смещения компонентов в направлении, перпендикулярном к оптической оси [35]. Пусть C_{nm}, S_{nm} — набор коэффициентов разложения волновой аберрации, вносимой деформацией поверхности. Обозначим вектор этих коэффициентов через $\boldsymbol{Z}$. Волновая аберрация оптической системы может быть описана выражением (2.8) с вектором коэффициентов $\boldsymbol{Z}' = \boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_p$, где $\boldsymbol{Z}_p$ — вектор коэффициентов остаточных расчетных аберраций. Обозначим через $\bar{\theta}$ вектор отклонений (смещений, наклонов) от номинала тех параметров, которые изменяются в процессе юстировки. Например, для астрономического телескопа типа Кассегрена или Ричи—Кретьена — это наклоны и смещения вторичного зеркала, поперечные и продольные смещения точки изображения, относительно которой определяются аберрации, наклоны трубы телескопа.

В номинальном положении $\theta = 0$. Пусть нам известны коэффициенты влияния каждого из юстируемых параметров на все коффициенты волновой аберрации, т. е. матрица частных производных $\boldsymbol{A} = \{\partial W_i/\partial\theta_i\}$. Методы определения частных производных рассмотрены в гл. 4. При небольших значениях юстировочных параметров их влияние на коэффициенты $\boldsymbol{Z}$ можно считать линейным. Тогда с учетом возможности юстировки аберрации оптической системы описываются матрицей коэффициентов $\boldsymbol{Z}''$:

$$\boldsymbol{Z}'' = \boldsymbol{Z}' + \boldsymbol{A}\Theta. \tag{2.71}$$

Задача компенсации погрешностей изготовления оптических поверхностей состоит в нахождении значений юстировочных параметров θ_i из условия минимизации $W^2_{\text{скв}}$:

$$W^2_{\text{скв}} = \sum (Z'')^2 \omega = \min, \tag{2.72}$$

где ω — нормы полиномов. В матричном виде выражение (2.71) приводится к виду

$$W^2_{\text{скв}} = (\boldsymbol{Z}'')^{\mathrm{T}} \Omega (\boldsymbol{Z}'') = (\boldsymbol{Z}' + \boldsymbol{A}\Theta)\,\Omega\,(\boldsymbol{Z}' + \boldsymbol{A}\Theta) = \min,$$

где т — индекс транспонирования; Ω — диагональная матрица норм ортогональных полиномов. В соответствии с методом наименьших квадратов (МНК) минимум $W_{\text{скв}}$ обеспечивается при значениях параметров θ, определяемых выражением

$$\Theta = -(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega\boldsymbol{Z}'. \tag{2.73}$$

В работе [35] предложено несколько методов решения уравнения (2.73). Так, применяя демпфированный метод наименьших квадратов, можно получить

$$\Theta = -(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega\boldsymbol{A} + p^2\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega\boldsymbol{Z}', \tag{2.74}$$

где $p = \frac{\|z'\|_{\max}}{2}$ — демпфер; $\boldsymbol{I}$ — единичная матрица. Подставляя (2.74) в (2.71), получим матрицу коэффициентов $\boldsymbol{Z}''$, описывающую остаточную неустранимую аберрацию. Обозначим $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega\boldsymbol{A} + p^2\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\Omega$. Тогда $\boldsymbol{Z}'' = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_p)$. Здесь $\boldsymbol{H}$— матрица оптимальной юстировки; матрицы $\boldsymbol{H}$ и вектор $\boldsymbol{Z}_p$ зависят только от параметров оптической схемы и могут быть рассчитаны заранее. Полученные коэффициенты $\boldsymbol{Z}''$ позволяют оценить качество изображения и принять решение о необходимости дальнейшей доводки зеркал.

2.9. ТЕХНОЛОГИЧНОСТЬ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Требования к качеству изображения современных оптических приборов существенно возросли. Так, расчетные аберрации широкого класса микрообъективов обеспечивают число Штреля в центре поля зрения, близкое к единице, и по полю зрения не ниже 0,7—0,8. Поэтому допуски формы поверхностей не должны существенно снижать число Штреля относительно расчетного значения. Оптическую систему можно считать технологичной, если полученные допуски могут быть реализованы с наименьшей трудоемкостью изготовления. Суммарная трудоемкость Q выполнения допусков N, ΔN равна сумме трудоемкостей на отдельные параметры:

$$Q = \sum_{k=1}^{p} q_k = \sum_{k=1}^{p} \left[\left(\frac{t_{k,\Delta N}}{\Delta N_k}\right)^2 + \left(\frac{t_{k,N}}{N_k}\right)^2\right],$$

где $t_{k,N}$, $t_{k,\Delta N}$ — допуски, соответствующие единичной трудоемкости. Следует стремиться к тому, чтобы общая трудоемкость была минимальной.

В целях оценки трудоемкости изготовления оптических поверхностей для серийного производства приведем их ориентировочные предельные отклонения (табл. 2.10) и относительную трудо-

Таблица 2.10

Допуски N и ΔN формы оптических поверхностей для серийного производства

Габаритные размеры детали (диаметр, диагональ наибольшей стороны), толщина по краю t, мм	Поверхности деталей													
	Линзы, зеркала из оптического стекла, кварца		Защитные стекла, пластины, светофильтры, зеркала		Сетки, шкалы		Призмы, клинья		Цилиндрические линзы		Линзы из водостойких кристаллов		Линзы из гигроскопических кристаллов	
	N	ΔN	N	ΔN	N	ΔN	N	ΔN	N	ΔN	N	ΔN	N	ΔN
2—5 $t \leqslant 0{,}5$	3,0	0,5	1,0	0,1	0,1	1,0	0,5	0,1	—	—	—	—	—	—
2—5 $t > 0{,}5$	1,0	0,1	1,0	0,1	5,0	1,0	0,5	0,1	—	—	—	—	—	—
5—10 $t \leqslant 1$	2,0	0,25	2,0	0,2	5,0	0,5	0,2	0,1	5,0	0,5	2,0	0,2	2,0	0,3
5—10 $t > 1$	0,5	0,1	1,0	0,2	5,0	0,5	0,2	0,1	5,0	0,5	0,5	0,2	1,0	0,3
10—50 $t \leqslant 5$	1,0	0,1	1,0	0,1	10,0	1	0,5	0,1	3,0	0,3	1,0	0,2	3,0	0,5
10—50 $t > 5$	0,5	0,1	0,5	0,1	10,0	1	0,5	0,1	3,0	0,3	1,0	0,2	3,0	0,5
50—100 $t < 10$	1,0	0,1	0,5	0,1	10,0	2	1,0	0,2	2,0	0,2	1,0	0,2	5,0	0,5
50—100 $t > 10$	1,0	0,2	0,5	0,1	10,0	2	2,0	0,2	2,0	0,2	1,0	0,2	3,0	0,2
100—130 $t > 10$	1,0	0,1	1,0	0,2	3,0	0,3	0,3	0,1	—	—	1,0	0,3	5,0	0,5

Таблица 2.11

Относительная трудоемкость изготовления оптических поверхностей в зависимости от точности изготовления для светового диаметра до 50 мм

Поверхность	N	ΔN	Q'
Сферическая	1,0 2,0 5,0	0,1 0,5 1,0	2,0 1,4—1,5 1,0
Цилиндрическая	1,0 3,0 5,0	0,1 0,3 0,5	1,8—2,0 1,3—1,5 1,0
Плоская	1,0 3,0 5,0	0,1 0,2 0,5	1,5 1,25 1,0

Таблица 2.12

Ориентировочные допустимые отклонения формы поверхностей типовых систем

Оптические системы	Допустимое отклонение поверхностей	
	N	ΔN
Объективы фотографические, киносъемочные с относительным отверстием		
до 1 : 4	5	1
(1 : 4) (1 : 2)	2—3	0,3—0,5
св. 1 : 2	1—2	0,2—0,3
Микрообъективы с апертурой A:		
более 0,65	1—2	0,1—0,2
менее 0,65	2—3	0,2—0,3
зеркальные	0,5—1	0,05—0,1
Окуляры	3—5	0,3—0,5
Конденсоры	5—10	1—2
Перископические системы с числом поверхностей $p > 40 \div 50$ (на диаметр осевого пучка);	1	0,2
Визирные системы с увеличением 1—12$^{\times}$	2	0,3

емкость в зависимости от требований к точности (табл. 2.11). За единицу принята трудоемкость для $N = 5$. Процесс изготовления детали в целом, без учета нанесения покрытия, включает в себя следующие операции: заготовительные, шлифования и полирования, центрировки. Для большинства оптических деталей наибольшая трудоемкость относится к операциям шлифования и полирования, которые могут составлять 70—80 % от общей трудоемкости изготовления детали. В табл. 2.11 Q' — относительная трудоемкость.

Из табл. 2.11 видно, что с ужесточением допуска до $N = 1$ $\Delta N = 0{,}1$. Трудоемкость изготовления увеличивается для сферических и цилиндрических поверхностей в два раза, для плоских — в 1,5 раза.

В табл. 2.12 приведены требования к форме оптических преломляющих, граничащих с воздухом, и отражающих зеркальных поверхностей.

Ориентировочные значения ΔN можно определить, воспользовавшись одной из формул (2.27), (2.29) (2.32), и принять $N = (5 \div 10)\,\Delta N$.

Глава 3

РАСЧЕТ ДОПУСКОВ ЦЕНТРИРОВКИ ЛИНЗ И ОПТИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ

При изготовлении оптических систем неизбежна децентрировка оптических поверхностей, которая возникает при механической обработке краев линз, установке оптических компонентов в оправы. При этом оптическая ось линзы — ось, проходящая через центры кривизны сферической поверхности, не совпадает с геометрической осью (осью симметрии обработанного края линзы) или с некоторой другой относительной осью, определяемой базовыми поверхностями линзы. Децентрировка вызывает появление дополнительных аберраций — аберраций децентрировки ΔW, ухудшающих качество изображения.

Расчет допустимых децентрировок производят на основе анализа влияния параметров (смещений и наклонов оптических поверхностей) на качество изображения. Выбор допусков децентрировки линз осуществляют одновременно с оценкой возможных способов крепления линз, которая включает выбор базовых поверхностей и зазоров для установки линз в оправы и оправы в корпус, обоснование необходимости введения юстировочных подвижек элементов и т. д.

Прежде чем перейти к рассмотрению связи волновой аберрации с децентрировкой, определению допустимых значений децентрировок, кратко остановимся на определениях децентрировок, методах контроля и сборки линз в оправах.

3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЦЕНТРИРОВКИ, СПОСОБЫ НОРМИРОВАНИЯ И КОНТРОЛЯ

Определение децентрировки. В соответствии с ГОСТ 2.412—81 на чертеже оптической детали и сборочной единицы с плоскими и сферическими поверхностями децентрировка задается одним из следующих допусков: позиционным, формы заданной поверхности и перпендикулярности. К позиционному допуску относится смещение центра кривизны нормируемой поверхности $c_А$ от оси, определяемой базовыми поверхностями (рис. 3.1, *а*, *б*). Допуск формы заданной поверхности представляет собой разность толщины линзы на краю, т. е. наибольшее допустимое отклонение то-

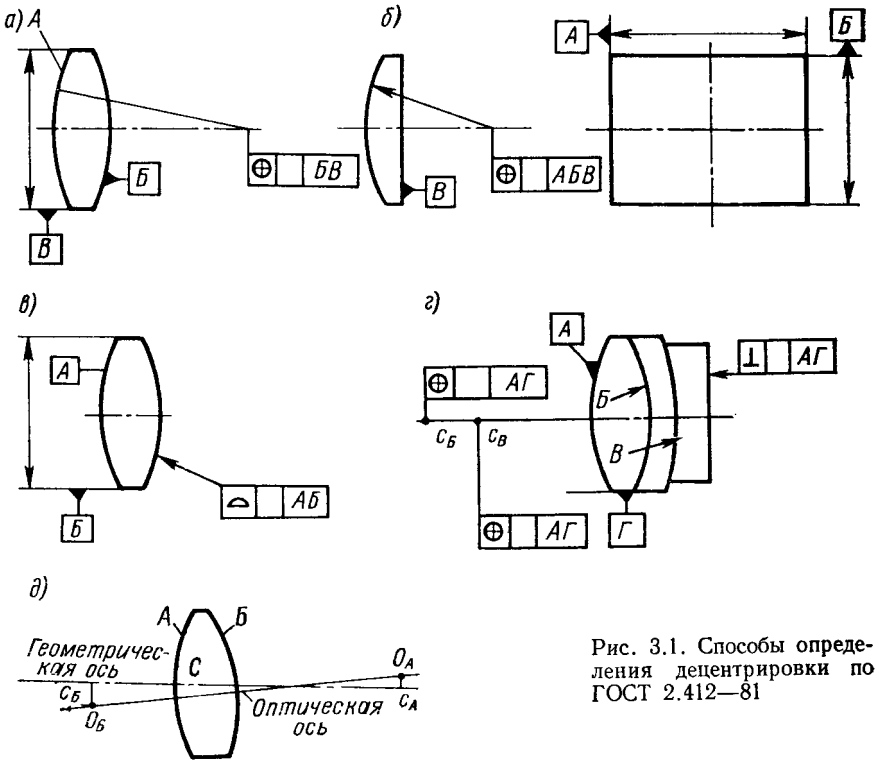


Рис. 3.1. Способы определения децентрировки по ГОСТ 2.412—81

чек реальной поверхности от номинальной относительно заданных базовых поверхностей (рис. 3.1, *в*). Допуском перпендикулярности задается децентрировка плоской поверхности, т. е. наибольшее допустимое отклонение угла между плоскостью и базовой осью от прямого угла (90°), выраженное в угловых единицах (рис. 3.1, *г*). Данные определения децентрировки введены взамен ранее существующих: допусков децентрировки каждой из поверхностей *А* и *Б* ($c'_А$, $c'_Б$) — смещений центров кривизны поверхностей *А* и *Б* и геометрической оси линзы (рис. 3.1, *д*); суммарного допуска децентрировки (*с*) — расстояния между оптической и геометрической осями в пространстве, ограниченное ее поверхностями (рис. 3.1, *д*). Несмотря на недостатки, отмеченные ниже, этих определений децентрировки, ими еще пользуются на практике.

Способы контроля децентрировки. Распространены следующие способы контроля децентрировки: коллимационный, автоколлимационный, механический [62, 63].

Коллимационный способ контроля децентрировки показан на рис. 3.2, *а*. На рисунке обозначены: $A_А$, $A_Б$ — центры кривизны поверхностей *А* и *Б*; *H*, *H'* — главные плоскости линзы; $\beta_Б$ — угол между оптической осью и ос+ю вращения. Контроль

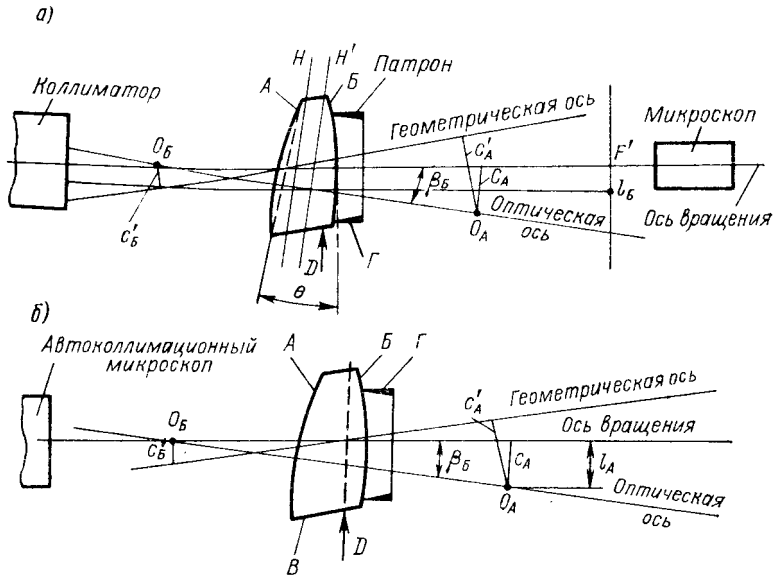


Рис. 3.2. Способы контроля децентрировки: *а* — коллимационный; *б* — автоколлимационный

децентрировки выполняют в проходящем свете. Параллельный пучок света, выходящий из коллиматора, образует изображение перекрестия в фокальной плоскости F' линзы, наклеенной на патрон по кольцу $Г$. С помощью микроскопа оценивают биение изображения при вращении линзы с опорой на V-образную призму D. При этом изображение сетки коллиматора перемещается по окружности радиуса $l_Б$.

Установим связь измеряемых величин $l_Б$, l_A с децентрировкой c_A и $c_Б$ при базировании линзы на поверхность $Б$. Из рис. 3.2 находим

$$l_Б = \beta_Б (-R_Б - S'_{M'}) = -\beta_Б \left[R_В - \frac{R_Б d}{n (R_Б - R_A) + (n-1) d} \right],$$

где $\beta_Б$ — угол между оптической осью линзы и осью ее вращения; R_A, $R_Б$ — радиусы кривизны поверхностей $А$ и $Б$ линзы; $S'_{H'}$ — расстояние от задней главной плоскости до вершины поверхности $Б$; d — толщина линзы по оси. По принятому нормированию радиус поверхности $Б$ будет отрицательным, а поверхности $А$ — соответственно положительным.

Если перебазировать линзу на поверхность $А$, то при вращении линзы изображение сетки коллиматора будет описывать окружность радиуса

$$l_A = \beta_A (R_A - S_H) = \beta_A \left[R_A + \frac{R_A d}{n (R_Б - R_A) + (n-1) d} \right],$$

где S_H — расстояние передней главной плоскости от вершины поверхности $А$; β_A — угол между оптической осью и осью вращения.

В коллимационном методе контролируется смещение узловых точек от оси вращения, определяемой базовыми поверхностями. Из рис. 3.2 следует, что значения $c_A = \beta_Б (-R_Б + R_A - d)$; $c_Б = \beta_A (-R_A + R_Б - d)$. При постановке значений β_A, $\beta_Б$ из предыдущих формул находим:

$$c_A = l_Б \frac{(-R_A + R_Б - d)}{(-R_Б - S'_{H'})} =$$

$$= (-R_Б + R_A - d) \left[R_Б - \frac{R_Б d}{n (R_Б - R_A) + (n-1) d} \right]^{-1} l_Б;$$

$$c_Б = l_A \frac{(R_A - R_Б - d)}{R_A - S_H} =$$

$$= (R_A - R_Б - d) \left[R_A + \frac{R_A d}{n (R_Б - R_A) + (n-1) d} \right]^{-1} l_A.$$

Для линзы с толстым краем положение геометрической оси как оси симметрии края детали однозначно определено, и по старому определению децентрировки для нахождения величин c, c'_A, $c'_Б$ требуются трудоемкие вычисления по формулам, приведенный в работе [62], при этом линзу следует базировать как на поверхность $А$, так и на поверхность $Б$. По новому определению децентрировки эта неопределенность исключена.

Рассмотрим случай тонкой линзы с острым краем. Положим, что d, $S'_{H'}$, $S_H \ll R_A$, $R_Б$. Тогда

$$c_A \cong -\frac{l_A}{R_Б} (-R_A + R_Б) = l_Б \left(1 - \frac{R_A}{R_Б}\right);$$

$$c_Б \cong \frac{l_A}{R_A} \left(1 - \frac{R_Б}{R_A}\right).$$

Данное выражение можно преобразовать. Обозначим через f' — фокусное расстояние линзы, где $1/f' \cong (n-1)(1/R_A - 1/R_Б)$. Тогда

$$c_A = l_Б \frac{R_A}{f'(n-1)}; \qquad c_Б = \frac{l_A R_Б}{f'(n-1)}.$$

Обозначив через θ — угол наклона небазовой поверхности, т. е. угол клина линзы, получим

$$l_Б = l_A \cong f'(n-1)\theta = f'(n-1)\frac{c_A}{R_A} = f'(n-1)\frac{c_Б}{R_Б}. \quad (3.1)$$

Таким образом, для тонкой линзы с острым краем, для которой геометрическая ось однозначно не определена и ее можно провести вдоль оси вращения, децентрировки по старому и новому определениям связаны между собой соотношениями:

$$c = l_A = l_Б; \qquad c' = c_A; \qquad c'_Б = c_Б.$$

Угол клина также может служить мерой децентрировки линзы с тонким краем.

Автоколлимационный способ контроля децентрировки показан на рис. 3.2, *б*. Автоколлимационный микроскоп сфокусирован в центр кривизны $O_А$ поверхности *А*. Поверхность *Б* опирается на кольцо *Г*, а поверхность *В* — на призматический упор *D*, плоскость ножей которого проходит через точку пересечения геометрической оси линзы с ее осью вращения. При вращении линзы автоколлимационное изображение центра кривизны поверхности *А* перемещается по окружности радиуса $2l_А = 2c_А$, где $l_А = \beta_Б (R_А - R_Б - d)$. При пребазировании линзы на поверхность *А* изображение центра кривизны $O_Б$ поверхности *Б* описывает окружность радиусом $2l_Б$, где $l_Б = \beta_Б (R_А - R_Б - d)$.

Автоколлимационным методом находят смещение центра кривизны от оси вращения, определенной базовыми поверхностями, т. е. определяют непосредственно величины $c_А$, $c_Б$ в соответствии с ГОСТ 2.412—81. Данным методом, как и предыдущим, величины $c'_А$, $c'_Б$ смещения центров кривизны от геометрической оси могут быть вычислены только путем трудоемких расчетов [62]. Для линз с тонкими краями, для которых геометрическая ось определяется неоднозначно и может совпадать с осью вращения, децентрировки $c'_А = c_А$, $c'_Б = c_Б$, т. е. могут быть измерены и их величины сопадают со значениями децентрировок, определяемыми ГОСТ 2.412—81.

Механические способы контроля децентрировки основаны на измерении разнотолщинности Δt линзы по краю и применяются при контроле, например, крупногабаритных оптических деталей, менисков с близкими значениями радиусов и др. При использовании в качестве бокового упора V-образной призмы с ножевидным лезвием и установке последнего в плоскости, перпендикулярной к оси опорного кольца и проходящей через точку пересечения оси этого кольца, являющейся осью вращения линзы, и геометрической оси линзы, можно получить разнотолщинность линзы или ее клиновидность θ, определяемую формулой $\theta = \Delta t/D$, где D — диаметр линзы.

Таким образом, механические способы контролируют только клиновидность линзы и в соответствии с ГОСТ 2.412—81 разнотолщинность характеризует допуск формы заданной поверхности относительно базовых. Для оценочных расчетов можно связать разнотолщинность с величинами c, $c_А$, $c_Б$ из (3.1) соотношением

$$c = f'(n-1)\frac{\Delta t}{D} = f'(n-1)\frac{c_А}{R_А} = f'(n-1)\frac{c_Б}{R_Б}.$$

В дальнейшем будем оперировать определениями децентрировки в соответствии с ГОСТ 2.412—81, т. е. как смещениями центров кривизны поверхностей от оси, определяемой базовыми поверхностями линзы или оправы.

Основные методы центрирования сферических линз, изготовленных из заготовок бесцветного стекла, и типовые технологические процессы центрирования линз диаметром от 3 до 500 мм изложены в руководящем техническом материале РТМ3-1635—83. Методы крепления линз в оправах и способы расчета допусков центрирования оптических поверхностей при разработке конструкции изделия приведены в руководящем техническом материале РТМ3-1653—84.

Таким образом, на основе анализа влияния смещений и наклонов оптических поверхностей на качество изображения определяются допуски центрировки оптических компонентов и на детали их креплепия.

3.2. РАЗЛОЖЕНИЕ ВОЛНОВОЙ АБЕРРАЦИИ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО ОРТОГОНАЛЬНЫМ ПОЛИНОМАМ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕЦЕНТРИРОВОК ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Аберрации децентрированных систем подробно и систематически рассмотрены Н. Н. Губелем [18]. В книге дан обширный обзор фундаментальных работ, посвященных теоретическим вопросам децентрировки, рассмотрены работы Конради, Марешаля, Кнути, Кокса, Г. Г. Слюсарева, приведены общие выражения для геометрических аберраций II порядка децентрированных систем с одной плоскостью симметрии, аберрации децентрированной системы, состоящей из бесконечно тонких компонентов.

Для оценки влияния децентрировки на качество изображения важно связать децентрировку с волновой аберрацией.

Общий вид волновой аберрации. Дополнительные волновые аберрации ΔW, обусловленные децентрировками, различны по полю изображения, поэтому волновую аберрацию следует представлять в виде глобального разложения, т. е. разложения, включающего в себя члены, зависящие от величины поля изображения. Широкое внедрение в практику вычислительной оптики быстродействующих ЭВМ позволяет найти коэффициенты разложения волновой аберрации по ортогональным полиномам. В общем виде волновую аберрацию децентрированной оптической системы можно описать следующим выражением:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=m}^{N} \begin{matrix} C'_{nm} \\ S'_{nm} \end{matrix} R_n^m(\rho) \begin{matrix} \cos m\varphi; \\ \sin m\varphi, \end{matrix}$$

где

$$C'_{nm} = \sum_{l=0}^{M_1} \sum_{n_1=l}^{N_1} \begin{matrix} (CC)_{nm}^{n_1 l} \\ (SC)_{nm}^{n_1 l} \end{matrix} R_{n_1}(t) \begin{matrix} \cos l\theta; \\ \sin l\theta; \end{matrix} \qquad (3.2)$$

$$S'_{nm} = \sum_{l=0}^{M_1} \sum_{n_1=l}^{N_1} \begin{matrix} (CS)_{nm}^{n_1 l} \\ (SS)_{nm}^{n_1 l} \end{matrix} R_{n_1}(t) \begin{matrix} \cos l\theta; \\ \sin l\theta. \end{matrix}$$

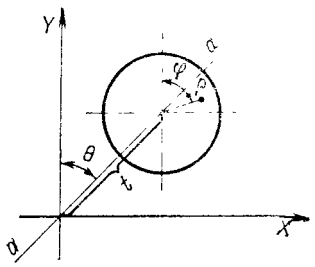


Рис. 3.3. Система координат в децентрированной системе

Здесь t, θ — полярные канонические координаты по полю изображения; $R_{n_1}(t)$ — полевые радиальные полиномы.

Рассмотрим сначала номинальную центрированную систему. Для этой системы присутствуют коэффициенты только с определенными сочетаниями индексов n, m, n_1, l. Волновая аберрация для любой точки поля изображения $W(\rho, \varphi, t, \theta)$ вследствие симметрии вращения W зависит только от разности углов $\varphi - \theta$ (рис. 3.3) и может быть представлена в виде

$$W(\rho, \varphi, t, \theta) = \sum_{i=1}^{N} C_{nm}^{n_1} R_n^m(\rho) R_{n_1}^l(t) \cos[m(\varphi - \theta)], \qquad (3.3)$$

где N — общее число полиномов разложения. В выражении (3.3) отсутствуют полиномы, зависящие от $\sin[m(\varphi - \theta)]$ вследствие симметрии функции $W(\rho, \varphi, t, \theta)$ относительно меридиональной плоскости a—a (рис. 3.3). Таким образом, из (3.9) видно, что для центрированной системы могут присутствовать только коэффициенты $CC_{nm}^{n_1 l}$ и $SS_{nm}^{n_1 l}$. Их можно получить аппроксимацией косинусных коэффициентов разложения волновой аберрации (3.3) в полевых точках на оси Y полиномами $R_{n_1}^l(t)$. Расчет волновой аберрации производится в нескольких точках по полю изображения. Число этих точек должно в два раза превышать число необходимых для аппроксимации полиномов $R_{n_1}^l(t)$. Вид радиальных полиномов $R_{n_1}^l(t)$ аналогичен виду радиальных полиномов $R_n^m(\rho)$. Для значений $n_1 \leqslant 3$, $m_1 \leqslant 3$ полиномы $R_{n_1}^l$ приведены в табл. 3.1.

Для аберраций III порядка для точки поля с координатами, например, t, θ формула (3.2) преобразуется к следующему виду:

$$W(\rho, \varphi, t, \theta) = C_{11}^1 \rho t \cos(\varphi - \theta) + C_{31}^1 (3\rho^3 - 2\rho)(3t^3 - 2t) \times \cos(\varphi - \theta) + C_{22} \rho^2 t^2 \cos[2(\varphi - \theta)] + C_{11}^3 \rho (3t^3 - 2t) \cos(\varphi - \theta) + C_{20}(2\rho^2 - 1)(2t^2 - 1) + C_{20}(2\rho^2 - 1) + C_{40}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1) + \ldots.$$

Данное разложение совпадает с (1.21), в котором индексы и

Таблица 3.1

Полиномы $R_{n_1}^l(t)$

l	n_1			
	0	1	2	3
0	1		$2t^2-1$	
1		t		$3t^3-2t$
2			t^2	
3				t^3

Таблица 3.2

Коэффициенты разложения волновой аберрации по полю изображения для телескопа АЗТ-11, в длинах волн

n	m	n_1			
		0	1	2	3
2	0	0		—0,897	
4	0	0,026			
1	1		0		0,141
3	1		0,036		0,002
2	2			—1,009	

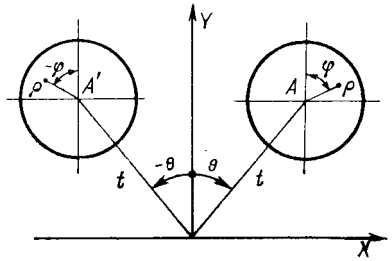


Рис. 3.4. Смещение и наклон компонентов относительно оси y

сомножители, характеризующие разложение по полю изображения, опущены. В качестве примера в табл. 3.2 приведены коэффициенты разложения волновой аберрации центрированной системы астрономического телескопа АЗТ-11, имеющего следующие конструктивные параметры:

$$R_1 = -8004.3 \qquad e_1^2 = 1{,}041512$$
$$d = -3001.4$$
$$R_2 = -2670.1 \qquad e_2^2 = 3{,}161538$$

Диаметр входного зрачка $D = 1250$ мм, угол поля изображения $2\omega = 39'$.

В приведенном примере кома $C_{31}^1 = 0{,}036$, кривизна изображения $C_{20}^2 = -0{,}897$, астигматизм $C_{22}^2 = -1{,}009$, дисторсия $C_{11}^3 = 0{,}141$. Обычно при расчете центрированных систем индекс n_1 коэффициентов опускают, помня, что кома пропорциональна первой степени поля изображения ($n_1 = 1$), астигматизм и кривизна ($n_1 = 2$) — второй степени, дисторсия ($n_1 = 3$) — третьей степени.

Перейдем теперь к децентрированной системе. Для децентрированной системы следует учесть ряд симметрий функции $W(\rho, \varphi, t, \theta)$. Положим, что смещения и наклоны компонентов симметричны относительно меридиональной плоскости Y (рис. 3.4). В этом случае $W(\rho, \varphi, t, \theta) = W(\rho, -\varphi, t, -\theta)$. Для приращения волновой аберрации вследствие децентрировки в рамках первых дифференциалов (рис. 3.5) можно отметить

$$\Delta W(\rho, \varphi, \theta) = -\Delta W(\rho, t, \varphi + \pi, \theta + \pi).$$

Принимая во внимание указанные свойства при децентрировании компонентов по оси Y, для приращения волновой аберрации от децентрировки получим

$$\Delta_Y W(\rho, \varphi, t, \theta) = \sum^{N} C_{nm}^{n_1 l} R_n^m(\rho) R_{n_1}^l(t) \cos m\varphi \cos l\theta + \sum^{N} S_{nm}^{n_1 l} R_n^m(\rho) R_{n_1}^l(t) \sin m\varphi \sin l\theta. \qquad (3.4)$$

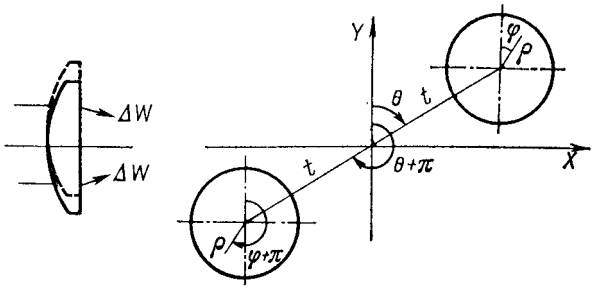


Рис. 3.5. Приращение волновой аберрации при децентрировках

Члены, у которых $m - l = \pm (2k + 1)$, будут зависеть от децентрировок линейно, а члены, у которых $m - l = 2k$ — квадратично.

Таким образом, при условии децентрировки в меридиональной плоскости в выражении (3.2) и (3.4) могут присутствовать только члены с коэффициентами $CC_{nm}^{n_1 l} = C_{nm}^{n_1 l}$ и $SS_{nm}^{n_1 l} = S_{nm}^{n_1 l}$. В табл. 3.3 приведены наиболее характерные члены разложения волновой аберрации от децентрировок поверхностей в меридиональной плоскости.

Приращение волновой аберрации $\Delta_x W$ при децентрировках поверхностей в сагиттальной плоскости по оси X описывается выражением

$$\Delta_x W(\rho,\ \varphi,\ t,\ \theta) = \sum_{}^{N} C_{nm}^{n_1 l} R_n^m(\rho)\, R_{n_1}^l(t) \cos[m(\varphi - 90°)] \times$$

$$\times \cos[l(\theta - 90°)] + \sum_{}^{N} S_{nm}^{n_1 l} R_n^m(\rho)\, R_{n_1}^l(t) \sin[m(\varphi - 90°)] \times$$

$$\times \sin[l(\theta - 90°)]. \qquad (3.5)$$

Линейно зависящие от децентрировок коэффициенты (3.5) будут коэффициентами иного полинома с переменными ρ, φ, t, θ, так как при $m - l = \pm (2k + 1)$ в каком-то из сомножителей произойдет замена косинуса на синус.

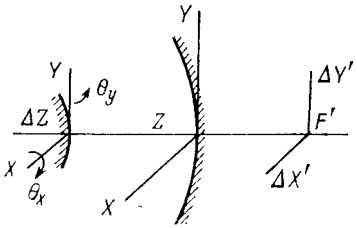


Рис. 3.6. Система координат при расчетах влияния децентрировки телескопа

Для описанного выше примера астрономического телескопа АЗТ-11 приведем разложение волновой аберрации при децентрировках в меридиональной плоскости (плоскости YOZ). Система координат при расчетах показана на рис. 3.6. Коэффициенты $C_{nm}^{n_1 l}$ и $S_{nm}^{n_1 l}$ приведены в табл. 3.4.

В формулах (3.2) нижний (nm) и верхний $(n_1 l)$ индексы коэффициентов разложения волновой аберрации $C_{nm}^{n_1 l}$, $S_{nm}^{n_1 l}$ имеют следующий смысл. Индекс nm характеризует, как и для аберраций центрированной системы, вид волновой аберрации по зрачку. Например, $nm = 11$ — волновую аберрацию поперечного смещения, $nm = 20$ — дефокусировку, $nm = 31$ — кому III порядка и т. д. Индекс $n_1 l$ обозначает изменение аберраций по полю изображения. Поскольку разложение волновой аберрации по полю изображения описывается полиномами Цернике, то вид ее изменения подобен виду изменения волновой аберрации по зрачку. Так, C_{11}^{20}, C_{11}^{40}, C_{11}^{22} — децентрированная дисторсия, т. е. изменение C_{11}^{20} по полю изображения; C_{11}^{20} — изменение поперечного смещения пропорционально квадрату поля изображения t^2; C_{11}^{40} — тоже пропорционально t^4; C_{11}^{22} — тоже пропорционально $t^2 \cos 2\theta$ (в меридиональной плоскости при $\theta = 0$ на краю поля волновая аберрация поперечного смещения принимает наибольшее значение C_{11}; в сагиттальной плоскости при $\theta = 90°$ $C_{11} = 0$; в центре поля изображения $C_{11} = 0$).

Коэффициенты C_{31}^{00}, C_{31}^{20}, C_{31}^{40}, C_{31}^{22}, ... характеризуют соответственно децентрированную кому, постоянную по полю изображения, пропорциональную t^2,

Таблица 3.3

Коэффициенты разложения волновой аберрации от децентрировок в меридиональной плоскости

n	m	$l = m-2$	$l = m-1$			$l = m+1$		
		n_1						
						1	3	5
2	0					C_{20}^{11}	C_{20}^{31}	C_{20}^{51}
4	0					C_{40}^{11}	C_{40}^{31}	C_{40}^{51}
6	0					C_{60}^{11}	C_{60}^{31}	C_{60}^{51}
			0	2	4	2	4	6
1	1		C_{11}^{00}	C_{11}^{20}	C_{11}^{40}	C_{11}^{22}	C_{11}^{42}	C_{11}^{62}
3	1		C_{31}^{00}	C_{31}^{20}	C_{31}^{40}	C_{31}^{22}	C_{31}^{42}	C_{31}^{62}
5	1		C_{51}^{00}	C_{51}^{20}	C_{51}^{40}	C_{51}^{22}	C_{51}^{42}	C_{51}^{62}
		0 2	1	3	5	3	5	7
22		C_{22}^{00} C_{22}^{20}	C_{22}^{11}	C_{22}^{31}	C_{22}^{51}	C_{22}^{33}	C_{22}^{53}	C_{22}^{73}
42		C_{42}^{00}	C_{42}^{11}	C_{42}^{31}		C_{42}^{33}	C_{42}^{53}	
		1 3	2	4	6	4	6	
33		C_{33}^{11} C_{33}^{31}	C_{33}^{22}	C_{33}^{52}	C_{33}^{62}	C_{33}^{44}	C_{33}^{64}	
						2	4	6
11						S_{11}^{22}	S_{11}^{42}	S_{11}^{62}
31						S_{31}^{22}	S_{31}^{42}	S_{31}^{22}
51						S_{51}^{22}	S_{51}^{42}	S_{51}^{72}
			1	3	5	3	5	7
22			S_{22}^{11}	S_{22}^{31}	S_{22}^{51}	S_{22}^{33}	S_{22}^{53}	S_{22}^{73}
42			S_{42}^{11}	S_{42}^{31}		S_{42}^{33}	S_{42}^{53}	
		1 3	2	4	6	4	6	
33		S_{31}^{11} S_{33}^{31}	S_{33}^{22}	S_{33}^{42}	S_{33}^{62}	S_{33}^{44}	S_{38}^{64}	

Таблица 3.4

Коэффициенты разложения волновой аберрации $C_{nm}^{n_1 l}$, $S_{nm}^{n_1 l}$ для астрономического телескопа АЗТ-11

Смещение	nm	$l = m - 2$ при $n_1 = m - 2$	$l = m - 1$ при $n_1 = m - 1$	$l = m - 1$ при $n_1 = (m - 1) + 2$	$l = m$ при $n_1 = m$	$l = m + 1$ при $n_1 = m + 1$
$\Delta Y =$ $= 0{,}15$ мм	20					$C_{20}^{11} = 0{,}089$
	11		$C_{11}^{00} = -106{,}600$	$C_{11}^{20} = -0{,}002$		$C_{11}^{22} = -0{,}009$
	31		$C_{31}^{00} = 0{,}281$			
	22	$C_{22}^{00} = -0{,}0003$	$C_{22}^{11} = 0{,}023$			
	11					$S_{11}^{22} = -0{,}009$
	22		$S_{22}^{11} = 0{,}023$			
$\theta_x = 1'$	20					$C_{20}^{11} = 0{,}068$
	11		$C_{11}^{00} = 171{,}410$	$C_{11}^{20} = -0{,}013$		$C_{11}^{22} = -0{,}023$
	31		$C_{31}^{00} = 0{,}155$			
	22	$C_{22}^{00} = 0{,}002$	$C_{22}^{11} = -0{,}053$			
	11					$S_{11}^{00} = -0{,}023$
	22		$S_{22}^{11} = -0{,}053$			
$\Delta Z =$ $= 0{,}1$ мм	20				$C_{20}^{00} = -0{,}995$	
	40				$C_{40}^{00} = 0{,}002$	
	11				$C_{11}^{1} = 0{,}256$	
	31				$C_{31}^{1} = 0{,}003$	
	11				$S_{11}^{1} = 0{,}256$	
	31				$S_{31}^{00} = 0{,}003$	
$\Delta s' =$ $= 5$ мм	20				$C_{20}^{00} = 2{,}960$	
	40				$C_{40}^{00} = 0$	
	11				$C_{11}^{1} = -5{,}804$	
	31				$C_{31}^{1} = -0{,}001$	
	11				$S_{11}^{1} = -5{,}804$	
	31				$S_{31}^{1} = -0{,}001$	

t^4, $t^2 \cos 2\theta$ и т. д. Коэффициенты C_{22}^{00}, C_{22}^{20}, C_{22}^{40}, C_{22}^{11}, C_{22}^{31}, ... характеризуют соответственно децентрированный астигматизм постоянный по полю изображения, пропорциональный t^2, t^4, $t \cos\theta$, $(3t^3 - 2t)\cos\theta$ и т. д.

Из табл. 3.4 видно, что для простой узкопольной оптической системы типа двухзеркальной системы телескопа децентрировка вторичного зеркала вызывают главным образом кому C_{31}^{00}, S_{31}^{00} и незначительный астигматизм C_{22}^{11}, S_{22}^{11}.

Следует отметить, что кома C_{31}^{00}, S_{31}^{00}, вызванная смещением вторичного зеркала на ΔY, может быть скомпенсирована его наклоном на $\theta_к$. При этом астигматизм C_{22}^{11}, S_{22}^{11} не компенсируется, а складывается. С этим фактом приходится иногда сталкиваться при юстировке зеркальных систем, когда смещением и наклоном вторичного зеркала добиваются хорошего качества изображения в центре поля, при этом по полю изображения наблюдается астигматизм.

Волновую аберрацию определяют из расчета хода лучей с помощью ЭВМ [38, 42] и аппроксимируют полиномами Цернике методом наименьших квадратов [69]. Если известно разложение волновой аберрации по полиномам Цернике в ряде точек поля изображения, то производят аппроксимацию по МНК каждого коэффициента полиномами Цернике базисом, указанным в табл. 3.3, на круглом поле изображения.

Аберрация II порядка децентрированных систем. Из формул (3.4) и (3.5) видно, что децентрированная система при смещении центров поверхностей только в меридиональной или сагиттальной плоскостях содержит члены аберраций центрированной системы, порядок которых по полю изображения t понижен на единицу. Для узкопольных оптических систем наибольшее влияние на качество изображения оказывают аберрации III порядка центрированной системы: кома C_{31}^{00} и астигматизм C_{22}^{00}, постоянные по полю изображения ($t = 0$); дефокусировка C_{20}^{11} и астигматизм C_{22}^{11}, пропорциональные первой степени t и изменяющиеся по $t\cos\theta$. Дефокусировка C_{20}^{11} представляет собой наклон изображения. В отличие от аберраций III порядка центрированной системы, для которых сумма показателей степеней при ρ и t равна четырем, у децентрированной системы эта сумма равна трем. Поэтому указанные выше аберрации называются аберрациями II порядка.

Фигуры рассеяния в плоскости изображения, определяемые каждой из аберраций II порядка, имеют вид аналогичный фигурам рассеяния для аберраций III порядка, так как нижний индекс (nm) у коэффициентов волновых аберраций одинаковый; отличием является их изменение по полю изображения.

Рассмотрим фигуры рассеяния по полю изображения для каждой из этих аберраций.

Кома C_{31}^{00} $(3\rho^3 - 2\rho)\cos\varphi$ постоянна по полю изображения как по значению, так и по направлению и не равна нулю в его центре. В отличие от комы III порядка кома II порядка несимметрична относительно центра изображения. Коэффициент C_{31}^{00} связан с поперечной меридиональной аберрацией комы $\delta g'_к$ соотношением (1.28):

$$C_{31}^{00} = (\delta g'_к)_{дец} \sin\sigma'_A/9.$$

Здесь $\delta g'_{дец} = 0{,}5\ [\delta g'\ (\rho = 1) + \delta g'\ (\rho = -1)] - \delta g'\ (\rho = 0)$, где $\delta g'\ (\rho)$ — поперечная аберрация для осевого пучка в плоскости изображения, т. е. меридиональная кома децентрированной системы определяется аналогично меридиональной коме для полевых лучей. Расчет $\delta g'_к$ выполняют либо по специальным программам на ЭВМ [10], либо аналитически [18]. Сохраняя для удобства изложения обозначения работы [18] имеем

$$\delta g'_к = -\frac{\delta c_i}{2n'_к J} 3\omega'^2_к \left\{ \sum_{\mu=i}^{\mu=i+p-1} \left[(\beta n)_\mu (S_I)_\mu - (\Delta\beta n)_\mu \overset{к}{S}_{I\,\mu+1} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - (\alpha n)_\mu (S_{II})_\mu + (\Delta\alpha n)_\mu \overset{к}{S}_{II\,\mu+1} \right] \right\}.$$

При повороте компонента на угол $\delta\theta$ получим

$$\delta g'_к = -\frac{3\omega'^2_к}{2n'_к J} \left\{ \sum_{\mu=i}^{\mu=i+p-1} \bar{r}_\mu \left[(\beta n)_\mu (S_I)_\mu - (\Delta\beta n)_\mu \overset{к}{S}_{I\,\mu+1} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - (\alpha n)_\mu (S_{II})_\mu + (\Delta\alpha n)_\mu \overset{к}{S}_{II\,\mu+1} \right] \right\} \delta\theta_i,$$

где $\bar{r}_\mu = r_\mu - \sum_{\nu=\mu}^{\mu-1} d\nu$. В формулах приняты следующие обозначения: δc_i — линейная децентрировка — смещение центра кривизны поверхности с номером μ; $\delta\theta_i$ — малый угол поворота поверхности с номером μ вокруг оси, перпендикулярной меридиональной плоскости, проходящей через вершину поверхности μ; S_I, S_{II} — коэффициенты сферической аберрации и комы; α, β — углы I и II нулевых лучей; $\omega'_к$ — апертурный угол. Для предмета, находящегося в бесконечности, $J = -1$.

Астигматизм $C_{22}^{00}\rho^2\cos 2\varphi$, как и кома, постоянен по полю и не равен нулю в центре поля. Коэффициент C_{22}^{00} связан с продольным астигматизмом соотношением (1.29):

$$C_{22}^{00} = 0{,}25\,(x'_m - x'_s)\sin^2\sigma'_A,$$

где $x'_m - x'_s$ — астигматизм главного луча, идущего вдоль оптической оси.

Вид фигуры рассеяния аналогичен виду астигматизма III порядка. Как показывают расчеты C_{22}^{00} становится заметным лишь при значительных размерах децентрировок c_i; при децентрировках, с которыми приходится встречаться на практике, значение C_{22}^{00} мало. Это хорошо видно из приведенного выше примера для телескопа АЗТ-11, для которого $C_{22}^{00} = 0{,}002\,\lambda$, а $C_{22}^{11} = 0{,}053\,\lambda$ и $C_{31}^{00} = 0{,}155\,\lambda$.

Астигматизм и наклон изображения, определяемые выражением

$$t\cos\theta\,[C_{22}^{11}\rho^2\cos 2\varphi + C_{20}^{11}(2\rho^2 - 1)] + t\sin\theta\,[S_{22}^{11}\rho^2\sin 2\varphi], \quad (3.6)$$

изменяются линейно по полю, в отличие от параболического закона, соответствующего центрированным системам. Наибольшие положительные значения астигматизм принимает в меридиональной плоскости на краю поля ($t = 1$, $\theta = 0$), а наибольшие отрицательные значения при $t = -1$, $\theta = 180°$. Коэффициенты C_{22}^{11}, S_{22}^{11} характеризуют астигматизм, коэффициент C_{20}^{11} — наклон изображения, кривизна поля при децентрировках отсутствует. Исследование фигуры рассеяния на плоскости изображения выполнено Н. Н. Губелем. Фигура рассеяния на плоскости изображения описывается системой уравнений в параметрической форме, полученной подстановкой (3.6) в (1.28):

$$\left.\begin{aligned} \delta g' &= \frac{2\rho t}{\sin\sigma'_A}\left[(C_{22}^{11} + 2C_{20}^{11})\cos\varphi\cos\theta + S_{22}^{11}\sin\varphi\sin\theta\right]; \\ \delta G' &= \frac{2\rho t}{\sin\sigma'_A}\left[(-C_{22}^{11} + 2C_{20}^{11})\sin\varphi\cos\theta + S_{22}^{11}\cos\varphi\sin\theta\right]. \end{aligned}\right\}$$

Исключая θ из этой системы уравнений, получим уравнение фигуры рассеяния в прямоугольных координатах $\delta g'$, $\delta G'$. Фигура рассеяния в гауссовой плоскости представляет собой эллипс, оси эллипса наклонены к осям координат $\delta g'$, $\delta G'$ (рис. 3.7, *а*) на угол $\xi = -\theta/2$, т. е. поворачиваются по часовой стрелке на $-\theta/2$. Н. Н. Губелем показано, что изменяются не направления главных осей эллипса в смещенной плоскости установки, а только значение полуоси. Существуют плоскости, смещенные относительно гауссовой плоскости, в которых эллипс превращается в фокальные линии, взаимно перпендикулярные.

В отличие от центрированной системы, в которой одна из фокальных линий лежит в плоскости, проходящей через точку поля с координатами t, θ, в децентрированной системе фокальные линии повернуты на угол $\theta/2$. При этом продольный астигматизм $x'_m - x'_s = 4\,C_{22}t/\sin^2\sigma'_A$ постоянен для всех точек поля зрения с фиксированным значением t. На рис. 3.7, *б* представлен вид на плоскость изображения с проекциями фокальных линий на ее плоскость.

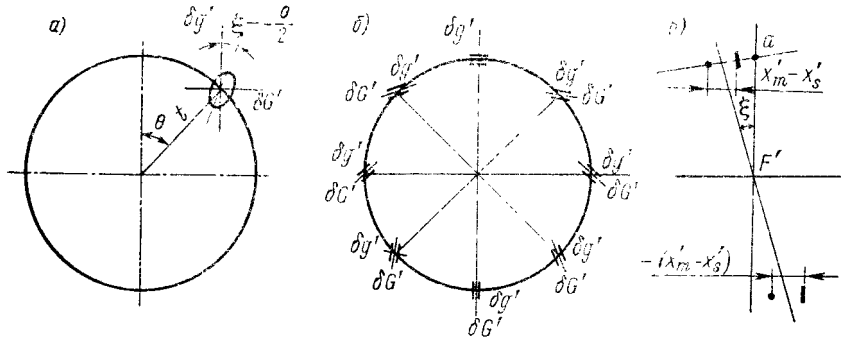


Рис. 3.7. Фигуры рассеяния в изображении точки при наличии астигматизма II порядка: *а* — в гауссовой плоскости; *б* — вид на плоскость изображения с проекциями фокальных линий на ее плоскость; *в* — вид изображения точки по полю в меридиональной плоскости

На рис. 3.7, *в* приведен вид изображения точки по полю меридиональной плоскости, проходящей через точки *a*, *b*. Плоскости наименьшего пятна рассеяния, проходящая посередине отрезков $x'_m - x'_s$, наклонена на угол η к плоскости изображения. В этой плоскости фигуры рассеяния имеют формы кружков, диаметр которых равен $4C_{22}^{11}t/\sin\sigma'_A$. Угол наклона η определяется из следующего выражения:

$$\operatorname{tg}\eta = \delta L/y'_{\max} = 4C_{20}^{11}/(y'_{\max}\sin^2\sigma'_A),$$

где $y'_{\max}$ — поле изображения, соответствующее значению $t = 1$, для которого вычисляется коэффициент C_{20}^{11}.

В данном случае остаточные полевые аберрации центрированной системы не рассматривались. С учетом этих аберраций, особенно астигматизма, картина в плоскости изображения усложняется. Расчет поперечных аберраций выполняют по формулам (1.22), в которые подставляют аберрации как центрированной, так и децентрированной систем.

Из аберраций II порядка в децентрированной системе возникает также дисторсия C_{11}^{20}, пропорциональная t^2. Поскольку дисторсия приводит к искажению формы объекта и не ухудшает качества изображения в точке поля изображения, данную аберрацию не рассматриваем. Структура изображения объекта при наличии дисторсии II порядка описана в работе [18].

3.3. ВЛИЯНИЕ АБЕРРАЦИЙ ДЕЦЕНТРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ НА КАЧЕСТВО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Средний квадрат деформации $\Delta W^2_{\text{скв}}$ при наличии децентрированных аберраций имеет следующий вид:

$$\Delta W^2_{\text{скв}} = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=m}^{N}\sum_{l=0}^{M_1}\sum_{n_1=l}^{N_1}[(C_{nm}^{n_1 l})^2 + (S_{nm}^{n_1 l})^2]\,\omega_n\omega'_{n_1},$$

где ω_n — нормы полиномов, $\omega_n = 1/(n+1)$ при $m = 0$; $\omega_n = 1/2\,(n+1)$ при $m \neq 0$; ω'_{n_1} — нормы полиномов $R^l_{n_1}(t)$, $\omega'_{n_1} = 1/(n_1+1)$ при $l = 0$, $\omega'_{n_1} = 1/2\,(n_1+1)$ при $l \neq 0$.

Суммарное значение квадрата деформации $W'^2_{\text{скв}} = W^2_{\text{скв}} + \Delta W^2_{\text{скв}}$, где $W^2_{\text{скв}}$ — средний квадрат деформации центрированной системы. Число Штреля S из (1.48) имеет вид $S = 1 - k^2[W^2_{\text{скв}} + \Delta W^2_{\text{скв}}]$. Откуда для изменения числа Штреля ΔS, обусловленного децентрированными аберрациями, получим $\Delta S = -k^2\Delta W^2_{\text{скв}}$. Задаваясь допустимым значением спада числа Штреля, можно определить допустимые значения децентрированных аберраций или оценить влияние той или иной волновой децентрированной аберрации на качество изображения.

В приведенном выше примере (см. табл. 3.4) для центральной точки поля изображения получены следующие значения коэффициентов: $C_{31}^{00} = 0{,}281\lambda$, $C_{22}^{00} = -0{,}0003\lambda$ при $\Delta Y = 0{,}15$ мм; $C_{21}^{00} = 0{,}155\lambda$, $C_{22}^{00} = 0{,}002\lambda$ при $\theta = 1'$. Очевидно, что астигматизм на оси мал, им можно пренебречь, а основное влияние на качество изображения оказывает кома C_{31}^{00}. При одновременном смещении на $\Delta Y = 0{,}15$ мм и наклоне на $\theta = \pm 1'$ вторичного зеркала изменение числа Штреля составляет

$$\Delta S = -k^2[C_{31\,(\Delta Y)}^{00} \pm C_{31\,(\theta)}^{00})]^2\,\frac{1}{8} \cong 0{,}09 \div 0{,}9.$$

Коэффициенты комы линейно изменяются с изменением ΔY и θ, поэтому для уменьшения ΔS следует уменьшать подвижки. Так, при смещении вторичного зеркала на $\Delta Y = 0{,}05$ мм, $C_{31\,(\Delta Y)}^{00} = 0{,}093\lambda$, наклоне на $\theta = 30''$, $C_{31\,(\theta)}^{00} = 0{,}078\lambda$ получим для наихудшего случая сложения ошибок снижение числа Штреля $\Delta S = -0{,}07$.

Если характеристикой качества изображения является частотный критерий или критерий концентрации энергии в пятне, то для оценки влияния децентрировок можно воспользоваться таблицами приложения.

Аберрации ΔW, возникающие при децентрировках носят векторный характер, длина вектора составляет $[(C_{nm}^{n_1 l})^2 + (S_{nm}^{n_1 l})^2]^{0,5}$, а направление определяется углом φ_i, образованным этим вектором с осью OY. Члены разложения волновой аберрации зависят как линейно, так и квадратично от децентрировки. Так, члены, приведенные в табл. 3.3 в столбце со значением $l = m - 2$, квадратично зависят от децентрировок, остальные члены линейно зависят от децентрировок по оси Y. Линейно зависящие члены разложения складываются по законам сложения векторов, при этом аберрации, вызванные децентрировкой нескольких поверхностей, образуют такие же фигуры рассеяния, как и аберрации децентрировки отдельных поверхностей.

Рассмотрим суммирование на примере аберраций 0 и II порядка как наиболее сильно влияющих на качество изображения для осевой точки предмета ($l = 0$, $\theta = 0$). Астигматизм, возникающий при децентрировке i-й поверхности, имеет вид

$$\Delta W_{ai} = (C_{22}^{00})_i \rho^2 \cos 2\varphi + (S_{22}^{00})_i \rho^2 \sin 2\varphi.$$

При наклоне вектора астигматизма на угол φ_{ai} величина ΔW_{ai} преобразовывается к виду

$$\Delta W_{ai} = [(C_{22}^{00})_i^2 + (S_{22}^{00})_i^2]^{0,5} \cos [2 (\varphi - \varphi_{ai})],$$

где $\operatorname{tg} 2\varphi_{ai} = (S_{22}^{00})_i / (\bar{C}_{22}^{00})_i$.

Кома, возникающая при децентрировках i-й поверхности, равна

$$\Delta W_{ki} = (C_{31}^{00})_i (3\rho^3 - 2\rho) \cos \varphi + (S_{31}^{00})_i (3\rho^3 - 2\rho) \sin \varphi,$$

и при наклоне вектора комы на φ_{ki} относительно оси OY

$$\Delta W_{ki} = [(C_{31}^{00})_i^2 + (S_{31}^{00})_i^2]^{0,5} (3\rho^3 - 2\rho) \cos (\varphi - \varphi_{ki}),$$

где $\operatorname{tg} \varphi_{ki} = (S_{31}^{00})_i / (C_{31}^{00})_i$.

Суммарные значения волновой аберрации, вызванные децентрировкой, вычисляются по формуле

$$\Delta W_\Sigma = \sum_{k=1}^{p} [(C_{nm}^{00})^2 + (S_{nm}^{00})^2]^{0,5} \cos [m (\varphi - \varphi_k)] R_n^m (\rho).$$

Для суммарного значения астигматизма ($\Delta W_{\Sigma a}$) и комы ($\Delta W_{\Sigma k}$) соответственно имеем:

$$\Delta W_{\Sigma a} = \sum_{k=1}^{p} [(C_{22}^{00})^2 + (S_{22}^{00})^2]^{0,5} \cos [2 (\varphi - \varphi_k)] \rho^2;$$

$$\Delta W_{\Sigma k} = \sum_{k=1}^{p} [(C_{31}^{00})_к^2 + (S_{31}^{00})_k^2]^{0,5} \cos (\varphi - \varphi_k) (3\rho^3 - 2\rho).$$

Для частного случая, когда наклоны векторов аберраций отсутствуют ($\varphi_k = 0$), т. е. когда все поверхности децентрированы в одной плоскости, суммарные значения аберраций равны сумме коэффициентов волновых аберраций C_{nm}^{00}.

3.4. РАСЧЕТ ДОПУСКОВ ЦЕНТРИРОВКИ

Расчет допусков центрировки c рекомендуется выполнять по заданному доверительному интервалу [10]. Минимизируя функцию нетехнологичности $t = \sum_{k=1}^{p} 1/c_k$, для расчета допусков А. П. Грамматин получил следующую формулу:

$$c_k = \Delta l'_{доп} \left\{ 1{,}15 \left(\frac{\Delta l'_k}{\bar{c}_k} \right)^{2/3} \left| \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{\Delta l'_k}{\bar{c}_k} \right)^{2/3} \right|^{0,5} \right\}^{-1},$$

где $\bar{c}_k$ — децентрировка, при которой путем расчета хода лучей были вычислены изменения поперечной аберрации $\Delta l'$.

Распространяя приведенную формулу на случай волновых аберраций ΔW, получим

$$c_k = (W_{скв})_{доп} \left\{ 1{,}15 \left(\frac{C_{nm}^{n_1 l}}{\bar{c}_k} \right)^{2/3} \left| \sum_{k=1}^{p} \left(\frac{(C_{nm}^{n_1 l})}{\bar{c}_k} \right)^{2/3} \right|^{0,5} \right\}^{-1},$$

где $(W_{скв})_{доп}$ — допустимая среднеквадратическая деформация волнового фронта. Для частного случая, когда отношение $(C_{nm}^{n, l})_k / \bar{c}_k = \text{const}$ для всех поверхностей, имеем

$$c_k = (W_{скв})_{доп} \bar{c}_k / [\sqrt{p} (C_{nm}^{n_1 l})].$$

Проиллюстрируем на примерах методику расчета допусков децентрировки.

Допуски центрировки оптических компонентов корректора для контроля формы поверхности сферического зеркала. При контроле формы поверхности вогнутых астрономических зеркал, как отмечалась в гл. 1, широко применяется автоколлимационная схема с корректором [41], компенсирующим аберрации зеркала для объекта — точечного источника, сопряженного с центром кривизны зеркала. На рис. 2.5 источник A и его изображение совпадают, т. е. увеличение системы контроля равно —1. В зависимости от апертуры зеркала, асферичности, вида несферической поверхности корректор может быть однолинзовым или состоять из нескольких компонентов. Точность изготовления поверхности определяется как остаточными расчетными значениями аберраций, которые для высококачественных зеркал составляют менее $\lambda/30$, так и погрешностями сборки и установки корректора в схеме контроля. Неизбежные погрешности изготовления и установки корректора приводят к дополнительной деформации волнового фронта, которая непосредственно переходит на поверхность зеркала в процессе полировки детали.

Для исследования влияния погрешностей определяют коэффициенты разложения волновой аберрации при смещениях и наклонах компонентов корректора, а также всего корректора в целом [8]. С этой целью рассчитывают лучи, исходящие из точки A предмета через корректор и идущие до поверхности зеркала; определяют оптическую длину их хода от A до точки M пересечения луча с зеркалом (см. рис. 2.5) и координаты точки M в системе координат, начало которой помещено в вершину поверхности. Для определения положения точки A, обеспечивающего минимальные продольные расфокусировки и поперечные смещения, производят расчет системы в обратном ходе лучей. Номинальное положение точки A выбирают лежащим на главном луче, нормальном к поверхности зеркала в вершине, посередине между точками F'_m и F'_s, минимально удаленными от лучей, нормальных

к зеркалу в крайних точках меридионального и сагиттального сечений соответственно. Входные координаты лучей выбирают таким образом, чтобы точки пересечения их с поверхностью зеркала достаточно равномерно покрывали ее. Рассчитывают $M = (2 \div 3)\,L$ лучей, где L — число полиномов Цернике. Коэффициенты находят методом наименьших квадратов для различных комбинаций погрешностей корректора. Анализ результатов показывает, что погрешности сборки и установки корректоров различного типа вызывают появление аберраций, определяемых следующими коэффициентами: C_{20}, C_{40}, C_{60}, C_{11}^{00}, C_{31}^{00}, C_{51}^{00}, C_{71}^{00}, C_{22}^{00}, C_{42}^{00}, S_{11}^{00}, S_{31}^{00}, S_{51}^{00}, S_{71}^{00}. При этом коэффициенты C_{11}^{00}, C_{31}^{00}, C_{51}^{00}, C_{71}^{00}, S_{11}^{00}, S_{31}^{00}, S_{51}^{00}, S_{71}^{00} линейно зависят от погрешностей корректора θ в широком интервале их изменения, C_{22}^{00}, C_{42}^{00} — квадратично, а C_{20}, C_{40}, C_{60} — линейной от продольных смещений корректора, его элементов и точки A и квадратично от всех остальных погрешностей.

Таким образом, в общем случае любой коэффициент $(C_{nm}^{n_1 l})_i$, определяющий аберрацию, вносимую погрешностями корректора, можно представить в виде усеченного ряда Тейлора

$$(C_{nm}^{n_1 l})_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\Theta_j + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} b_{ijk}\Theta_j\Theta_k, \qquad (3.7)$$

где θ_j — параметры, описывающие погрешности корректора; a_{ij} — коэффициенты линейной зависимости (первые производные по параметрам); b_{ijk} — коэффициенты квадратичной формы (вторые производные коэффициентов аберраций по параметрам). Выражение (3.7) можно представить в матричном виде

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A\Theta} + \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B\Theta},$$

где $\boldsymbol{C}$ — вектор коэффициентов, при этом $\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} = C_{40}$, C_{60}, C_{71}, C_{51}, C_{31}, S_{51}, S_{71}, C_{22}, C_{42}; т — индекс транспонирования; $\boldsymbol{\Theta}$ — вектор параметров; $\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} = (\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_n)$; $\boldsymbol{A}$ — матрица первых производных коэффициентов аберраций по параметрам, $\boldsymbol{A} = \{a_{ij}\} = \{\partial C_i/\partial\Theta_i\}$; $\boldsymbol{B}$ — кубическая матрица коэффициентов квадратичной формы, $\boldsymbol{B} = \{b_{ijk}\} = \{\partial^2 C_i/(2\partial\Theta_j, \partial\Theta_k)\}$. Отдельные i-е листы матрицы $\boldsymbol{B}$ есть квадратные матрицы коэффициентов квадратичной формы i-й аберрации. Учитывая, что от ряда параметров определенные коэффициенты C_i зависят либо линейно, либо квадратично, соответствующие коэффициенты a_{ij} находим из равенства

$$a_{ij} = C_i, \qquad \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0),$$

а коэффициенты b_{ijk} из равенства

$$b_{ijk} = C_i, \qquad \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} = (0, \ldots, 0, 1, \ldots, 0);$$

$$b_{ijk} = (c_i - b_k - b)/2, \qquad \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0).$$

Листы матрицы $\boldsymbol{B}$ есть симметричные матрицы; внедиагональные элементы матрицы $\boldsymbol{B}$, соответствующие поворотам или смещениям относительно различных осей, равны 0, и это позволяет сократить расчеты. Смещение точки A от оптимального положения приводит к появлению коэффициентов C_{11}, S_{11}, C_{20}, линейно зависящих от смещений, а также C_{40}, $= \beta C_{20}$, где β — коэффициент, определяемый апертурой и конструкцией корректора.

Рассмотрим примеры влияния погрешностей сборки и установки корректора, иллюстрирующие приведенную теорию.

Пример 1. Определим погрешности систем контроля гиперболоидального главного зеркала телескопа АЗТ-22 с радиусом при вершине $R_0 = 8934{,}6$ мм и $e^2 = 1{,}2198$ (e — эксцентриситет). Конструктивные параметры схемы следующие:

$R_1 = 443{,}6$	$d_1 = 34{,}5$	$n_1 = 1{,}518294$
$R_2 = -90{,}36$	$d_2 = 17{,}0$	$n_2 = 1{,}616878$
$R_3 = \infty$	$d_3 = 544{,}2$	$n_3 = 1{,}0$
$R_4 = \infty$	$d_4 = 40{,}0$	$n_4 = 1{,}518294$
$R_5 = -781{,}6$	$d_5 = 7134{,}6$	$n_5 = 1{,}0$
$R_6 = -893{,}6$*		

Расчеты выполнены при следующих погрешностях установки корректора: $c_{1z} = 0{,}4$ мм, $c_{1x} = c_{1y} = 0{,}15$ мм, $\theta_{1x} = \theta_{1y} = 15'$, $c_z = 3$ мм, $c_x = c_y = 1$ мм, $\theta_x = \theta_y = 30''$; где c_x, c_y, c_z — смещения всего корректора вдоль осей x, y, z; c_{1x}, c_{1y}, c_{1z} — смещения первого компонента вдоль осей x, y, z; θ_{1x}, θ_{1y} — поворот первого компонента вокруг осей x, y; θ_x, θ_y — поворот всего корректора вокруг осей x, y. Результаты расчетов коэффициентов приведены в табл. 3.5—3.7.

Из таблицы видно, что при децентрировках наибольшая по значению возникает кома C_{31}^{00}. При аттестации зеркала, например интерферометрическим методом или методом Гартмана, коэффициент C_{31}^{00} обычно не принимают во внимание и приравнивают к нулю при расчетах характеристик качества изображения, поскольку кома обусловлена погрешностями корректора, а не контролируемой поверхности. В процессе изготовления поверхности погрешности корректора могут привести к тому, что появится отклонение поверхности типа кома (см. гл. 2). Для большинства узкопольных оптических систем, например астрономических телескопов, это отклонение компенсируется юстировкой зеркал. Тем не менее, нежелательно иметь большое отклонение типа комы на поверхности, так как она усложняет тарировку системы разгрузок зеркала, а также может привести при сборке к появлению отклонений, вызывающих аберрации высшего порядка. В процессе контроля зеркало поворачивают вокруг оптической оси на углы 90 и 180° при сохранении центрировки всей системы контроля, и тем самым разделяют погрешности юстировки корректора и поверхности зеркала. Остальные аберрации, возникающие при погрешностях корректора, не компенсируются при юстировке изделия за исключением частично сферической аберрации III порядка (C_{40}), и в зависимости от требований к точности изготовления поверхности их значения должны быть ограничены. Для перечисленных выше аберраций, линейно зависящих от децентрировок, коэффициенты аберраций рассчитывают по формулам:

$$C_{nm}^{00} = \overline{C}_{nm}^{00}\frac{c_{x,\,y}}{\bar{c}_{x,\,y}}; \qquad C_{nm}^{00} = \overline{C}_{nm}^{00}\frac{\theta_{x,\,y}}{\bar{\theta}_{x,\,y}},$$

где $\overline{C}_{nm}^{00}$ — коэффициенты волновой аберрации, рассчитанные для конкретных значений смещений $\bar{c}_{x,\,y}$ и наклонов $\theta_{x,\,y}$ (табл. 3.5—3.7), квадратично зависящих от децентрировок C_{22}^{00}, C_{42}^{00},

$$C_{nm}^{00} = \overline{C}_{nm}^{00}\left(\frac{c_{x,\,y}}{\bar{c}_{x,\,y}}\right)^2; \qquad C_{nm}^{00} = \overline{C}_{nm}^{00}\left(\frac{\theta_{x,\,y}}{\bar{\theta}_{x,\,y}}\right)^2.$$

Таблица 3.5

Значения коэффициентов C_{nm}^{00}/λ

C_{nm}^{00}	c_z	c_y	c_x	θ_x	θ_y
C_{40}	—0,0611				
C_{60}	0,0136				
C_{71}^{00}		—0,0991		0,0246	
C_{51}^{00}		—0,0068		0,0010	
C_{31}^{00}		0,2483		0,5215	
S_{31}^{00}			0,2483		—0,5215
S_{51}^{00}			—0,0991		—0,0246
S_{71}^{00}			—0,0068		—0,001
C_{mn}^{00}	c_{1z}	c_{1y}	c_{1x}	θ_{1x}	θ_{1y}
C_{40}	0,0837				
C_{60}	0,0091				
C_{71}^{00}		—0,0319		0,0012	
C_{51}^{00}		—0,0017		0,0001	
C_{31}^{00}		—0,298		0,0330	
S_{31}^{00}			—0,298		—0,0330
S_{51}^{00}			—0,0319		—0,0012
S_{71}^{00}			—0,0017		—0,0001

Таблица 3.6

Матрица коэффициентов C_{22}^{00}/λ

	c_y	c_x	θ_x	θ_y	c_{1y}	c_{1x}	θ_{1y}	θ_{1x}
c_y	0,0373		—0,0104		0,0123		—0,0009	
c_x		—0,0373		—0,0104		—0,0123		—0,0009
θ_x			0,0014	—0,0014	—0,0024		—0,0010	
θ_y						—0,0024		—0,0001
c_{1y}					0,0035		—0,0002	
c_{1x}						—0,0035		—0,0002
θ_{1y}							0	
θ_{1x}								0

Таблица 3.7

Значения коэффициентов C_{40}/λ, C_{60}/λ, C_{42}^{00}/λ

C_{nm}^{00}	c_y	c_x	θ_x	θ_y	c_{1y}	c_{1x}	θ_{1x}	θ_{1y}
C_{40}	0,0046	0,0046	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0	0
C_{60}	0,0003	0,0003	0	0	0	0	0	0
C_{42}	0,0044	0,0044	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0	0

Например, примем $c_{1x} = c_{1y} = 0{,}05$ мм, $\theta_{1x} = \theta_{1y} = 5''$, $c_x = c_y = 0{,}2$ мм $\theta_x = \theta_y = 15''$. Тогда наибольшие значения комы V и VII порядков C_{51}^{00}, C_{71}^{00} астигматизма C_{22}^{00} составляют:

$$C_{51}^{00} = 0{,}099 \cdot 0{,}2 + 0{,}024 \cdot 0{,}5 + 0{,}0319 \cdot 0{,}3 = 0{,}0430\lambda;$$

$$C_{71}^{00} = 0{,}0068 \cdot 0{,}2 + 0{,}0010 \cdot 0{,}5 + 0{,}0017 \cdot 0{,}3 = 0{,}0024\lambda;$$

$$C_{22}^{00} = 0{,}0373 \cdot (0{,}2)^2 + 0{,}0104 \cdot (0{,}5)^2 + 0{,}0123 \cdot (0{,}3)^2 = 0{,}0053\lambda.$$

Таким образом, при компенсации комы C_{31}^{00} наибольший вклад в некомпенсируемую аберрацию вносит кома V порядка C_{51}^{00}, постоянная по полю изображения, при этом кома C_{51}^{00} наиболее чувствительна к смещениям корректора c_x, c_y. При назначении допусков на корректор следует исходить из условия, что среднеквадратическое значение деформации волнового фронта, обусловленной погрешностями корректора, должно быть в несколько раз меньше допустимого среднеквадратического значения деформации поверхности.

Пример 2. Рассмотрим погрешности однолинзового корректора к гиперболическому зеркалу астрономического телескопа АЗТ-24 при $R_0 = 9106{,}3$ мм, $e^2 = 1{,}6473$. Схема контроля имеет следующие конструктивные параметры:

$R_1 = \infty$ $\quad d_1 = 37{,}0$ стекло К8
$R_2 = -1330{,}5$ $\quad d_2 = 6255{,}0$
$R_3 = 9106{,}3^*$

В табл. 3.8 приведены значения коэффициентов, которые рассчитаны при тех же ошибках установки корректора c_z, c_x, c_y, θ_x, θ_y, что и в примере 1 (см. табл. 3.5, 3.6).

Коэффициент C_{22}^{00} принимает следующие значения при смещениях c_y, c_x и наклонах θ_y и θ_x: —0,0014; 0,0014; —0,0002; 0,0002 соответственно.

Таблица 3.8

Значения коэффициентов $[C_{nm}^{00}/\lambda$

C_{nm}^{00}	c_z	c_y	c_x	θ_x	θ_y
C_{40}	—0,0456				
C_{60}	—0,0003				
C_{71}		0,0027		0,0009	
C_{51}		0,0000		0,0000	
C_{31}		0,3694		0,1592	
S_{31}			0,3694		—0,1592
S_{51}			0,0027		—0,0009
S_{71}			0,0000		0,0000

Таблица 3.9

Значения коэффициентов C_{nm}/λ исходной системы

n_1		0	2	4
n	m			
2	0	0,0897	—0,0684	
4	0	0,0219	0,0138	
2	2		—0,0897	0,0775
4	2		0,0266	

Таблица 3.10

Коэффициенты разложения волновой аберрации $C_{nm}^{n_1 l}/\lambda$ децентрированной системы

Наклоны θ_y и смещения Δy компонентов	nm	n_1					
		0	2	4	2	4	6
		$l = m - 1$			$l = m + 1$		
$\theta_{y1} = 3'$	C_{11}	—8,9671	—0,1606		—0,2877	—0,0065	
	C_{31}	—0,0408					
	S_{11}				0,2467		
$\Delta y_1 =$ $= 0{,}05$ мм	C_{11}	28,1355	—0,1483		0,1408	0,0100	—0,1236
	S_{11}				0,0156		
$\theta_{y2} = 3'$	C_{11}	—3,4677	0,6376	0,0256	0,8883	0,0317	0,0130
	C_{31}	0,0321					
	S_{11}				0,9019	0,0314	
$\Delta y_2 =$ $= 0{,}05$ мм	C_{11}	6,5691	—0,1770		—0,1611	—0,0050	—0,0285
	C_{31}	0,0059					
	S_{11}				—0,1901	—0,0067	
$\theta_{y3} = 3'$	C_{11}	—20,3605	—0,0262	—0,0174	—0,2852	—0,0134	—0,0896
	S_{11}				—0,1946	—0,0066	
$\Delta y_3 =$ $= 0{,}05$ мм	C_{11}	21,5665	0,0288	0,0183	0,3019	0,0144	0,0950
	S_{11}				0,2060	0,0872	

Допуски центрировки оптических компонентов объектива для проекционной фотолитографии. Проекционный объектив для проекционной фотолитографии (рис. 3.8) работает с увеличением 1^x и применяется в методе сканирования по одной координате. Объектив имеет следующие конструктивные параметры:

$R_1 = \infty$ Стекло

$d_1 = 70$ ТК2

$R_2 = 1153{,}5$

$d_2 = 1{,}47$

$R_3 = 2831{,}5$

$d_3 = 19{,}5$ ТК2

$R_4 = -162{,}93$

$d_4 = 366{,}46$

$R_5 = -467{,}7$

$d_5 = 22{,}5$ ТК2

$R_6 = -478{,}6$

Апертура объектива $\sin \sigma_A' = 0{,}12$; поле изображения $2y' = 10 \times 65$ мм; рабочая длина волны 0,434 мкм. Аберрации исходной центрированной системы приведены в табл. 3.9, а коэффициенты разложения волновой аберрации $C_{nm}^{n_1 l}$, наклоны θ_i и смещения Δy_i компонентов, — в табл. 3.10.

Из табл. 3.10 видно, что наклоны и смещения всех компонентов вызывают появление дополнительных аберраций главным образом децентрированной дисторсии C_{11}^{20}, C_{11}^{22}, C_{11}^{42}, C_{11}^{62}, S_{11}^{22}, S_{11}^{42}. Наклоны I и II компонентов на $\theta_y = 3'$ вносят также незначительную постоянную по полю изображения кому III порядка, равную $C_{31}^{00} = -0{,}0408\lambda$ и $C_{31}^{00} = 0{,}0321\lambda$ соответственно. Наличие децентрированной дисторсии приводит к искажению формы изображения, и линейное смещение изображения $\Delta y'$ на краю поля связано с коэффициентом $C_{11}^{n_1 l}$ соотношением $\Delta y' = C_{11}^{n_1 l}/\sin \sigma_A'$.

В рассматриваемом примере $\Delta y' = 8C_{11}^{n_1 l}$ и, например, при $C_{11}^{n_1 l} = 1{,}0\lambda$ и $\Sigma y' = 3{,}5$ мкм. Дисторсия C_{11}^{20} пропорциональна квадрату поля изображения и симметрична относительно оптической оси; дисторсия C_{11}^{22} пропорциональна $t^2 \cos 2\theta$, и значение ее по краю поля изображения зависит от $\cos 2\theta$. Принимая допустимую линейную дисторсию $\Delta y' = 1$ мкм, несложно из табл. 3.10 определить допустимые наклоны и смещения.

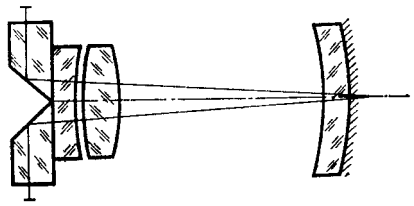


Рис. 3.8. Проекционный фотолитографический объектив

Глава 4

РАСЧЕТ ДОПУСКОВ УГЛОВ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ПРИЗМ

В практике оптического приборостроения широко используются призмы и призменные системы [10, 23, 28]. С их помощью можно достичь оборачивания изображения, компактности конструкции, а также отклонить оптическую ось прибора, изменить визирную ось в пространстве предметов, компенсировать поворот изображения, изменить расстояние между осями окуляров в бинокулярных приборах, разделить пучки и т. д.

Характерной особенностью отражающих призм является их соответствие действию плоскопараллельной пластинки, т. е. призма может быть развернута относительно отражающих граней, образуя плоскопараллельную пластинку со входной и выходной гранями, совпадающими со входной и выходной гранями призмы. Вследствие отклонений углов в меридиональном сечении призмы эквивалентная пластинка не является плоскопараллельной, а имеет малый угол клина θ. Возможны и другие отклонения, такие как пирамидальность призмы и отклонения угла крыши.

Отклонения углов призмы изменяют направление пучка лучей и вызывают появление аберраций в оптической системе, что приводит к ухудшению качества изображения. Определим допуски углов призм, т. е. наибольшие значения отклонений углов от номинального или предельные отклонения.

4.1. РАСЧЕТ ДОПУСКОВ УГЛОВ В МЕРИДИОНАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ ПРИЗМЫ

Отклонения углов в меридиональном сечении призмы приводят к тому, что действие призмы становится эквивалентным действию плоскопараллельной пластинки, одного или нескольких плоских зеркал (по числу отражающих поверхностей призмы) и клина с малым преломляющим углом θ. Установим связь отклонений углов призмы с клиновидностью ее развертки и углом отклонения луча σ, оценим влияние клиновидности на качество изображения и определим допуски углов в меридиональном сечении призмы.

Связь отклонений углов призмы с клиновидностью развертки θ и углом отклонения луча σ. Указанную связь рассмотрим для наиболее широко распространенных отражательных призм.

Угол отклонения луча σ клином с углом θ (рис. 4.1) определяется выражением

$$\sigma = \theta\left[n\frac{\cos\varepsilon'}{\cos\varepsilon} - 1\right] = \theta\left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}{\cos\varepsilon} - 1\right] \cong$$

$$\cong (n-1)\,\theta + \frac{n^2-1}{2n}\,\theta\,\mathrm{tg}^2\varepsilon, \qquad (4.1)$$

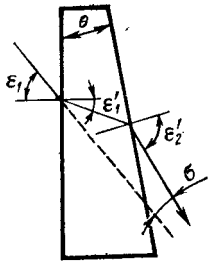


Рис. 4.1. Угол отклонения луча клином

где n — показатель преломления материала клина; ε — угол падения луча на поверхность; ε' — угол преломления луча.

При малых углах падения луча ε выражение (4.1) приводится к известной формуле

$$\sigma = \theta\,(n-1). \qquad (4.2)$$

Клиновидность θ развертки призмы в плоскопараллельную пластинку определяется отклонениями углов призмы в меридиональном сечении и зависит от типа призмы [10, 65, 66]. Прямоугольная призма с одним отражением, например АР-90° (рис. 4.2, *а*), имеет: $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$; $\beta = 90°$.

При равенстве углов $\alpha_1 = \alpha_2$, отклонении угла β, равном $\Delta\beta$, призма развертывается в плоскопараллельную пластинку ($\theta = 0$). Тогда угол отклонения луча $\sigma = \Delta\beta$ и его можно компенсировать наклоном призмы на угол $\Delta\beta/2$. При $\Delta\beta = 0$ и $\alpha_1 \neq \alpha_2$

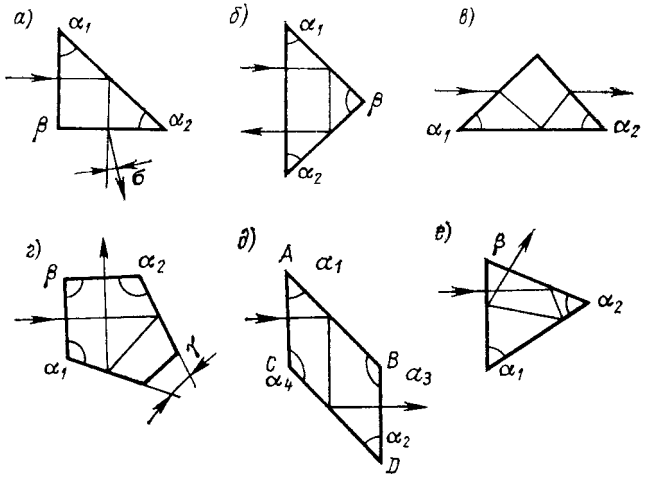


Рис. 4.2. Типовые призмы

угол падения луча на выходную грань призмы равен $\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2$ и в соответствии с законом преломления $\sigma = -n(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2) = -n(\alpha_2 - \alpha_1)$. Развертка призмы представляет собой клин с углом $\theta = \alpha_2 - \alpha_1 = \theta_{45°}$, вызывающий отклонение луча на $\sigma = n\theta_{45°}$.

Для прямоугольной призмы с двумя отражениями, например БР-180° (рис. 4.2, *б*), условием развертки призмы в плоскопараллельную пластинку является $\beta = 90°$. Угол падения луча на выходную грань призмы равен $\varepsilon = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 - \Delta\beta$. Поскольку $\Delta\beta = -(\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2)$, находим: $\sigma = -2n\Delta\beta$; $\theta = \Delta\beta = \theta_{90°}$. Таким образом, в призме БР-180° клиновидность и угол отклонения луча определяются только отклонением прямого угла $\theta_{90°}$.

Ход луча в призме Дове (АР-0) показан на рис. 4.2, *в*. Углы $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$, $\beta = 90°$. Угол падения на входную грань $\varepsilon = 45°$. Клиновидность развертки определяется только разностью углов $\alpha_1 - \alpha_2$ и $\theta = \theta_1 - \alpha_2 = \theta_{45°}$. Угол отклонения луча из (4.1) равен

$$\sigma = \theta_{45°}\left[n\frac{\cos\varepsilon_1'}{\cos\varepsilon_1} - 1\right].$$

Пентапризма (БП-90°) имеет следующие значения углов (рис. 4.2, *г*); $\beta = 90°$, $\gamma = 45°$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 112\,°30'$. Условием развертки в плоскопараллельную пластинку является: $2\gamma - \beta = 0$. Угол падения на выходную грань $\varepsilon = 2\beta - \gamma$. Отклонения углов призмы вызывают отклонение луча и клиновидность, определяемые следующими соотношениями:

$$\sigma = n\varepsilon + \Delta\gamma = 2n\Delta\gamma - (n-1)\Delta\gamma;$$
$$\theta = 2\Delta\gamma + \Delta\beta,$$

где $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$ — отклонения углов.

Условием развертки призмы-ромб (БС-0) в плоскопараллельную пластинку является параллельность преломляющих и отражающих граней, т. е. $AC \parallel BD$, $AB \parallel CD$ (рис. 4.2, *д*). Углы $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$, $\alpha_4 = \alpha_3 = 135°$. Отклонения углов при сохранении условия параллельности граней вызывает изменение длины хода луча и параллельное смещение пучка лучей. Обозначим через $\theta_{пр}$ угол между преломляющими поверхностями, а через $\theta_{отр}$ — угол между отражающими поверхностями. Суммарные значения угла отклонения и клиновидности равны

$$\sigma = (n-1)\theta_{пр} + 2n\theta_{отр}; \qquad \theta = \theta_{пр} + 2\theta_{отр}.$$

Призма Шмидта (ВР-45°) характеризуется следующими значениями углов: $\alpha_1 = \alpha_2 = 67°\,30'$, $\beta = 45°$ (рис. 4.2, *е*). Условием развертки в плоскопараллельную пластинку является равенство $\alpha_1 = \alpha_2$. Погрешность угла $\Delta\beta$ при $\alpha_1 = \alpha_2$ не вызывает клиновидности развертки, но отклоняет луч от угла 45° на $\Delta\beta$. Разность углов $\alpha_1 - \alpha_2 = \theta_{67°30'}$ вызывает клиновидность и отклонение луча, равные $\theta = \theta_{67°30'}$; $\sigma = n\theta_{67°30'}$.

Таблица 4.1

Связь отклонений углов меридионального сечения призмы с клиновидностью θ и углом отклонения луча σ

Призма	θ	σ	Отклонение угла призмы
Прямоугольная АР-90°	$\theta_{45°}$	$n\theta_{45°}$	$\theta_{45°} = \theta$
Прямоугольная БР-180°	$2\theta_{90°}$	$2n\theta_{90°}$	$\theta_{90°} = \theta/2$
Дове АР-0	$\theta_{45°}$	$\theta_{45°} = \left[n\frac{\cos\varepsilon_1'}{\cos\varepsilon_1} - 1\right]$	$\theta_{45°} = \theta$
Пента БП-90°	$\Delta\beta + 2\Delta\gamma$	$2n\Delta\gamma - (n-1)\Delta\beta =$ $= n\theta/2 - (n-1)\theta/2$	$\Delta\beta = \theta_{90°} = \theta/2$ $\Delta\gamma = \theta_{45°} = \theta/4$
Ромб БС-0	$\theta_{пр} + 2\theta_{отр}$	$(n-1)\theta_{пр} +$ $+ 2n\theta_{отр} =$ $= n\theta - \theta/2$	$\theta_{пр} = \theta/2;$ $\theta_{отр} = \theta/4$
Шмидта ВР-45°	$\theta_{67°30'}$	$n\theta_{67°30'}$	$\theta_{67°37'} = \theta$

В табл. 4.1 приведены основные формулы для расчета отклонений. По предложению инж. А. А. Дмитриева в призмах типа БП-90°, БС-0 допуск на угол, образованный преломляющими гранями, принят в два раза свободнее, чем допуск на угол, образованный отражающими гранями. Табл. 4.1 позволяет по допустимому значению угла θ найти допустимые отклонения углов призм.

Влияние отклонений углов меридионального сечения призмы на качество изображения. Допустимое значение клиновидности θ определим из анализа ее влияния на качество изображения. Клиновидность θ приводит к возникновению следующих аберраций в оптической системе: дисторсии, комы и поперечного хроматизма.

Дисторсия возникает при работе призмы в параллельном ходе лучей. Из (4.1) видно, что лучи, имеющие большие углы ε_1 падения на поверхность, отклоняются сильнее, чем лучи, образующие меньшие углы. Этот факт приводит к тому, что в оптической системе возникает особая дисторсия, свойственная клиновым системам, и изображение, например, квадрата принимает вид, показанный на рис. 4.3. В измерительных приборах это вызовет погрешность измерения, определяемую вторым слагаемым (4.1): $(n^2 - 1)\theta\,\mathrm{tg}^2\varepsilon_1/2n$.

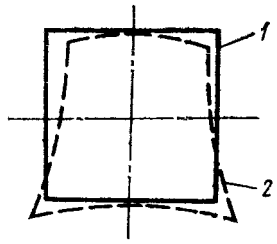


Рис. 4.3. Изображение объекта при наличии дисторсии, вносимой клиновидностью развертки призмы:
1 — объект; *2* — изображение

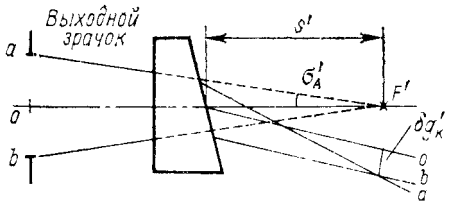


Рис. 4.4. Кома при наличии клиновидности развертки призмы

Задаваясь допустимым значением $\Delta\sigma_{доп}$ угла отклонения, находим $\theta_{доп} = 2n\Delta\sigma_{доп}/[(n^2-1)\operatorname{tg}^2\varepsilon_1]$. Например, положим $\Delta\sigma_{доп}=20''$, $\varepsilon_1 = 45°$, $n = 1{,}5$. Тогда $\theta_{доп} = 48''$. Для пентапризмы (табл. 4.1) находим $\Delta\beta = \theta_{90°} = 24''$, $\Delta\gamma = \theta_{45°} = 12''$.

Кома, обусловленная клиновидностью пластины, возникает в сходящемся ходе лучей (рис. 4.4), и ее наибольшее значение $\delta g'_к$ равно расстоянию от точки пересечения крайних апертурных лучей *aa*, *bb* до центрального (главного) луча *00'* [10]:

$$\delta g'_к = -1{,}5\,\frac{n^2-1}{n}\,\theta s' \sin^2\sigma'_A, \qquad (4.3)$$

где s' — расстояние от клина до плоскости изображения. Из (4.3) для допустимого значения угла $\theta_{доп}$ находим

$$\theta_{доп} = \frac{(\delta g'_к)_{доп}\, n}{1{,}5\,(n^2-1)\, s' \sin^2\sigma'_A}. \qquad (4.4)$$

Допустимое значение комы $(\delta g'_к)_{доп}$ в зависимости от назначения прибора определяется из критериев качества, рассмотренных в гл. 1. Выражая в (4.4) значение $\delta g'_к$ через коэффициент волновой аберрации C_{31}, получим

$$\theta_{доп} = \frac{6n\,(C_{31})_{доп}}{(n^2-1)\, s' \sin^3\sigma'_A}. \qquad (4.5)$$

Если в качестве критерия принять число Штреля S, то из (1.40), (1.66) $S = 1 - 5\,(C_{31}/\lambda_{доп})^2$ и получим $\theta_{доп}$

$$\theta_{доп} = \frac{2{,}7\sqrt{1-S}\,\lambda n}{(n^2-1)\, s' \sin^3\sigma'_A}. \qquad (4.6)$$

Например, положим, что в сходящемся пучке лучей установлена призма-ромб, при этом $s' = 1000$ мм, $\lambda = 0{,}6\cdot10^{-3}$ мм, $\sin\sigma'_A = 0{,}1$, $n = 1{,}5$. Примем $S = 0{,}8$. Из (4.7) и табл. 4.1 находим $\theta_{доп} = 3'$, $\theta_{пр} = 1{,}5'$, $\theta_{отр} = 45''$.

Если в качестве критерия принять концентрацию энергии в пятне рассеяния или ЧКХ, то значение $(C_{31})_{доп}$ находим из табл. 1 приложения. Например, положим в предыдущем примере, что система фотографическая с предельной частотой фотоэмульсии, равной 160 лин./мм. Из частотного критерия, допуская спад контраста на частоте $\mu_к = 0{,}5$ $\mu_{пред} = 80$ лин./мм, равном 20 %, из табл. 1 приложения находим $(C_{31})_{доп} = 0{,}3\lambda$. Откуда из (4.5) $\theta_{доп} = 4{,}5'$, $\theta_{пр} = 2'$, $\theta_{отр} = 1'$.

Поперечный хроматизм, постоянный по полю изображения, присущ всем призменным системам, для которых $\theta \neq 0$. Зависимость показателя преломления n от длины волны приводит к возникновению углового поперечного хроматизма как разности углов отклонения $\Delta\sigma_{\lambda_1-\lambda_2}$ для длин волн λ_1 и λ_2. Из (4.2) имеем $\Delta\sigma_{\lambda_1-\lambda_2} = (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})\,\theta$.

Если принять за границы спектрального диапазона длины $\lambda_F = 0{,}486\cdot10^{-3}$ мм и $\lambda_C = 0{,}656\cdot10^{-3}$ мм, то

$$\Delta\sigma_{F-C} = (n_F - n_C)\,\theta = (n_D - 1)\,\theta/\nu = \sigma/\nu, \qquad (4.7)$$

где n_D — показатель преломления для $\lambda_D = 0{,}589\cdot10^{-3}$ мм; ν — коэффициент дисперсии, $\nu = (n_D - 1)/(n_F - n_C)$.

При наличии поперечного хроматизма качество изображения ухудшается. ОПФ при поперечном хроматизме $d_\Sigma(\mu)$ можно представить как произведение ОПФ системы в отсутствие хроматизма $d(\mu)$ на так называемую ОПФ поперечного хроматизма $d_{хр}(\mu)$ [45, 46, 59]: $d_\Sigma(\mu) = d(\mu)\, d_{хр}(\mu)$. ОПФ поперечного хроматизма выражается через функцию $\Delta y'_\lambda$, показывающую зависимость поперечного хроматизма от длины волны, и функцию относительной спектральной эффективности:

$$d_{хр}(\mu) = \frac{1}{Q}\int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} q(\lambda)\exp[2\pi i\,\Delta y(\lambda)\,\mu]\,d\lambda, \qquad (4.8)$$

где $Q = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} q(\lambda)\,d\lambda$; $\Delta y'_\lambda = f'\,\Delta\sigma_{\lambda-\lambda_0}$ (f' — фокусное расстояние оптической системы, перед которой установлена призма). Функцию $q(\lambda)$ определяют по табл. 1.8.

Преобразуем формулу (4.8). Если в первом приближении считать, что показатель преломления стекла призмы линейно зависит от длины волны λ, то в соответствии с формулой (4.7) поперечный хроматизм, вносимый клиновидностью развертки, также будет линейной функцией длины волны:

$$\Delta y(\lambda) = \Delta y_{\lambda_1-\lambda_2}\,\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_1-\lambda_2}. \qquad (4.9)$$

где $\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2}$ — поперечный хроматизм для расчетных длин волн λ_1 и λ_2 (чаще всего $\lambda_1 = \lambda_F$, $\lambda_2 = \lambda_C$, $\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2} = \Delta y_{F-C}$), $\lambda_1 - \lambda_2 = \Delta\lambda_{F-C}$.

Удобно вместо λ ввести безразмерную относительную спектральную координату $\varkappa$ в соответствии с (1.9). Подставляя (4.9) в (3.8), получим

$$d_\Sigma(\mu) = \frac{1}{Q}\int_{-1}^{1} q(\chi)\exp[2\pi i\chi t]\,d\chi, \qquad (4.10)$$

где

$$t = \mu\, \Delta y_{\lambda_1-\lambda_2} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1 - \lambda_2}; \qquad Q = \int_{-1}^{1} q(\chi)\, d\chi. \tag{4.11}$$

Таким образом, в рассматриваемом случае ОПФ поперечного хроматизма $d_{\text{хр}}(\mu)$ есть нормированное Фурье-преобразование функции $q(\chi)$ с масштабным множителем t по оси частот. Как видно из выражений (4.11), поперечный хроматизм $\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2}$ и размер рабочего интервала длин волн $\lambda_1 - \lambda_2$ вынесена в масштабный множитель t, а что касается вида функции $q(\chi)$, который определяет поведение ОПФ хроматизма, то для большинства приборов его можно свести к типам, приведенным в табл. 1.8.

Для функции $q(\chi)$ типа I ($q(\chi) = q_{\text{I}}(\chi) = 1$) нормированное Фурье-преобразование (4.10) имеет вид

$$F[q(\chi)] = d_{\Sigma}(\mu) = \frac{\sin 2\pi\mu t}{2\pi\mu t} = \operatorname{sinc}(2\pi\mu t).$$

Подставляя из (4.11) значение t, получим ОПФ поперечного хроматизма

$$d_{\text{хр}}(\mu) = \operatorname{sinc}\left[2\pi\mu\, \Delta y_{\lambda_1-\lambda_2} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1 - \lambda_2}\right]. \tag{4.12}$$

Это выражение применимо, например, для описания функции фотографических приборов, если чувствительность фотографической эмульсии (панхроматические эмульсии) приближенно можно считать равномерной в интервале длин волн $\lambda_{\min} = \lambda_1 = 0{,}4$ мкм, $\lambda_{\max} = \lambda_2 = 0{,}7$ мкм. Подставляя в (4.12) $\Delta\lambda = 0{,}5(\lambda_2 - \lambda_1) = 0{,}15$ мкм, $\lambda_F - \lambda_C = 0{,}17$ мкм, получим приближенное выражение, определяющее ОПФ поперечного хроматизма для систем с $q(\chi) = 1$, например фотографических приборов:

$$d_{\text{хр}}(\mu) = \operatorname{sinc}[1{,}77\pi\mu\, \Delta y_{F-C}]. \tag{4.13}$$

График этой функции показан на рис. 4.5.

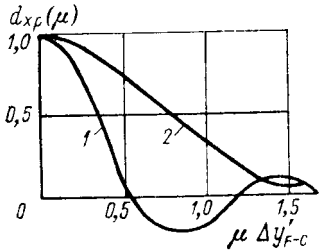


Рис. 4.5. Оптическая передаточная функция поперечного хроматизма:
1 — для фотографнческих приборов; *2* — для визуальных систем

Для функции $q(\chi) = q_2(\chi)$ типа II характерно наличие ярко выраженного максимума в середине рабочего интервала и понижение чувствительности до близкого к нулю значения на краях интервала. С достаточной для практики расчета допусков точностью эти функции можно аналитически описать гауссовой кривой $q_2(\chi) \cong \exp(-\alpha\chi^2)$. Фурье-преобразование гауссовой функции есть также гауссова функция. С учетом нормирующего множителя Q получим

$$F[q_2(\chi)] = \exp(-\pi^2 t^2/\alpha). \tag{4.14}$$

Подставляя в (4.14) выражение для t из (4.11), получим ОПФ поперечного хроматизма для функций $q_2(\chi)$ гауссова типа

$$d_{\text{хр}}(\mu) = \exp\left[-\pi^2\mu^2\left(\frac{\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2}\, \Delta\lambda}{\alpha(\lambda_2 - \lambda_1)}\right)^2\right]. \tag{4.15}$$

В первом приближении функция $q_2(\chi)$ применима для расчета визуальных приборов, для которых функция $q(\chi)$ определяется в основном спектральной чувствительностью глаза. С удовлетворительной точностью для визуальных приборов можно принять $\alpha = 9$, $\lambda_0 = 0{,}56$ мкм, $\lambda_{\min} = 0{,}38$ мкм, $\lambda_{\max} = 0{,}74$ мкм, $\Delta\lambda = 0{,}18$ мкм. Подставляя эти значения в (4.15), получим

$$d_{\text{хр}}(\mu) = \exp[-1{,}24(\Delta y_{F-C}\mu)^2]. \tag{4.16}$$

На рис. 4.5 приведена кривая ОПФ поперечного хроматизма для данного случая. Из сравнения кривых для $q(\chi)$ типов I и II видно, что при прочих равных условиях в визуальных приборах поперечный хроматизм существенно меньше ухудшает качество изображения, чем в фотографических.

Для функций $q(\chi)$ типов III и IV: $q(\chi) = 1 - c\chi^2$, где c равно 0,5; 1. ОПФ поперечного хроматизма для этого типа функции имеет вид

$$F[q(\chi)] = \frac{1}{2 - (2/3)c}\left\{2\operatorname{sinc}(2\pi t)(1 - c) - \right.$$
$$\left. - \frac{4c}{(2\pi t)^2}[\cos(2\pi t) - \operatorname{sinc}(2\pi t)]\right\}.$$

Принимая значения $c = 0{,}5$; $\lambda_{\min} = 0{,}4$ мкм, $\lambda_{\max} = 0{,}7$ мкм, $\Delta\lambda = 0{,}17$, после подстановки в (4.11) находим

$$d_{\text{хр}}(\mu) = 0{,}6\{\operatorname{sinc}(1{,}76\pi\mu\, \Delta y_{F-C}) - 2(1{,}76\pi\mu\, \Delta y_{F-C})^{-2} \times$$
$$\times [\cos(1{,}76\pi\mu\, \Delta y_{F-C}) - \operatorname{sinc}(1{,}76\pi\mu\, \Delta y_{F-C})]\}. \tag{4.17}$$

Полученные выражения (4.13), (4.16), (4.17) для ОПФ поперечного хроматизма позволяют определить допустимые значения поперечного хроматизма, а следовательно, допустимые значения клиновидности развертки призмы θ, связанной с поперечным хроматизмом формулой (4.7).

Допустимые значения клиновидности развертки призмы определим из (4.10). Прежде всего найдем допустимое значение поперечного хроматизма. Из частотного критерия (1.59) примем, что поперечный хроматизм на частоте $\mu_{\text{к}} = 0{,}5\,\mu_{\text{пред}}$ не должен ухудшать ОПФ прибора более чем на 20 %, т. е.

$$d_{\text{хр}}(\mu_{\text{к}} = 0{,}5\mu_{\text{пред}}) \geqslant 0{,}8. \tag{4.18}$$

Подставляя $\mu_{\text{к}} = 0{,}5\,\mu_{\text{пред}}$ в выражения (4.13), (4.16), (4.17), из условия (4.18) получим для функций:

$q(\chi)$ типа I (фотографические приборы)

$$\operatorname{sinc}(0{,}885\pi\mu_{\text{пред}}\, \Delta y_{F-C}) \geqslant 0{,}8 \text{ или } \Delta y_{F-C} \leqslant 0{,}4/\mu_{\text{пред}}; \tag{4.19}$$

$q(\chi)$ типа II (визуальные приборы)

$$\exp[-0{,}31(\mu_{\text{пред}}\Delta y_{F-C})^2] \geqslant 0{,}8 \quad \text{или} \quad \Delta y_{F-C} \leqslant 0{,}8/\mu_{\text{пред}}; \tag{4.20}$$

$q(\chi)$ типа III (телевизионные приборы)

$$\Delta y_{F-C} \leqslant 0{,}46/\mu_{\text{пред}}. \tag{4.21}$$

Для фотографических и телевизионных приборов предельная частота ограничивается в основном разрешающей способностью приемников (фотоэмульсией, телевизионной трубкой) и часто значительно ниже предельной частоты оптической системы, формирующей изображение в плоскости приемника.

Для визуальных приборов предельная частота определяется дифракционными явлениями, т. е. совпадает с теоретической предельной частотой. В угловой мере (в рад) она может быть выражена как $\mu_{\text{пред}} = D/\lambda$, где D — диаметр рабочего пучка, проходящего через призму, мм. Подставляя это соотношение в (4.20), для визуальных приборов получим допустимое значение углового поперечного хроматизма

$$\Delta\sigma_{F-C} = 90''/D. \tag{4.22}$$

Для фотографических, телевизионных приборов допустимый угловой поперечный хроматизм находят из (4.19), (4.21) делением линейного поперечного хроматизма на фокусное расстояние или отрезок от призмы до плоскости изображения, если призма установлена в сходящемся ходе лучей.

Допустимую клиновидность в развертке найдем, подставив в (4.7) значения допустимого углового поперечного хроматизма, рад:

$$\theta \leqslant \frac{0{,}4\nu}{f'\mu_{\text{пред}}(n_D - 1)} \tag{4.23}$$

для приборов с $q(\chi) = \text{const}$;

$$\theta \leqslant \frac{0{,}46\nu}{f'\mu_{\text{пред}}(n_D - 1)} \tag{4.24}$$

для приборов с $q(\chi) = 1 - 0{,}5\chi^2$;

$$\theta \leqslant \frac{90\nu}{D(n_D - 1)} \tag{4.25}$$

для визуальных приборов.

Если принять, например, что материал призмы — стекло К8 (ГОСТ 3514—76*), $\nu = 64$, $n_D = 1{,}5163$, то

$$\theta \leqslant 192'/D. \tag{4.26}$$

Пример 1. Определить допуски углов пентапризмы, установленной в параллельном ходе лучей, для визуальной системы с диаметром входного зрачка $D = 45$ мм.

Из (4.26) находим $\theta \leqslant 4'$, из табл. 4.1 допуски на углы составляют: $\theta_{90°} = 2'$; $\theta_{45°} = 1'$.

Для фотографической системы при частоте фотоэмульсии $\mu_{\text{пред}} = 100$ лин./мм и $f' = 200$ мм из (4.23) находим $\theta < 8'$ и допуски $\theta_{90°} = 4'$; $\theta_{45°} = 2'$.

2. Определим допуск $\theta_{45°}$ призмы Дове для визуальной системы с $D = 25$ мм. При больших углах падения поперечный хроматизм [52]

$$\Delta\sigma_{F-C} = \theta\cos\varepsilon_1\left(\sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\operatorname{tg}\varepsilon_1} - 1\right)/\nu. \tag{4.27}$$

Из (4.25) с учетом (4.27) находим

$$\theta \leqslant \frac{90''\nu}{D\cos\varepsilon_1\left(\sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\operatorname{tg}\varepsilon_1} - 1\right)}. \tag{4.28}$$

Для материала призмы — стекла К8 $\theta \leqslant 115'/D$, и при $D = 25$ мм $\theta \leqslant 4{,}5'$.

4.2. РАСЧЕТ ДОПУСКОВ УГЛОВ ПРИЗМЫ, ВЫЗЫВАЮЩИХ ДВОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Отклонения углов призм, таких как углы призмы с крышей и призмы-куб, пирамидальность призмы-куб и др., приводят к двоению изображения. Это объясняется тем, что пучок света, проходя через призму, раздваивается и в плоскости изображения образуются два изображения (рис. 4.6). Наличие двоения приводит к ухудшению качества изображения, поэтому допустимое двоение будем определять, исходя из критериев качества изображения: частотного критерия и числа Штреля.

Расчет допустимого двоения по критериям качества изображения. *Частотно-контрастную характеристику* $d_1(\mu)$ при наличии двоения изображения определим через Фурье-преобразование ФРТ $D(y')$ в сечении y'. Пусть $D(y')$ — функция рассеяния точки некоторой оптической системы в сечении y' и $d(\mu)$ — соответствующая ей оптическая передаточная функция, связанная с $D(y')$ через Фурье-преобразование (1.12):

$$d(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} D(y')\exp[2\pi i\mu\Delta y']\,dy'.$$

При наличии двоения изображения $2\Delta y'$ ФРТ $D_1(y')$ оптической системы примет вид

$$D_1(y') = 0{,}5\,[D(y' - \Delta y') + D(y' + \Delta y')],$$

а ОПФ $d_1(\mu)$ в соответствии со свойствами Фурье-преобразования [37] равна

$$d_1(\mu) = d(\mu)\cos[2\pi\mu\Delta y'] = d(\mu)\,d_{\text{дв}}(\mu), \tag{4.29}$$

где $d_{\text{дв}}(\mu) = \cos(2\pi\mu\Delta y')$ — множитель, зависящий только от двоения [44]. Функцию $d_{\text{дв}}(\mu)$ можно рассматривать

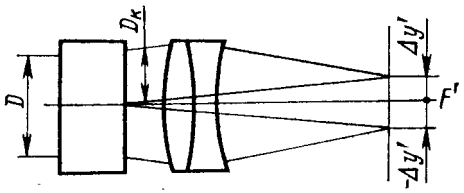


Рис. 4.6. Двоение изображения, вносимое призмой

как ОПФ двоения изображения, описывающую передаточные характеристики такого самостоятельного процесса преобразования изображения, как двоение. Выражение (4.29) показывает, что ОПФ, а следовательно, и ЧКХ любого прибора при наличии двоения равна произведению ЧКХ прибора без двоения $|d(\mu)|$ на ОПФ двоения изображения $d_{дв}(\mu)$.

Следует отметить, что если призма делит падающий на нее пучок на два так, как это показано на рис. 4.6, т. е. изображение двоящейся точки строится половинным пучком, то $d(\mu)$ является функцией $\Delta y'$. Если же изображение строится полным пучком, то $d(\mu)$ не зависит от $\Delta y'$. Однако множитель $d_{дв}$ в любом из этих случаев позволяет оценить влияние двоения изображения на качество изображения. Допуск двоения изображения можно получить, если задаться значением ОПФ двоения на какой-либо пространственной частоте $\mu_к$. Если полагать, что двоение изображения не должно ухудшать ЧКХ оптической системы на частоте $\mu_к$ более чем на 20 %, то

$$d_{дв}(\mu) = \cos(2\pi\mu\Delta y') \geqslant 0{,}8.$$

Отсюда допуск двоения изображения имеет вид $\Delta y' \leqslant 0{,}1/\mu$. Если в качестве критерия принять частотный критерий (1.59), для которого $\mu_к = 0{,}5\mu_{пред}$, то $\Delta y' \leqslant 0{,}2/\mu_{пред}$.

Для визуальных систем, как было показано в предыдущем параграфе, $\mu_{пред} = D/\lambda$. Тогда допустимая угловая величина двоения изображения при $\lambda = 0{,}5\cdot10^{-3}$ мм будет

$$[\Delta y']'' \leqslant 20''/D_к = 40''/D, \qquad (4.30)$$

где $D_к = D/2$ — диаметр рабочего пучка на призме, мм (рис. 4.6).

Для системы с невизуальной (например, фотографической, фотоэлектрической) регистрацией изображения объекта $\mu_{пред}$ определяется предельной частотой приемника. Тогда получаем

$$[\Delta y']'' \leqslant \frac{0{,}2}{\mu_{пред} f'}. \qquad (4.31)$$

При выводе выражений (4.30) и (4.31) предполагалось, что призма, вносящая двоение, стоит перед объективом в параллельном ходе лучей. Нетрудно убедиться, что эти выражения справедливы и в общем случае расположения призмы, в том числе и после объектива в сходящемся ходе. В последнем случае необходимо в выражении (4.30) под D понимать диаметр рабочего пучка в плоскости ребра крышки призмы (рабочим пучком здесь называется пучок, исходящий из осевой точки предмета и ограниченный апертурной диафрагмой или зрачком глаза), а в выражении (4.31) под f' — расстояние вдоль луча от ребра крыши до поверхности изображения.

При определении диаметра рабочего пучка из выражения (4.30) принимают, что визуальная система работает в нормальных условиях освещенности и со стандартным глазом, зрачок которого

равен 2 мм. Таким образом, если выходной зрачок прибора больше 2 мм, то эффективный выходной зрачок ограничивается глазом и принимается равным 2 мм. Размер 2 мм взят потому, что при таком диаметре средняя предельная частота стандартного глаза близка к теоретической.

Число Штреля связано со среднеквадратической деформацией выражением (1.40):

$$S \cong 1 - (2\pi/\lambda)^2 W^2_{скв}.$$

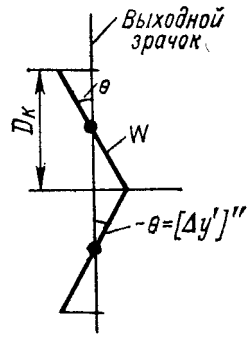


Рис. 4.7. Волновой фронт при двоении изображения

Волновой фронт при наличии двоения изображения имеет вид, показанный на рис. 4.7, и для расчета $W_{скв}$ можно воспользоваться выражением (2.58). В данном случае призма представляется как синтезированная поверхность, состоящая из двух элементов, имеющих одинаковые по значению и разные по углу θ наклоны волновых фронтов, при этом $\theta = [\Delta y']''$.

Коэффициент волновой аберрации W_{11}, характеризующий этот наклон, определяется выражением (2.54):

$$W_{11} = \frac{\theta D_к}{2\lambda} = \frac{[\Delta y']'' D_к}{2\lambda}, \qquad (4.32)$$

где $D_к$ — половина размера рабочего пучка на призме, мм, в направлении двоения изображения (рис. 4.6).

Из (2.58) $W^2_{скв} = 0{,}25\, W^2_{11}$; после подстановки (4.32) в выражение для числа Штреля получим допустимое значение двоения, рад

$$[\Delta y']'' \leqslant \frac{2\sqrt{1-S}\,\lambda}{\pi D_к}.$$

Если принять $S = 0{,}8$, то

$$[\Delta y']'' \leqslant 28''/D = 56''/D. \qquad (4.33)$$

Из (4.30) и (4.33) видно, что допустимое значение двоения изображения мало и требования к углам призм, вызывающих двоение изображения, весьма жесткие.

Расчет допусков углов призм, вызывающих двоение изображения. Этот расчет проведем на примере призмы с крышей и призмы-куб. Угловое двоение изображения, вносимое отклонением угла 90° крыши, например, прямоугольной призмы АР-90°, равно [65]

$$[2\Delta y']'' = 2\sqrt{2}\, n [\theta'_{90°}]'' \cong 4{,}2 [\theta'_{90°}]'', \qquad (4.34)$$

где $\theta'_{90°}$ — отклонение угла крыши призмы. После подстановки (4.34) в (4.30) и (4.31) получаем допуски угла крыши для систем:

визуальных $[\theta'_{90°}]'' \leqslant 19''/D$;

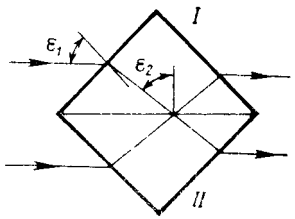


Рис. 4.8. Призма-куб

фотографических $[\theta'_{90^\circ}]'' \leqslant 0{,}08/\mu_{\text{пред}}f'$. Например, для визуальной системы при $D = 15$ мм получаем $[\theta'_{90^\circ}]'' = 1''$; для фотографических систем при $\mu_{\text{пред}} = 100$ лин./мм, $f' = 200$ мм находим $[\theta'_{90^\circ}]'' = 1''$.

Призма-куб применяется в параллельном ходе лучей в приборах, работающих в широких углах визирования. При углах визирования, близких к зениту, призма-куб по действию аналогична действию двух призм Дове (рис. 4.8). Отклонения углов θ_{45° при идеальной склейке призм АР-90° вызывает отклонение луча (табл. 4.1)

$$\sigma = \theta_{45^\circ}\left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon_1}}{\cos\varepsilon} - 1\right].$$

Угловое двоение изображения, обусловленное отклонениями углов склеиваемых призм АР-90°, равно

$$[2\,\Delta y']'' = \sigma_1 - \sigma_2 = (\theta_{45^\circ})_{\text{I}}\left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon_1}}{\cos\varepsilon_1} - 1\right] + (\theta_{45^\circ})_{\text{II}}\left[\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon_2}}{\cos\varepsilon_2} - 1\right],$$

где ε_1, ε_2 — углы падения на призмы I; II (рис. 4.8). Полагая $(\theta_{45^\circ})_{\text{I}} = (\theta_{45^\circ})_{\text{II}} = \theta_{45^\circ}$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 45^\circ$, находим $[2\Delta y']'' = 1{,}75\ \theta_{45^\circ}$. Подставляя допустимое значение $[\Delta y']''$ из (4.33), получаем $\theta_{45^\circ} \leqslant 64''/D$ и, например, при $D = 16$ мм $\theta_{45^\circ} = 4''$. Таким образом, при $\theta_{45^\circ} = 4''$ число Штреля при визировании в зенит составляет 0,8.

4.3. РАСЧЕТ ДОПУСКОВ ПИРАМИДАЛЬНОСТИ ПРИЗМЫ

Под пирамидальностью π понимают отклонение перпендикуляра к преломляющей или отражающей поверхности призмы от ее главного сечения. Наклон поверхности к главному сечению приводит к тому, что падающий луч после преломления или отражения от поверхности призмы отклоняется от главного сечения на угол σ. Таким образом, наличие пирамидальности приводит к возникновению двух погрешностей: углу отклонения луча от главного сечения призмы к поперечному хроматизму.

В. Н. Чуриловским [71] получена простая формула для расчета угла отклонения луча — инварианта пирамидальности:

$$\sigma' = \frac{n}{n'}\sigma - \frac{n\cos\varepsilon_0 - n'\cos\varepsilon'_0}{n'}\pi, \qquad (4.35)$$

где π — пирамидальность поверхности; σ, σ' — отклонение падающего и преломляющего лучей от главного сечения соответственно; n, n' — показатели преломления сред, разделенных поверхностью призмы.

На рис. 4.9 показан ход луча при пирамидальности призмы. Вокруг точки O — точки пересечения луча с преломляющей поверхностью — описана сфера единичного радиуса. Плоскость OYZ лежит в плоскости главного сечения призмы. Из-за наличия пирамидальности (например, первой поверхности) входная грань наклонена на угол π к плоскости главного сечения. На рисунке обозначены: $\angle MOZ$-π — отклонение перпендикуляра к поверхности от главного сечения; AO — падающий луч; $\angle AOB$ — отклонение падающего луча от плоскости главного сечения; $A'O$ — след преломленного луча; $\angle A'OB'$ — отклонение преломленного луча от плоскости главного сечения; точки M, A', A лежат в одной плоскости; $\angle ZOB = \varepsilon_0$, $\angle ZOB'$-ε'_0, — проекция углов падения и преломления луча на плоскость главного сечения.

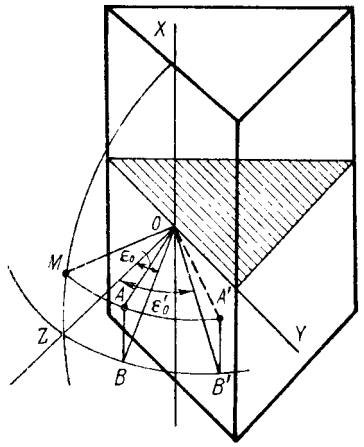


Рис. 4.9. Ход луча при пирамидальности призмы

Правила пользования формулой: при переходе от расчета преломляющей поверхности к следующей принимают $\sigma_{s+1} = \sigma'_s$, а при переходе от расчета отражающей поверхности к следующей — $\sigma_{s+1} = -\sigma'_s$. Полученное по формуле (4.35) значение для последней поверхности дает отклонение выходящего из призмы луча от главного сечения в виде функции пирамидальности π_i (табл. 4.2).

Главное сечение призмы выбирают таким образом, чтобы исключить пирамидальность одной или двух поверхностей, поэтому понятие пирамидальности призмы различно в зависимости от типа призмы (табл. 4.3). Компенсация отклонения луча возможна только для призм АР-90°, БП-90°, БР-180°.

Допустимую пирамидальность определяют из условия допустимого поперечного хроматизма, а для призм, в которых угол отклонения σ' не компенсируется, также и из условия допустимого угла отклонения. Выражение для углового поперечного хроматизма находят дифференцированием по n формулы для σ':

$$\Delta\sigma_{\lambda_1-\lambda_2} = \Delta\sigma_{F-C} = A\pi\,(n_F - n_C),$$

откуда

$$\pi \leqslant (\Delta\sigma_{F-C})_{\text{доп}}/[A\,(n_F - n_C)], \qquad (4.36)$$

где A — коэффициент, определяемый формулой, приведенной в табл. 4.3. Подставляя в (4.36) допустимые значения $\Delta\sigma_{F-C}$, получим для систем:

Таблица 4.2

Отклонение луча σ_i' после прохождения поверхностей типовых призм [71], имеющих пирамидальность π_i

Призма	Поверхность призмы			
	I	II	III	IV
Прямоугольная АР-90°	$[\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n$	$[-\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n + 2\pi_2 \cos 45°$	$\sigma_0 + (n-1)\,(\pi_1 - \pi_3) - 2\,n\pi_2 \cos 45°$	—
Пентапризма БП-90°	$[\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n$	$[-\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n + 2\pi_2 \cos 22°\,30'$	$[-\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n + 2\,(\pi_2 + \pi_3) \cos 22°\,30'$	$\sigma_1 + (n-1)\,(\pi_1 - \pi_4) - 2n\,(\pi_2 + \pi_3) \cos 22°\,30'$
Прямоугольная с двумя отражениями БР-180°	$[\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n$	$[-\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n + 2\pi_2 \cos 45°$	$[-\sigma_1 + (n-1)\,\pi_1]/n + 2\,(\pi_2 + \pi_3) \cos 45°$	$\sigma_1 + (n-1)\,(\pi_1 - \pi_4) - 2n\,(\pi_2 - \pi_3) \cos 45°$
Дове АР-0	$\frac{\pi_1}{n}\,[-\cos 45° - n \times \cos \varepsilon_1'] \quad \sin \varepsilon_1' = \sin 45°/n$	$\pi_1\,(\cos 45° - n \cos \varepsilon_1')/n + 2\pi_2 \cos (45° + \varepsilon_1')$	$-(\cos 45° - n \cos \varepsilon_1') \times (\pi_1 - \pi_3) - 2\pi n_2 \times \cos (45° + \varepsilon_1')$	—

Таблица 4.3

Отклонение луча σ' на выходе из призмы, угол наклона призмы σ_0 и пирамидальность

Призма	σ'	σ_0	A	Пирамидальность
АР-90° АР-0	$-2\pi\pi_2 \cos 45° - 2n\pi_2 \cos (45° + \varepsilon_1')$	$2n\pi_2 \cos 45°$ —	$2 \cos 45°$ $2 \cos (45° + \varepsilon_1')$	Угол наклона прямого угла к гипотенузной грани
БР-180°	$2\,(n-1)\,\pi_1$	$2\,(n-1)\,\pi_1$	2	
БП-90	$-2n\,(\pi_2 + \pi_3) \times \cos 22°\,30'$	$2n\,(\pi_2 + \pi_3) \times \cos 22°\,30'$		Угол наклона прямого угла к отражающей грани
БС-0	$2n\pi_3 \cos 45° + (n-1)\,\pi_4 = [2n \cos 45° + n - 1]\,\pi_{3,4}$ $\pi_3 = \pi_4 = \pi_{3,4}$	—	$2 \cos 45° + 1$	Угол наклона первого острого преломляющего угла к предпоследней отражающей и последней преломляющей граням
ВР-45°	$2\pi_2 n \cos 22°\,30'$	—	$2 \cos 45°$	Угол наклона острого угла к отражающей грани

Примечание. Прочерк означает, что отклонение луча не компенсируется наклоном призмы.

визуальных

$$\pi \leqslant 90''/[DA\,(n_F - n_C)]; \qquad (4.37)$$

фотографических $(q\,(\chi) = \text{const})$

$$\pi \leqslant 0{,}4/[\mu_{\text{пред}} f'\,A\,(n_F - n_C)];$$

телевизионных $(q\,(\chi) = 1 - 0{,}5\chi^2)$

$$\pi \leqslant 0{,}46/[\mu_{\text{пред}} f'\,A\,(n_F - n_C)].$$

В качестве примера рассчитаем допустимую пирамидальность призмы-куб (рис. 4.8). В положении, показанном на рисунке, каждая из половинок призмы работает как призма Дове, ее пирамидальность вызывает отклонение луча $\sigma' = 2\pi\pi \cos (45° + \varepsilon_1) = 2\pi\pi \cos \varepsilon_2$ (см. табл. 4.3). При разных знаках σ', даваемых каждой из призм, возникает двоение изображения $[\Delta y']'' =$

$= 2n\pi_1 \cos(\varepsilon_2)_I + 2n\pi_2 \cos(\varepsilon_2)_{II}$. Положим, что $\pi_1 = \pi_2 = \pi$, тогда для допустимой пирамидальности находим

$$\pi \leqslant \frac{[\Delta J']''_{доп}}{2n[\cos(\varepsilon_2)_I - \cos(\varepsilon_2)_{II}]}.$$

Для визуальных систем из (4.33) $[\Delta y']'_{доп} = 56''/D$. Откуда

$$\pi \leqslant \frac{56''}{2Dn[\cos(\varepsilon_2)_I - \cos(\varepsilon_2)_{II}]}.$$

Например, при $(\varepsilon_2)_I = (\varepsilon_2)_{II} = 45°$, $n = 1{,}5$ находим $\pi \leqslant 30''/D$. Для прямоугольной призмы АР-90°, установленной в визуальном приборе, из (4.37) при $n = 1{,}5163$, $n_F - n_C = 0{,}00806$, $D = 32$ мм находим $\pi \leqslant 8'$.

Пример. Определим допуски на углы прямоугольной призмы АР-90° для визуальной системы с диаметром входного зрачка $D = 30$ мм из условия, что суммарное значение контраста изображения, обусловленное погрешностями углов призмы, на частоте, равной половине предельной, должно быть не менее 0,8. Двоение изображения и пирамидальность снижают контраст в плоскости, перпендикулярной к плоскости главного сечения призмы (в сагиттальной плоскости), а отклонение углов в главном сечении призмы — контраст в меридиональной плоскости. Из формул (4.20), (4.26) находим значение $\theta \cong 6'$ и из табл. 4.1 — $\theta_{45°} = 6'$. Для обеспечения контраста в сагиттальной плоскости, равного 0,8, примем $d_{дв} = 0{,}85$ и $d_{хр} = 0{,}95$. Тогда из условия (4.29) для допустимого двоения изображения $\cos(2\pi\mu\ \Delta y') \geqslant 0{,}85$ находим $2\Delta y' \leqslant 0{,}350/\mu_{пред}$ и допустимое значение угла крыши $[\theta_{90°}]'' = 0{,}5''$. Из условия (4.16) для допустимого поперечного хроматизма $\exp[-1{,}24(\Delta y_{F-C}\mu)^2] = 0{,}95$ получаем: $\Delta y_{F-C} = 0{,}4/\mu_{пред}$; $\Delta\sigma_{F-C} = 45''/D$; и из (4.36) $\pi = 2'$. Таким образом, допустимые значения отклонений углов призмы равны: $\theta_{45°} = 3'$; $\theta_{90°} = 0{,}5''$; $\pi = 2'$.

Положим теперь, что приемником является фотографическая пленка с $\mu_{пред} = 140$ лин./мм; фокусное расстояние объектива $f' = 120$ мм. Примем, что на частоте $\mu_k = 0{,}5\ \mu_{пред}$ контраст, обусловленный погрешностями изготовления углов призмы, не должен ухудшаться более чем на 20 %. Из формулы (4.23) находим $\theta = 10'$, а из табл. 4.1 $\theta_{45°} = 10'$. В сагиттальной плоскости при $d_{дв}(\mu) = 0{,}85$ $2\Delta y'_{дв} = 0{,}0025$ мм, откуда из (4.34) допустимое значение угла крыши $\theta_{90°} = 1''$; при $d_{хр}(\mu) = \mathrm{sinc} \times (0{,}885\pi\mu_{пред}\ \Delta y_{F-C}) \geqslant 0{,}95$ получаем $\Delta y_{F-C} = 0{,}2/\mu_{пред}$; $\pi = 0{,}2/A\ (n_F - n_C)\ \mu_{пред} f' = 3'$.

Рассмотрим применение призмы АР-90° в качестве визирной. Оценим пирамидальность призмы с точки зрения ее влияния на погрешность визирования. Угол отклонения луча после прохождения призмы равен $\sigma' = 2n\pi \cos i_2$, где i_2 — угол падения луча на гипотенузную грань. При нормальном падении луча на первую грань $i_2 = 45°$. При визировании угол i_2 меняется от минимального значения $i_{2\,min}$ до максимального $i_{2\,max}$. Разность отклонений углов $\Delta\sigma' = 2n\pi[\cos i_{2\,min} - \cos i_{2\,max}]$. Откуда для допустимой пирамидальности получим выражение $\pi \leqslant \Delta\sigma'_{доп}/2n \times (\cos i_{2\,min} - \cos i_{2\,max})$. Если принять, например, допустимую погрешность визирования $\Delta\sigma'_{доп} = 30''$, $i_{2\,min} = 6°$, $i_{2\,max} = 45°$, то $\pi \leqslant 20''$. Это значение существенно жестче, чем в условии допустимого ухудшения качества изображения, полученного выше.

Глава 5

ВЫБОР ТРЕБОВАНИЙ К ОПТИЧЕСКОМУ МАТЕРИАЛУ

Важным фактором, влияющим на качество изображения, является характеристика оптического материала. Необоснованно жесткие требования к материалу существенно удораживают изделие, увеличивают трудоемкость изготовления. С другой стороны, ослабление требований приводит к недопустимому ухудшению качества изображения.

Теоретически обоснованный выбор требований к материалу — задача достаточно сложная. Особенно это относится к выбору требований к оптической однородности, двойному лучепреломлению, бессвильности, пузырности, поскольку контроль качества материала производится в заготовках, в основном не совпадающих по своей форме с формой готовой детали. Поэтому при оценке влияния погрешностей оптического материала на качество изображения приходится пользоваться математическими моделями, которые приближенно описывают ту или иную погрешность материала.

Оптическое бесцветное стекло разделяют на категории и классы по следующим показателям качества: допускаемым отклонениям показателя преломления n_e и средней дисперсии $n_{F'} - n_{C'}$ от значений, установленных для стекла каждой марки, однородности партии заготовок стекла по показателю преломления, средней дисперсии, оптической однородности, двойному лучепреломлению, коэффициенту светопоглощения, бессвильности, пузырности (ГОСТ 3514—76**Е, ГОСТ 13659—78*, ОСТ 3-77—77).

5.1. РАСЧЕТ ДОПУСТИМЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И СРЕДНЕЙ ДИСПЕРСИИ

Отступление показателя преломления n_e и средней дисперсии $n_{F'} - n_{C'}$ от номинальных значений приводит к изменению габаритных размеров и аберраций оптической системы. Обычно это влияние устанавливают расчетом хода лучей [10]. Если допуск показателя преломления строже, чем значение, гарантируемое стандартом на стекло, то следует каждый раз после получения партии заготовок стекла производить дополнительный пере-

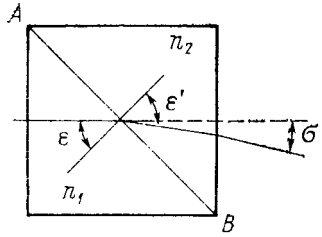


Рис. 5.1. Отклонение луча в призме-куб

расчет оптической системы в целях учета отклонений показателя преломления и средней дисперсии от значений основного расчета. Сложность зависимости характеристик оптической системы от n_e и $n_{F'} - n_{C'}$ не позволяет получить простые и удобные формулы для оценки влияния их отступления от номинала. Поэтому на оптические системы составляют таблицы влияния изменения параметров, пользуясь которыми устанавливают допуски показателя преломления и средней дисперсии.

Некоторые простые примеры расчета допусков показателя преломления приведены в работах [10, 28].

Определим на примере допустимое отклонение показателя преломления и средней дисперсии блока призм. Рассмотрим сначала светоделительную призму, состоящую из двух прямоугольных призм. Светоделительная призма разделяет световой пучок на две части светоделительной гранью AB (рис. 5.1). Обозначим через n_1 и n_2 показатели преломления прямоугольных призм, через ε_1 и ε_1' — углы падения и преломления на светоделительной грани. Отклонение σ луча, вышедшего из призмы, обусловленное неравенством показателей преломления прямоугольных призм ($n_1 \neq n_2$) находим [31] как $\sigma = -dn \operatorname{tg} \varepsilon$, где dn представляет собой либо отклонение показателя преломления от номинала, либо разность дисперсий стекол обеих призм.

Положим, что $dn = n_2 - n_1$ — отклонение показателей преломления от номинального значения. Обозначая отклонение показателя преломления от номинального значения каждой из призм Δn_e, для наихудшего случая, когда отклонения каждой из призм имеют разные знаки, находим при $\varepsilon = 45°$ $\sigma = 2\Delta n_e$.

Для наивысшей 1-й категории предельного отклонения показателя преломления имеем $\Delta n_e = 2 \cdot 10^{-4}$, откуда $\sigma = 1{,}3'$. Часто полученное значение недопустимо, поэтому приходится изготавливать призмы из одной плавки стекла и в этом случае требования к отклонению n_e могут быть расширены.

Для определения допустимого отклонения средней дисперсии положим, что dn представляет собой разность дисперсий стекол обеих прямоугольных призм для лучей с длинами волн $\lambda_{F'}$, $\lambda_{C'}$. Тогда угловой поперечный хроматизм равен

$$\sigma_{F'-C'} = 2\Delta (n_{F'} - n_{C'}).$$

Определяя из (4.19)—(4.21) допустимый угловой поперечный хроматизм, находим допустимые отклонения средней дисперсии для приборов:

фотографических $\Delta (n_{F'} - n_{C'}) = 0{,}2/(\mu_{\text{пред}} f')$;

телевизионных $\Delta (n_{F'} - n_{C'}) = 0{,}23/(\mu_{\text{пред}} f')$;

визуальных $\Delta (n_{F'} - n_{C'}) = 22{,}5 \cdot 10^{-5}/D$.

Если установлено несколько призм в сходящемся ходе лучей, линейный поперечный хроматизм для области спектра $\lambda_1 - \lambda_2$ определяют из выражения

$$\Delta y_{\lambda_1 - \lambda_2} \cong \cong \sum_{j=1}^{m} 2 s_j \Delta (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})_j \operatorname{tg} \varepsilon_j,$$

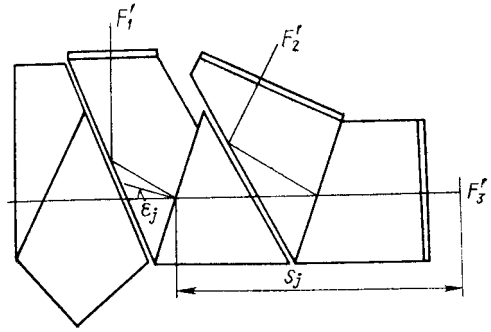


Рис. 5.2. Цветоделительный блок призм

где s_j — расстояние от j-й светоделительной грани до плоскости изображения; ε_j — угол падения луча на j-ю грань; $\Delta (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2})_j$ — разность дисперсий материалов призм, образующих j-ю грань. С учетом приближенной зависимости для частной дисперсии

$$\Delta (n_{\lambda_1} - n_{\lambda_2}) \cong (\lambda_2 - \lambda_1)\ \Delta (n_{F'} - n_{C'})/(\lambda_{F'} - \lambda_{C'})$$

выражение для поперечного хроматизма принимает вид

$$\Delta y_{\lambda_1 - \lambda_2} \cong \sum_{j=1}^{m} 2 s_j \operatorname{tg} \varepsilon_j \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_{F'} - \lambda_{C'}} \Delta (n_{F'} - n_{C'}).$$

Задаваясь допустимым значением линейного поперечного хроматизма, из (4.19)—(4.21) несложно рассчитать допустимое отклонение средней дисперсии.

Определим допустимые отклонения средней дисперсии материалов призм цветоделительного блока оптической системы цветного телевидения. Система состоит из объектива переменного фокусного расстояния и цветоделительного блока, установленного в сходящемся ходе лучей перед плоскостью изображения. Блок призм разделяет световое излучение на три канала (рис. 5.2): синий ($\lambda_1 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ мм, $\lambda_2 = 0{,}51 \cdot 10^{-3}$ мм), зеленый ($\lambda_1 = 0{,}46 \times \times 10^{-3}$ мм, $\lambda_2 = 0{,}62 \cdot 10^{-3}$ мм) и красный ($\lambda_1 = 0{,}54 \cdot 10^{-3}$ мм, $\lambda_2 = 0{,}67 \cdot 10^{-3}$ мм).

Таблица 5.1

Параметры цветоделительного блока

Номер канала	$\lambda_1 - \lambda_2$, мм	s_j, мм	ε_j, °	$2 s_j \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_{F'} - \lambda_{C'}} \operatorname{tg} \varepsilon_j$, мм
2	$0{,}16 \cdot 10^{-3}$	82	20	59
3	$0{,}13 \cdot 10^{-3}$	44	21	26

В табл. 5.1 приведены необходимые для расчета параметры цветоделительного блока.

В хорошем приближении можно считать, что функция спектральной эффективности $q(\lambda)$ в диапазонах длин волн $\lambda_1 - \lambda_2$ постоянна. Тогда частотно-контрастная характеристика описывается выражением (4.12) и для рассматриваемого примера

$$d_{\text{хр}}(\mu) = \operatorname{sinc}(2\pi\mu\,\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2}).$$

Откуда для допустимого значения поперечного хроматизма находим

$$(\Delta y_{\lambda_1-\lambda_2})_{\text{доп}} \cong 0{,}39\sqrt{1 - d_{\text{хр}}(\mu)}/\mu.$$

Положим, что все призмы блока имеют 3-ю категорию по отклонению средней дисперсии $\Delta(n_{F'} - n_{C'}) = 5\cdot10^{-5}$. Для канала 2 имеем $d_{\text{хр}}(\mu) = 1 - 0{,}57\cdot10^{-4}\,\mu^2$ и при $\mu = 24$ лин./мм $d_{\text{хр}}(\mu) = 0{,}97$, т. е. спад контраста на рабочей частоте составляет 3 %; для канала 3 имеем $d_{\text{хр}}(\mu) = 1 - 1{,}2\cdot10^{-4}\,\mu^2$ и при $\mu = 24$ лин./мм $d_{\text{хр}}(\mu) = 0{,}93$. Если принять $\Delta(n_{F'} - n_{C'}) = 1\cdot10^{-4}$, то получим для канала 2 при $\mu = 25$ лин./мм $d_{\text{хр}}(\mu) = 0{,}88$; для канала 3 — при $\mu = 24$ лин./мм $d_{\text{хр}}(\mu) = 0{,}72$. Поскольку оптическая система цветного телевидения чувствительна к изменению контраста, целесообразно допустимое отклонение средней дисперсии принять равным $5\cdot10^{-4}$ (3-я категория).

5.2. ВЫБОР КАТЕГОРИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ОСЛАБЛЕНИЯ

Под показателем ослабления светового излучения понимают величину, обратную расстоянию, на котором поток излучения источника A, образующего параллельный пучок, ослабляется в десять раз в результате совместного действия поглощения и рассеяния в стекле. Устанавливают восемь категорий показателя ослабления, характеризуемых предельными значениями показателя ослабления μ_A:

Категория показателя ослабления . .	1	2	3	4
Показатель ослабления	0,0002—0,0004	0,0005—0,0009	0,0010—0,0017	0,0018—0,0025
Категория показателя ослабления . .	5	6	7	8
Показатель ослабления	0,0026—0,0035	0,0036—0,0045	0,0046—0,0065	0,0066—0,0130

Для связи показателя ослабления с другими фотометрическими характеристиками, необходимыми для расчета светопропускания оптической системы, приведем некоторые фотометрические определения.

Коэффициент пропускания τ — отношение светового потока Φ, прошедшего через образец выбранной толщины, к падающему световому потоку Φ_0. Пропускание в заданной толщине x для монохроматического света равно $\lg\tau_x = x\lg\tau_d/d$.

Оптическая плотность D_A для источника A есть десятичный логарифм величины, обратной коэффициенту пропускания образца стекла выбранной толщины: $D_A = \lg 1/\tau = -\lg\tau$. Плотность D_d в толщине d материала равна $D_d = D_{(1)}d$, где $D_{(1)}$ — плотность в толщине 1 см.

По определению $\mu_A = 1/d$, при котором $D = \lg 1/\tau = 1$. Откуда $\mu_A = 1/d = D_{(1)}$, т. е. показатель ослабления равен плотности оптического материала толщиной, равной 1 см.

Несложно показать, что коэффициент светопоглощения α связан с μ_A соотношением $\alpha = 2{,}30D_{(1)} = 2{,}30\mu_A$.

Показатель ослабления выбирают, исходя из требований ТУ к пропусканию изделия τ. Методика расчета пропускания изложена в РТМ 3-523—74. Потери, обусловленные поглощением излучения в оптическом материале, определяют с помощью выражения

$$D_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} d_i\mu_{A_i},$$

где d_i — толщина стекла по оптической оси для i-й линзы; μ_{A_i} — показатель ослабления для i-й детали. Суммарная оптическая плотность D_Σ системы равна

$$D_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} d_i\mu_{A_i} + \sum_{i=1}^{p} A_iD_{q_i} + \sum_{i=1}^{t} B_iD_{R_i},$$

где p — число непросветленных и просветленных поверхностей с одинаковым коэффициентом отражения; $D_{q_i} = \lg(1 - q_i)$ (q_i — коэффициент отражения от поверхности детали на границе воздух—стекло); t — число отражающих поверхностей; $D_{R_i} = -\lg R_i$ (R_i — коэффициент отражения зеркального покрытия). Если оптическая система состоит из тонких компонентов, то можно не задавать высокие категории на μ_A. Например, для фотообъективов допускается μ_A 6—7-й категорий. Для крупногабаритных объективов, где толщины линз значительны, следует выбирать μ_A более высоких категорий, например 3—4-й категорий.

5.3. ВЫБОР КАТЕГОРИИ И КЛАССА ПУЗЫРНОСТИ

В процессе варки и разлива стекла остаются мельчайшие пузыри газа, воздуха или непрозрачные включения. Пучок света, падающий на пузырь, частично отражается от его поверхности, частично преломляется и рассеивается. При этом пузырь действует как сильная отрицательная линза, создающая волновую аберрацию

свыше 100—200 длин волн. Наличие пузырей в оптической системе приводит к следующим погрешностям: искажению изображения, обусловленного дифракцией на непрозрачных экранах — пузырях; возникновению дополнительного рассеяния света; появлению теней в поле зрения визуальных приборов. Рассмотрим каждую из погрешностей и определим требования к пузырности для приборов различного назначения.

Влияние пузырей на качество изображения. При оценке влияния пузырей на качество изображения можно принять следующую упрощенную физическую модель пузыря. Пузырь представляет собой непрозрачную пластинку с бесконечно малым светящимся элементом в ее центре, обладающим направленной индикатрисой рассеяния [75]. Моделью «камня» или иного непрозрачного включения может служить непрозрачный экран. Рассмотрим, как изменяются критерии качества изображения системы (число Штреля и частотно-контрастная характеристика) при наличии в ней пузырей.

Число Штреля. Предположим, что в оптической системе имеется m пузырей, приведенных к плоскости выходного зрачка. Так как нас интересуют только дифракционные свойства пузырей, положим, что они действуют как непрозрачные экраны. Будем считать, что волновые аберрации в системе отсутствуют, зрачок имеет форму круга и экраны, создаваемые пузырями в плоскости выходного зрачка, также имеют форму круга. Для расчета числа Штреля воспользуемся формулой (2.40), принимая $W_{20j} = 0$. После несложных преобразований находим

$$S = \left(1 - \sum_{j=1}^{m} \alpha_j^2\right)^2,$$

где α_j — относительный радиус пузыря. Перейдя от канонических координат к реальным, получим

$$S = \left(1 - \sum_{j=1}^{m} \frac{s_j}{s_p}\right)^2 = \left(1 - \frac{s_п}{s_p}\right)^2 \cong 1 - 2\frac{s_п}{s_p},$$

где s_j — площадь j-го пузыря в плоскости выходного зрачка; s_p — площадь выходного зрачка; $s_п$ — суммарная площадь всех пузырей, $s_п = \sum_{}^{m} s_j$. Таким образом, при наличии пузырей число Штреля падает на удвоенное значение относительной площади всех пузырей, приведенных к плоскости выходного зрачка.

Для фотографических, телевизионных и других невизуальных систем обычно принимают, что площадь пузырей и других дефектов стекла $s_п$ не должна превышать 2,5 % площади выходного зрачка. В этом случае число Штреля составляет 0,95. Для объективов таких систем можно допустить пузырность по категориям 5Г, 5Д (ГОСТ 3514—76**Е).

Частотно-контрастная характеристика. Для принятой выше физической модели можно оценить влияние пузырей на ЧКХ, предположив, что пузыри расположены равномерно по площади зрачка. Для безаберрационной оптической системы имеем

$$T(\mu, \nu) \cong T_0(\mu, \nu)(1 - 2s_п/s_p).$$

Наличие коэффициента 2 в числителе объясняется тем, что в общей области зрачков находятся пузыри, относящиеся как к одному, так и к другому зрачку. Полученная формула имеет приближенный характер и может быть использована для выполнения оценочных расчетов влияния пузырей на ЧКХ.

Влияние пузырей на рассеянный свет. Методика расчета коэффициента светорассеяния, обусловленного пузырями, в плоскости изображения рассмотрена в [87]. Остановимся на упрощенной модели оптической системы. На рис. 5.3 A — объект конечных размеров, A' — его изображение. Положим, что оптическая система тонкая, а пузыри лежат вблизи оптической оси. Световой поток $\Phi_п$, падающий на пузырь, равен $\Phi_п = L\,(s_{об}/l^2)\,s_j$, где L — яркость объекта; $s_{об}$ — площадь объекта; l — расстояние от объекта до пузыря. Сила света $I(\alpha)$, испускаемая пузырем в направлении угла α, равна

$$I(\alpha) = K(\alpha)\,\Phi_п = K(\alpha)\,L\,(s_{об}/l^2)\,s_j,$$

где $K(\alpha)$ — индикатриса рассеяния света пузырем (рис. 5.4) [87]. При $\alpha = 0$ $K(\alpha) = 1{,}15$.

Наибольшая освещенность, создаваемая пузырем в плоскости изображения, равна

$$E_п = \frac{I(\alpha)}{l'^2} = \frac{1{,}15 L s_{об} s_j}{l'^2 l^2}.$$

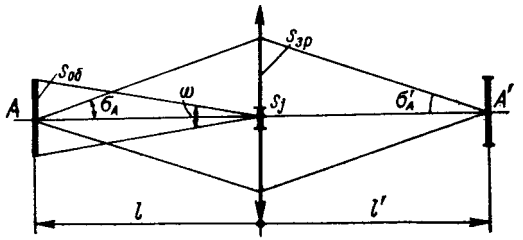


Рис. 5.3. Схема для расчета рассеянного света в плоскости изображения оптической системы при наличии пузыря

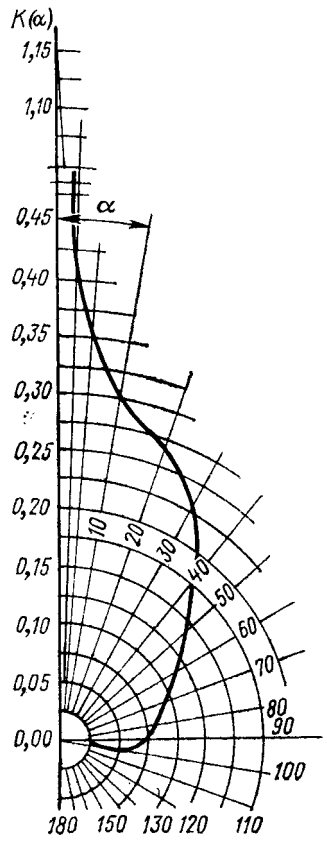


Рис. 5.4. Относительная индикатриса распределения яркости пузыря в стекле [87]

Освещенность геометрического изображения объекта

$$E = \pi\tau L\,(1 - s_j/s_p)\sin^2\sigma'_A,$$

где σ'_A — апертурный угол в пространстве изображения; τ — коэффициент пропускания оптической системы. Откуда коэффициент светорассеяния ψ_j равен

$$\psi_j = \frac{E_п}{E} = \frac{1{,}15 s_{об} s_j}{l^2 l'^2 \pi\tau \sin^2\sigma'_A} = \frac{1{,}15 s_j}{\tau s_p}\,\omega,$$

где ω — телесный угол, под которым виден объект из центра пузыря. Для m пузырей получим следующую приближенную формулу:

$$\psi \cong [s_п/(\tau s_p)]\,\omega. \qquad (5.1)$$

Например, если принять $\omega = 1$, $s_п/s_p = 2{,}5\ \%$, $\tau = 0{,}5$, то получим $\psi = 5\ \%$. Предложенная физическая модель является весьма упрощенной, но, тем не менее, полученное выражение для ψ может быть использовано для оценки значения коэффициента светорассеяния, создаваемого пузырями в оптической системе. Более строгое решение рассмотренной задачи приведено в [87].

Рассеянный свет снижает значения частотно-контрастной характеристики. Из (5.1) освещенность рассеянного света $E_п$ в плоскости изображения составляет $E_п\psi$. Обозначим через $E'_{max} = E_{max} + E_п$ — максимальное значение освещенности в изображении гармонического объекта, а через $E'_{min} = E_{min} + E_п$ — его минимальное значение. Контраст K'' изображения при наличии рассеянного света равен

$$K'' = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min} + 2E_п} \cong \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}}\left(1 - \frac{2E_п}{E_{max} + E_{min}}\right).$$

Учитывая, что $E = (E_{max} + E_{min})/2$ — среднее значение освещенности, получим

$$K'' = K'\,(1 - E_п/E) = K'\,(1 - \psi).$$

Обозначив через $T_п\,(\mu, \nu)$ — ЧКХ оптической системы при наличии рассеянного света, имеем

$$T_п\,(\mu, \nu) = T\,(\mu, \nu)\,(1 - \psi).$$

Очевидно, что рассеянный счет снижает контраст на всех частотах в $1 - \psi$ раз. Для рассмотренного выше примера при $\psi = 0{,}05$ находим $T_п\,(\mu, \nu) = 0{,}95\ T\,(\mu\nu)$.

Влияние пузырей на чистоту поля изображения. Наличие пузырей, непрозрачных камней и других дефектов, расположенных вблизи плоскости изображения, приводит к появлению в плоскости изображения теней. Пусть имеется оптическая система (рис. 5.5), перед плоскостью изображения которой расположен пузырь, представляющий собой экран диаметром d_j. Обозначим через t расстояние от пузыря до плоскости изображения. В на-

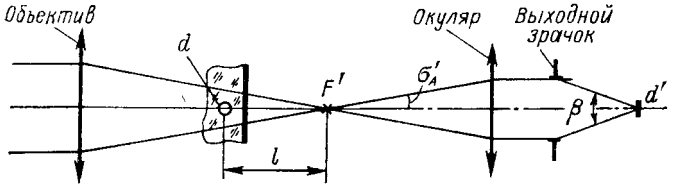


Рис. 5.5. Схема для расчета частоты поля изображения визуальной оптической системы

правлении главного луча в плоскости изображения будет наблюдаться уменьшение освещенности

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(\frac{d_j}{2t\sin\sigma'_A}\right)^2.$$

Откуда минимальный диаметр пузыря, который может быть зарегистрирован приемной системой, составляет

$$d_j = 2t\sin\sigma'_A\,(\Delta E/E)_п^{0,5}, \qquad (5.2)$$

где $(\Delta E/E)_п$ — пороговая относительная чувствительность приемника к изменению освещенности.

Для относительного изменения яркости визуальных приборов В. А. Савиным [50] получена формула $\Delta L/L = 0{,}002\beta + 0{,}004$, где β — угол, под которым виден наименьший из возможных выходных зрачков прибора из центра изображения пузыря, образованного частью оптической системы прибора, расположенный между пузырем и глазом наблюдателя (рис. 5.5).

Подставляя $\Delta L/L$ в (5.2) вместо $(\Delta E/E)_п$, находим диаметр наибольшего пузыря, при котором отсутствует тень в поле изображения,

$$d_j \leqslant 0{,}1 D_0\,[0{,}2\beta + 0{,}4]^{0,5},$$

где D_0 — диаметр сечения апертурного пучка лучей на детали; β — в градусах.

5.4. ВЫБОР КАТЕГОРИИ БЕССВИЛЬНОСТИ

Под свилями обычно понимают локальные неоднородности оптического материала; коэффициент преломления материала в области свилей отличается от коэффициента преломления в других областях примерно в 4—5-м знаке. Наличие свилей приводит к появлению местных деформаций волнового фронта, вызывающих ухудшение качества изображения, к нарушениям чистоты поля зрения, возникновению дополнительного рассеянного света. Свили могут быть либо единичными, либо составлять скопление с расположением по различным направлениям. Большое разно-

образие свилей вынуждает при оценке их влияния на качество изображения принимать упрощенные физические модели. На рис. 5.6 показаны известные модели искажения волнового фронта: треугольная (рис. 5.6, *а*), прямоугольная (рис. 5.6, *б*), синусоидальная (рис. 5.6, *в*), а также некоторые другие (рис. 5.6, *г*) [79—82]. Параболоидальная местная деформация волнового фронта, рассмотренная в гл. 2, может служить примером параболоидальной свили.

Рассмотрим влияние искажений волнового фронта, обусловленного свилями, на качество изображения: на число Штреля и частотно-контрастную характеристику.

Число Штреля. По аналогии с методикой оценки влияния местных деформаций на качество изображения, рассмотренной в гл. 2, положим, что за исключением местных деформаций, обусловленных свилями, волновая аберрация в оптической системе отсутствует. Комплексную амплитуду в плоскости изображения можно представить следующим выражением [80]:

$$E(y', z') = E_1(y', z') - E_2(y', z') + E_3(y', z'),$$

где E_1, E_2 — амплитуды, образованные безаберрационной волной, создаваемой оптической системой с полным зрачком и со зрачком, охватывающим область свилей; E_3 — амплитуда, образованная деформированной свилями волной, создаваемой оптической системой со зрачком, охватывающим область свилей. Число Штреля имеет вид

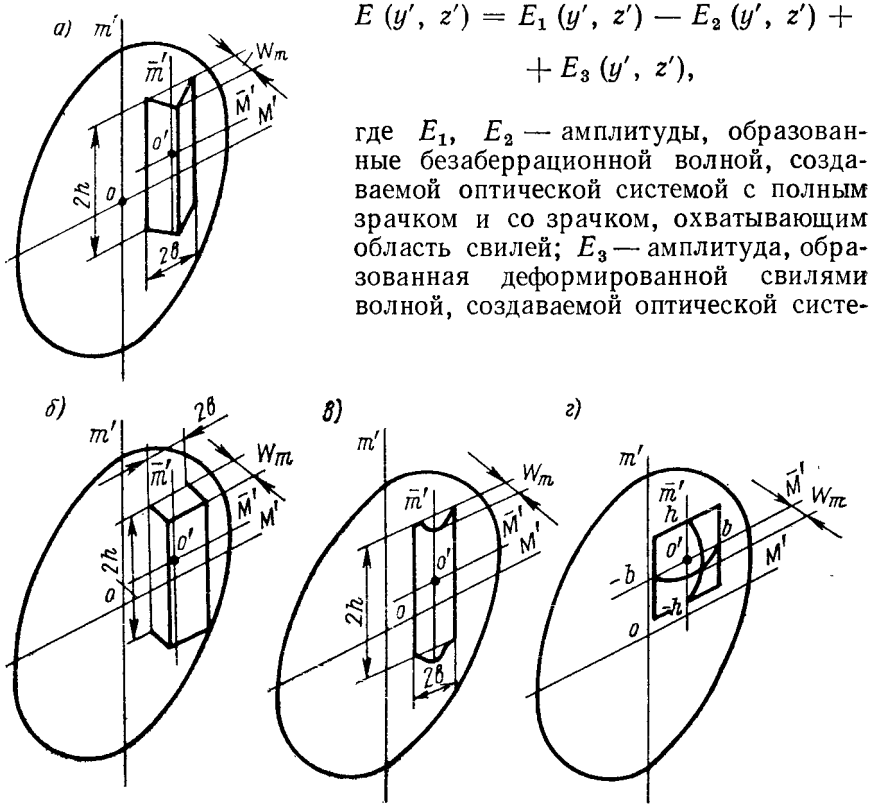


Рис. 5.6. Деформации волнового фронта, обусловленные моделями свилей: *а* — треугольной; *б* — прямоугольной; *в* — синусоидальной; *г* — параболоидальной

$$S = [E_1(0, 0) - E_2(0, 0) + E_3(0, 0)][E_1^*(0, 0) - E_2^*(0, 0) + E_3^*(0, 0)]. \quad (5.3)$$

Формула (5.3) справедлива при условии, что волновая аберрация рассчитывается в плоскости выходного зрачка. На практике свили могут находиться вне плоскости зрачка. Примем следующее утверждение: локальные деформации волнового фронта, возникающие вне зрачка, переносятся в плоскость зрачка без изменения размера и формы [80]. Это утверждение вполне допустимо, если оптические детали, вызывающие деформацию, достаточно удалены от плоскости изображения. Используя формулу (1.1), для слагаемых (5.3) получим нормированные значения амплитуд:

$$E_1(0, 0) = 1; \quad E_2(0, 0) = \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j}{s_p}; \quad E_3(0, 0) = \frac{1}{s_p} \sum_{j=1}^{m} \iint_{s_j} \exp(ikW_j),$$

где s_j — площадь j-й свили; W_j — наибольшее значение волновой аберрации, создаваемой j-й свилью. После подстановки этих значений в (5.3) получим [79]

$$S = \left(1 - \frac{s_c}{s_p}\right)^2 + \frac{s - s_c}{s_p^2} \left\{ \sum_{j=1}^{p} \iint_{s_{cj}} \exp[ikW_j(m)]\, dm\, dM + \right.$$

$$+ \sum_{j=1}^{p} \iint_{s_{cj}} \exp[-ikW_j(m)] dm\, dM + \frac{1}{s_p^2} \sum_{j=1}^{m} \iint_{s_{cj}} \exp[ikW_j(m)] dm\, dM \times$$

$$\left. \times \left[\sum_{j=1}^{p} \iint_{s_{cj}} \exp[-ikW_j(m)]\, dm\, dM \right] \right\}. \quad (5.4)$$

Если площадь всех свилей s_c мала по сравнению с площадью зрачка, т. е. $s_c/s_p \ll 1$, то формулу (5.4) можно упростить:

$$S \cong 1 - \frac{2}{s_p} \sum_{j=1}^{p} \iint_{s_{cj}} [1 - \cos(kW_j(m))]\, dm\, dM. \quad (5.5)$$

Рассмотрим числа Штреля для различных типов свилей, полученные в работах [77, 79—82], сохраняя принятые в них обозначения.

Отклонение волнового фронта, обусловленное треугольной свилью (рис. 5.6, *а*), в направлении m' аналитически описывается следующим выражением:

$$W_j(\bar{m}') = \begin{cases} W_m + \frac{W_m}{b}\bar{m}', & -b \leqslant \bar{m}' \leqslant 0; \\ W_m - \frac{W_m}{b}\bar{m}', & 0 \leqslant \bar{m}' \leqslant b; \end{cases}$$

$$W_j(\bar{M}') = \text{const}, \qquad -h \leqslant \bar{M}' \leqslant h.$$

Подставляя это выражение в (5.4) и (5.5), имеем

$$S = \left(1 - \sum_{j=1}^{p=m} A_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{m} B_j\right)^2. \tag{5.6}$$

Здесь

$$A_j = \frac{s_j}{s_p}[1 - \operatorname{sinc}(kW_{mj})];$$

$$B_j = \frac{s_j}{s_p}\left[k\frac{W_{mj}}{2}\operatorname{sinc}^2\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right)\right],$$

где W_{mj} — наибольшее значение волновой аберрации для j-й свили. В случае $s_c/s_p \ll 1$

$$S \cong 1 - 2\sum_{j=1}^{m} A_j. \tag{5.7}$$

Для прямоугольной свили (рис. 5.6, *б*) имеем:

$$W_j(\bar{m}') = W_{mj}, \qquad -b \leqslant \bar{m}' \leqslant b;$$

$$W_j(\bar{M}') = \text{const}, \qquad -h \leqslant \bar{M}' \leqslant h.$$

Число Штреля описывается выражением

$$S = \left(1 - \sum_{j=1}^{m} A_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{m} B_j\right)^2, \tag{5.8}$$

где $A_j = \frac{s_j}{s_p}(1 - \cos kW_{mj})$; $B_j = \frac{s_j}{s_p}\sin(kW_{mj})$.

При $s_c/s_p \ll 1$ справедливо выражение (5.7) с коэффициентом A_j из (5.8).

Для синусоидальной свили (рис. 5.6, *в*) получим:

$$W_j(\bar{m}') = \frac{W_{mj}}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{b}\bar{m}'\right)\right], \qquad -b \leqslant \bar{m}' \leqslant b';$$

$$W_j(\bar{M}') = \text{const}, \qquad -h \leqslant \bar{M}' \leqslant h.$$

После подстановки $W_j(m)$ в (5.4), (5.5) имеем

$$S = \left(1 - \sum_{j=1}^{m} A_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^{m} B_j\right)^2, \tag{5.9}$$

где $A_j = \frac{s_j}{s_p}\left[1 - \cos\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right)J_0\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right)\right]$; $B_j = \frac{s_j}{s_p}\sin\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right) \times$ $\times J_0\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right)$.

При $s_c/s_p \ll 1$ находится из (5.7), где коэффициент A_j определен из (5.9). Например, положим, что имеется одна свиль с $s_1/s_p = 0{,}1$ и $W_m = 0{,}5\ \lambda$. Из (5.7) находим $S = 0{,}9$ для треугольной и синусоидальной свилей; $S = 0{,}8$ — для прямоугольной свили, т. е. наибольшее снижение числа Штреля происходит для прямоугольной свили. Поэтому при оценке допустимых параметров свилей в оптических системах целесообразно свили описывать прямоугольной формой. Влияние свилей на число Штреля в системах с малыми аберрациями рассмотрено в работах [77, 88].

Рассмотрим влияние свилей на качество изображения при наличии в оптической системе малых аберраций. Суммарную волновую аберрацию оптической системы W_Σ можно представить как сумму волновой аберрации W оптической системы и волновой аберрации W_c, внесенной свилями:

$$W_\Sigma = W + W_c. \tag{5.10}$$

Для малых аберраций число Штреля из (1.58) равно

$$S \cong 1 - k^2 W^2_{\Sigma\,\text{скв}} = 1 - k^2\left[\int\int W_\Sigma^2\,ds - \left(\int\int W_\Sigma\,ds\right)^2\right]. \tag{5.11}$$

Подставив в (5.11) выражение (5.10), находим

$$S = 1 - k^2\left\{\left[\int\int W^2\,ds - \left(\int\int W\,ds\right)^2\right] + \left[\int\int W_c^2\,ds - \left(\int\int W_c\,ds\right)^2\right] + 2\left[\int\int WW_c\,ds - \int\int W\,ds\int\int W_c\,ds\right]\right\}. \tag{5.12}$$

Интегрирование ведется по площади зрачка. Слагаемые в первой квадратной скобке представляют собой $W^2_{\text{скв}}$ оптической системы в отсутствие свилей, а во второй квадратной скобке — средний квадрат отклонения волнового фронта $W^2_{\text{с скв}}$ идеальной оптической системы при наличии свилей.

Как показано выше, наибольшее влияние на качество изображения оказывают прямоугольные свили, поэтому рассмотрим их действие в системе с малыми аберрациями. Положим, что в зрачке системы располагается m прямоугольных непересекающихся свилей малой ширины. Тогда из (5.12) изменение числа Штреля ΔS, вызванное свилями, равно

$$\Delta S = -k^2\left[\sum_{j=1}^{m} W_{mj}s_j - \left(\sum_{j=1}^{m} W_{mj}s_j\right)^2 + 2\left(\sum_{j=1}^{m} W_{mj}s_jW_j' - \int\int W\,ds\sum_{j=1}^{m} W_{mj}s_j\right)\right], \tag{5.13}$$

где W_{mj} — волновая аберрация j-й свили; s_j — ее площадь; W_j' — среднее значение волновой аберрации оптической системы в области j-ой свили, $W_j' = \iint\limits_{s_j} W ds$.

Формула (5.13) существенно упрощается при наличии одной свили ($j = 1$) с площадью s_1:

$$\Delta S = -k^2\left[W_{m1}s_1(1 - s_1) + 2W_{m1}s_1\left(W_1' - \iint W\,ds\right)\right]. \quad (5.14)$$

Из (5.14) видно, что выражение в квадратных скобках, а следовательно, и ΔS могут принимать нулевое, положительное или отрицательное значения, т. е. возможна в отдельных случаях частичная компенсация влияния свилей малыми аберрациями оптической системы. Преобразуем (5.14) к виду

$$\Delta S = -k^2 W_{m1}s_1\left[1 - s_1 + 2\left(W_1' - \iint W\,ds\right)/W_{m1}\right]. \quad (5.15)$$

Третье слагаемое в правой части (5.15) характеризует вклад свилей в снижение числа Штреля при наличии аберраций оптической системы W.

Пример. Положим, что имеется свиль, расположенная посередине зрачка, со следующими параметрами: $W_{m1} = 0{,}25\lambda$, длина свили равна половине диаметра зрачка, относительная площадь свили $s_j = 0{,}02$. Оптическая система имеет дефокусировку $W_{20} = 0{,}25\lambda$, снижающую число Штреля до 0,8. Оценим влияние свили.

При отсутствии дефокусировки $\Delta S = k^2 W_{m1}^2[1 - s_1] = 0{,}05$, т. е. свиль снижает дополнительно число Штреля на 0,05 и суммарное значение числа Штреля составляет 0,75. Определим значение третьего слагаемого правой части формулы (5.15):

$$\iint\limits_{s_1} W\,ds = 0{,}0825W_{20}; \qquad \iint\limits_{s_p} W\,ds = 0{,}5W_{20};$$

$$2\left[\iint\limits_{s_1} W\,ds - \iint\limits_{s_p} W\,ds\right]\Big/W_{m1} = 0{,}824W_{20}/W_{m1} = 0{,}82.$$

Откуда $\Delta S = 0{,}0016$.

Таким образом, в рассматриваемом примере дефокусировка частично скомпенсировала уменьшение числа Штреля, обусловленного свилью. Качество изображения при наличии свилей в дифракционно-ограниченных системах рассмотрено в работах [77, 88].

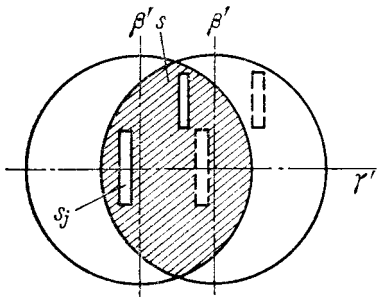


Рис. 5.7. Область интегрирования при расчете ЧКХ

Частотно-контрастная характеристика. Исследование влияния местных деформаций волнового фронта на оптическую передаточную функцию (ОПФ) изложено в работах [77, 79, 81, 82]. Приведем основные результаты исследований.

Оптическая передаточная функция определяется формулой (1.15). При расчете влияния свилей примем следующую модель: волновая аберрация оптической системы, за исключением местных деформаций, обусловленных свилями, отсутствует; свили параллельны оси β′; в области интегрирования s (рис. 5.7) свили не накладываются друг на друга. При указанных допущениях формула (1.15) преобразовывается к следующему виду:

$$d(\mu) = d_0(\mu)\left\{\left[1 - \frac{s_1}{s} + \frac{1}{s}\sum_{j=1}^{m_1}\iint\limits_{s_j}\exp\{ik[W_j(\beta'\gamma') - W_j(\beta' - \lambda\mu,\ \gamma')]\,d\beta'\,d\gamma'\right\}, \quad (5.16)$$

где $d_0(\mu) = s/s_p$ — ОПФ безаберрационной оптической системы в отсутствие свилей; s_1 — площадь всех свилей в площади интегрирования s; m_1 — число свилей в площади интегрирования s. Подставляя в (5.16) выражения для волновой аберрации, вносимой свилями, для ЧКХ $T(\mu)$ и частотно-фазовой характеристики $\varphi(\mu)$ получим:

$$T(\mu) = \left\{\left[T_0(\mu) - \sum_{j=1}^{m} A_j\right]^2 + \left[\sum_{j=1}^{m} B_j\right]^2\right\}^{0,5};$$
$$\varphi(\mu) = \operatorname{arctg}\left\{\sum_{j=1}^{m} B_j\left[T_0(\mu) - \sum_{j=1}^{m} A_j\right]^{-1}\right\}, \quad (5.17)$$

где $T_0(\mu)$ — ЧКХ безаберрационной системы. Выражение для A_j и B_j имеет следующий вид:

для треугольных свилей

$$A_j = \frac{s_j}{s_p}[1 - \operatorname{sinc}(kW_{mj})]; \quad B_j = \delta\frac{s_j}{s_p}\frac{W_{mj}}{2}\operatorname{sinc}^2\left(\frac{kW_{mj}}{2}\right);$$

для прямоугольных свилей

$$A_j = \frac{s_j}{s_p}[1 - \cos(kW_{mj})]; \quad B_j = \delta\frac{s_j}{s_p}\sin(kW_{mj});$$

для синусоидальных свилей

$$A_j = \frac{s_j}{s_p}[1 - I_0(kW_{mj}/2)\cos(kW_{mj}/2)];$$
$$B_j = \delta\frac{s_j}{2}I_0(kW_{mj}/2)\sin(kW_{mj}/2), \quad (5.18)$$

где s_j — площадь j-й свили в области интегрирования s; коэффициент $\delta = \pm 1$. Принимаем $\delta = +1$ для свилей, расположенных в неподвижном левом зрачке (рис. 5.7), и $\delta = -1$ для свилей, расположенных в правом подвижном зрачке.

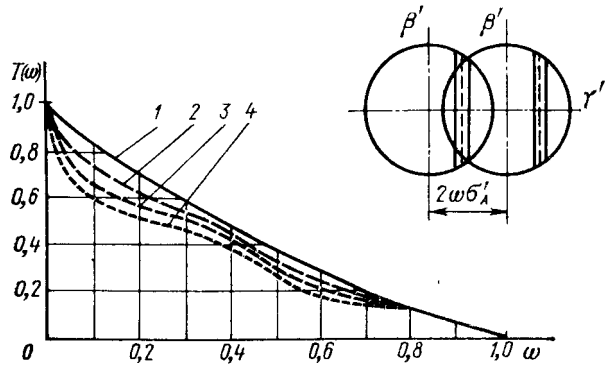


Рис. 5.8. Частотно-контрастная характеристика безаберрационной оптической системы и единичной треугольной свили для различных значений W_m:
1 — 0,1λ; *2* — 0,3λ; *3* — 0,5λ; *4* — 0,7λ

На ЧКХ наиболее сильное влияние оказывают прямоугольные свили. Из (5.17), (5.18) видно, что снижение контраста наибольшее при $W_{mj} = (2p + 1)\,\lambda/2$, где $p = 0, 1, 2, \ldots$ В этом случае

$$T(\mu) = T_0(\mu) - \frac{2}{s_p}\sum_{j=1}^{m} s_j.$$

На рис. 5.8 приведена ЧКХ при наличии одной прямоугольной свили, расположенной посередине радиуса зрачка ($\rho = 0{,}5$) и имеющей ширину $\Delta\rho = 0{,}2$.

5.5. ВЫБОР КАТЕГОРИИ ОПТИЧЕСКОЙ ОДНОРОДНОСТИ

Существуют две системы оценки заготовок по оптической однородности в зависимости от их размеров (ГОСТ 23136—78*). Для заготовок размером (диаметром или со стороной) не более 250 мм установлено пять категорий оптической однородности, характеризуемых отношением угла разрешения φ коллиматорной системы, в параллельный пучок которой введена заготовка стекла, к углу разрешения φ_0 самого коллиматора. Для заготовок размером более 250 мм установлено также пять категорий оптической однородности, характеризуемых тремя коэффициентами: K_Φ, ΔK, K_x, обусловленными неоднозначностью показателя преломления (K_Φ) и асимметричным относительно оси заготовки расположением неоднородностей (ΔK), вызванных отжигом стекла (табл. 5.2), неоднородностью стекла (K_x), возникающей в процессе варки и разделки стекломассы (бессвильности).

Под K_Φ и ΔK понимается отступление вышедшего из образца волнового фронта от ближайшей плоскости. Волновая аберрация

Таблица 5.2

Значения коэффициентов K_Φ и ΔK

Категория	Значения коэффициентов, в длинах волн (λ = 0,55 мкм)		Краевое двойное лучепреломление (по данным [20]), нм
	K_Φ	ΔK	
I	До 0,25	До 0,15	50±25
II	Св. 0,25 до 0,70	Св. 0,15 до 0,35	(100÷150) ± 50
III	» 0,70 » 1,50	» 0,35 » 0,80	(200÷250) ± 50
IV	» 1,50 » 3,00	» 0,80 » 1,50	(300÷350) ± 100
V	» 3,00	» 1,50	Св. 350

определяется двумя составляющими неоднородности показателя преломления: структурной и обусловленной напряжениями [20]. Ориентировочные значения краевого двойного лучепреломления приведены в табл. 5.2. Оптическая однородность материала контролируется в заготовке, имеющей вид плоскопараллельной пластинки, в то время как в готовой детали толщины вдоль оптической оси и на краю могут существенно отличаться. Этот факт усложняет оценку влияния оптической однородности заготовок на качество изображения системы в целом. Для решения данной задачи примем следующую модель: положим, что оптическая неоднородность обусловлена только симметричной неоднородностью показателя преломления и волновая аберрация на краю заготовки K_Φ связана с изменением показателя преломления Δn соотношением $K_\Phi = (n_{\rho=1} - n_0)\,d$, где d — толщина заготовки; $n_{\rho=1}$ — значение показателя преломления на краю заготовки; n_0 — значения показателя преломления в центре заготовки. Обычно показатель преломления плавно изменяется от центра заготовки к краю и в первом приближении может быть описан формулой

$$n(\rho) = n_0 + k\rho^2 = n_0 + (K_\Phi/d)\,\rho^2,$$

где $0 \leqslant \rho \leqslant 1$ — относительный радиус на заготовке.

Следует отметить, что предложенная модель носит приближенный характер и полезна для выполнения оценочных расчетов влияния неоднородности на качество изображения. Как показали исследования В. С. Доладугиной [20], для большинства заготовок изменение неоднородности несимметрично относительно оси заготовки. В этом случае выражение для $n(\rho)$ преобразовывается к виду

$$n(\rho, \varphi) = n_0 + \frac{K_\Phi + \Delta K(\varphi)}{d}\,\rho^2$$

и зависит от азимута φ, кроме того, изменения неоднородности от центра к краю могут увеличиваться и уменьшаться. Подобные явления главным образом зависят от способа отжига заго-

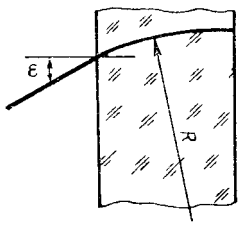


Рис. 5.9. Ход луча через плоскопараллельную пластинку с переменным показателем преломления

товки. Асимметрия показателя преломления вызывает местные деформации волнового фронта, например астигматизм, влияние которого на качество изображения рассмотрено в гл. 2. На практике зависимость $n(\rho)$ может иметь и более сложный вид и описываться уравнением высоких порядков по ρ.

Известно, что траектория луча (рис. 5.9), проходящего через среду с переменным показателем преломления, искривляется и радиус кривизны определяется формулой [52, 74]

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n}\frac{dn}{d\rho}\frac{1}{D/2}\sin\varepsilon,$$

где ε — угол, образуемый лучом с нормалью к поверхности; D — диаметр плоскопаралелльной пластинки.

Угол отклонения луча σ после прохождения пластинки равен

$$\sigma \approx \frac{2}{D}\frac{\partial}{\partial\rho}\left\{\left[\arcsin\left(\frac{\sin\varepsilon}{n(\rho)}\right) - \arcsin\left(\frac{\sin\varepsilon}{n(\rho)} - \frac{d}{R}\right)\right] Rn(\rho) - \right.$$

$$\left. - \frac{dn_0}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon}}\right\}.$$

При $\varepsilon = 0$

$$\sigma = (2d/D)\,(dn/d\rho). \qquad (5.19)$$

Подставляя в (5.19) значение производной $dn/d\rho = 2K_\phi\rho/d$, получим $\sigma = 4K_\phi\rho/D$.

Таким образом, симметричная неоднородность материала приводит к тому, что плоскопараллельная пластинка действует как линза, а асимметрия неоднородности ΔK вызывает появление несимметричных аберраций.

Рассмотрим теперь влияние симметричной неоднородности материала в линзовой оптике. Найдем приращение волновой аберрации ΔW в предположении, что осевой луч в стекле имеет малые углы к оптической оси. Тогда

$$\Delta W \cong d_0(1 - \tfrac{1}{2}\alpha\rho^2)\,[n(\rho) - n_0] =$$

$$= \tfrac{1}{2}(1 - \tfrac{1}{2}\alpha\rho^2)\,K_\phi\rho^2, \qquad (5.20)$$

где d_0 — толщина линзы по оптической оси; $n(\rho)$ — показатель преломления для нормированной координаты осевого луча (значению $\rho = 1$ соответствует высота крайнего осевого луча); $\alpha = 1 - d_{кр}/d_0$ ($d_{кр}$ — толщина линзы по крайнему осевому лучу).

Из формулы (5.20) видно, что симметричная неоднородность материала вызывает дефокусировку $\Delta W = K_\phi\rho^2$ и сферическую аберрацию III порядка $\Delta W_{сф}$

$$\Delta W_{сф} = -\alpha K_\phi\rho^4 = -\frac{d_0 - d_{кр}}{d_0}K_\phi\rho^4.$$

Приращение коэффициента волновой сферической аберрации ΔC_{40} равно

$$\Delta C_{40} = -\left[\frac{d_0 - d_{кр}}{6d_0}\right]K_\phi. \qquad (5.21)$$

Например, для плосковыпуклой линзы с радиусом кривизны поверхности $R = 100$ мм, толщиной $d_0 = 10$ мм, изготовленной из материала по IV категории оптической однородности ($K_\phi = 2\lambda$), для апертуры, равной 10 мм, из (5.21) находим $\Delta C_{40} = -0{,}016\lambda$.

Из (5.21) видно, что для положительных линз, для которых $(d_0 - d_{кр}) > 0$, величина ΔC_{40} отрицательная, а для отрицательных линз, для которых $(d_0 - d_{кр}) < 0$, ΔC_{40} — положительная величина.

В оптической системе, состоящей из положительных и отрицательных линз, суммарная $(\Delta C_{40})_\Sigma$ дополнительная сферическая аберрация равна

$$(\Delta C_{40})_\Sigma \cong 0{,}167\sum_{k=1}^{p}\left[\left(\frac{d_{кр} - d_0}{d_0}\right)K_\phi\right]_k, \qquad (5.22)$$

где p — число линз.

Следовательно, в оптической системе возможна частичная компенсация дополнительной сферической аберрации. Если принять для осевого пучка всех линз K_ϕ постоянным по значению и знаку и учесть, что суммарные толщины линз $(d_{кр})_\Sigma$ и $(d_0)_\Sigma$ незначительно отличаются друг от друга, можно полагать, что сферическая аберрация $(\Delta C_{40})_\Sigma$ мала и существенно не ухудшает качества изображения даже при больших значениях K_ϕ. Следует отметить также, что влияние симметричных неоднородностей на осевые и полевые аберрации может быть уменьшено в процессе юстировки оптической системы, а знание закона изменения показателя преломления для крупногабаритных высококачественных объективов позволит на этапе изготовления оптики провести необходимую корректировку оптической системы в целях максимально возможного исключения влияния симметричных неоднородностей на качество изображения.

Таблица 5.3

Коэффициенты волновой аберрации

K_Φ	C_{20}	C_{40}	C_{60}	ΔC_{40}	ΔC_{40} по формуле (5.22)
Исходная система	—0,627	—0,023	0,096	—	—
$K_\Phi = 2\lambda$ (первая и вторая линза)	—0,312	—0,118	0,096	—0,095	—0,108
$K_\Phi = 2\lambda$ (первая линза) $K_\Phi = 0$ (вторая линза)	0,937	—0,126	0,096	—0,103	—0,108

Существенным фактором, влияющим на качество изображения, является асимметричная неоднозначность показателя преломления ΔK. Если принять в частном случае, что ΔK представляет собой астигматизм, причем $W_{22} = \Delta K$, то для расчета допустимого значения ΔK и соответственно выбора категории оптической однородности можно воспользоваться методикой, изложенной в гл. 2. В зависимости от назначения оптического прибора задаемся допустимым значением астигматизма W_{22} и, применяя формулы (2.27), (2.32), находим допустимый астигматизм $(W_{22})_k = (\Delta K)_k$ для k-й линзы:

$$(W_{22})_k = \Delta K = (W_{22})_{\text{доп}} \Big/ \sqrt{p\sqrt{p}}; \tag{5.23}$$

$$(W_{22})_k = \Delta K = (W_{22})_{\text{доп}} / (1{,}15\sqrt{p}). \tag{5.24}$$

Например, для высококачественного ($S \geqslant 0{,}8$) десятилинзового планапохроматического микрообъектива принимаем $(W_{22})_{\text{доп}} = 0{,}34\lambda$. Из (5.23) получим $\Delta K = 0{,}06\lambda$, из (5.24) $\Delta K = 0{,}1\lambda$. Поскольку в микрообъективах полный световой диаметр линзы ($D_\text{п}$) незначительно отличается от светового диаметра по осевому пучку (D_0), то из табл. 5.3 следует, что требования по оптической однородности должны соответствовать I категории. Если $D_\text{п} \neq D_0$, то полученная по (5.23) или (5.24) величина $(\Delta K)_k$ умножается на $[D_\text{п}/D_0]^2$, т. е.

$$\Delta K_\text{м} = \left(\frac{D_\text{п}}{D_0}\right)^2 \Delta K_0.$$

Для восьмилинзового фотообъектива при $(W_{22})_{\text{доп}} = 0{,}8\lambda$ и $[D_\text{п}/D_0]^2 = 2$ находим $\Delta K_\text{п} = 0{,}35\lambda$ (по 5.23) и $\Delta K_\text{п} = 0{,}5\lambda$ по (5.24). Полученным значениям ΔK соответствует III категория однородности.

В приведенных примерах принято, что для линз микрообъектива и фотообъектива, диаметры которых меньше 250 мм, справедливы значения волновой аберрации по табл. 5.3, характеризующие однородность больших заготовок.

Пример. Определим влияние оптической неоднородности на качество изображения двухлинзового объектива гида астрономического телескопа, имеющего следующие конструктивные параметры:

			Вариант 1	Вариант 2
$R_1 = 2249{,}0$				
	$d_1 = 57{,}0$	стекло К8	$K_\Phi = 2\lambda$;	$K_\Phi = 2\lambda$
$R_2 = -7178{,}0$				
	$d_2 = 42{,}5$			
$R_3 = -1294{,}2$				
	$d_3 = 35{,}5$	стекло Ф1	$K_\Phi = 2\lambda$;	$K_\Phi = 0$
$R_4 = -1355{,}2$				

Диаметр выходного зрачка 500 мм, фокусное расстояние 3500 мм.

Результаты расчета коэффициентов волновой аберрации для осевой точки поля изображения для обоих вариантов приведены в табл. 5.3.

В первой линзе объектива $(d_\text{кр} - d_0)/d_0 = 0{,}33$, для второй линзы — $(d_\text{кр} - d_0)/d_0 \cong 0$. Толщина заготовок для обеих линз принята равной 60 мм, а $\Delta n_\text{кр} = 2 \cdot 10^{-5}$. Расчеты коэффициентов волновой аберрации выполнены на ЭВМ по программе, разработанной С. А. Родионовым и В. В. Усоскиным. Из сравнения значений ΔC_{40} видно, что формула (5.22) дает вполне приемлемую точность. Как и следовало ожидать, поскольку для отрицательного мениска $d_\text{кр} \cong d_0$, изменение показателя преломления, обусловленное неоднородностью материала, не существенно влияет на волновые аберрации и для него может быть принято значение K_Φ, соответствующее, например, III—IV категорич.

5.6. ВЫБОР КАТЕГОРИИ ДВОЙНОГО ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ

Как известно, оптическое стекло является изотропным веществом, для которого характерно одинаковое распространение света в любом направлении. Однако в процессе изготовления заготовок за счет многих технологических факторов, таких, например, как неравномерное охлаждение стекла после нагрева или механическая обработка заготовки, возникает анизотропия материала, вызывающая двойное лучепреломление при прохождении света через среду. Различают двойное лучепреломление в рабочем направлении (краевое) и в направлении наибольшего размера (торцовое), или по ГОСТ 23136—78 — двойное лучепреломление. Для преломляющей оптики по краевому и торцовому двойному лучепреломлению в заготовках по эмпирической формуле рассчитывают коэффициенты K_Φ и ΔK (ГОСТ 3514—76**Е), определяющие оптическую однородность. Отклонению волнового фронта K_Φ, ΔK, обусловленному неоднородностью показателя преломления, сопутствует наличие краевого двойного лучепреломления (табл. 5.3), причем показано [20], что краевое двойное лучепреломление определяет значение волновой аберрации гораздо в боль-

шей степени, чем торцовое. Для заготовок с размерами более 250 мм, оптическая однородность которых нормируется коэффициентами волновой аберрации, двойное лучепреломление не нормируется.

Для заготовок с размером менее 250 мм рекомендуется нормировать двойное лучепреломление (торцовое). Так, для объективов киносъемочных, фотографических, телевизионных, телескопических принимают 2-ю категорию; для объективов микроскопов, коллиматоров — 1-ю категорию; для окуляров, конденсоров, коллективов — 3-ю категорию. Для зеркальной оптики (зеркала с внешним отражением) двойное лучепреломление нормируется по 3—4-й категориям, а для внеосевых — по 1—2-й категориям. Опыт изготовления зеркал, особенно внеосевых, прямоугольных с большим соотношением сторон, показывает, что погрешность формы поверхности зависит от значения и равномерности торцового двойного лучепреломления. Однако систематизированный экспериментальный материал по этому вопросу недостаточно полон.

Остановимся теперь на краевом двойном лучепреломлении и оценим его влияние на качество изображения. Введем обозначения: δ_{max} — наибольшая суммарная разность хода, приведенная к краю зрачка; $\delta(\beta', \gamma')$ — разность хода в точке с координатами β', γ'; $W_0(\beta', \gamma')$ — волновая аберрация при отсутствии двойного лучепреломления. Для упрощения расчетов положим, что азимут одного из главных направлений поляризации равен нулю. Волновую аберрацию в двух взаимно перпендикулярных главных направлениях ($W_{\parallel}$, $W_{\perp}$) представим в виде:

$$W_{\perp}(\beta', \gamma') = W_0(\beta', \gamma') + 0{,}5\delta(\beta', \gamma');$$

$$W_{\parallel}(\beta', \gamma') = W_0(\beta', \gamma') - 0{,}5\delta(\beta', \gamma').$$

Принимая во внимание, что оптическая система работает в естественном свете, который состоит из двух некогерентных компонентов, поляризованных по направлениям осей β' и γ', для ФРТ получим [24]

$$D(y', z') = \frac{1}{2}c\left[\left|\int\limits_{S_p}\int \exp[ikW_{\perp}(\beta', \gamma')]\exp[ik(\beta'y' + \gamma'z')]d\beta'd\gamma'\right|^2 + \right.$$

$$\left. + \left|\int\limits_{S_p}\int \exp[ikW_{\parallel}(\beta', \gamma')]\exp[ik(\beta'y' + \gamma'z')]d\beta'd\gamma'\right|^2\right].$$

Найдем выражение для числа Штреля в предположении, что аберрации малы, а $\delta(\beta', \gamma') = \delta(\rho) = \delta_{max}\rho^2$,

$$S \cong 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\left[W_{скв}^2 + \frac{1}{12}\delta_{max}^2\right]. \qquad (5.25)$$

Если принять, например, что оптическая система безаберрационная, т. е. $W_{скв} = 0$, то из условия $S \geqslant 0{,}8$ находим допустимое суммарное значение двойного лучепреломления $\delta_{max} \leqslant 0{,}25\lambda$.

Для ориентировочной оценки допустимого наибольшего значения двойного лучепреломления в рабочем направлении заготовки δ_k (нм/см) примем допущение: суммарная толщина по оси ρ оптических деталей системы $\sum\limits_{p} d_{0i} \ll f'$, где f' — фокусное расстояние системы. Тогда $\delta_k \leqslant \frac{0{,}56\lambda}{\sum\limits_{p} d_{0i}}\sqrt{1-S}$ и при $S = 0{,}8$ $\delta_k \leqslant 0{,}25\lambda/\sum d_{0i}$. Например, приняв, $S \geqslant 0{,}96$ и $\Sigma d_{0i} = 5$ см, получим $\delta_k = 10$ нм/см.

Для радиального распределения двойного лучепреломления, имеющего вид $\delta(\rho) = \delta_{max}[0{,}4\rho^2 + 0{,}6\rho^4]$, расчеты числа Штреля и допустимого значения δ_k приведены в работе [86], а расчеты ЧКХ при наличии двойного лучепреломления вида (5.25) — в [24].

В заключение следует отметить, что расчетные работы по оценке влияния погрешностей оптического материала на качество изображения только начинаются и требуют дальнейших исследований. Приведенные математические модели погрешностей требуют уточнения по конкретным параметрам оптического материала. Так, важно знать закон изменения показателя преломления и двойного лучепреломления, деформации волнового фронта, обусловленные свилями, и т. д. Тем не менее, приведенная методика может быть полезна для предварительных, оценочных расчетов качества изображения при выборе требований к оптическому материалу.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Концентрация энергии и число штреля S при $\varepsilon = 0$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,250	60,59	21,16	6,46	10,07	8,74	70,96	44,98	29,66	10,97	3,40	75,13	57,18	32,49	16,98	8,67
1,5625	67,97	25,97	9,82	10,91	9,65	74,03	53,66	36,08	23,28	14,29	81,81	70,85	50,44	29,46	15,07
1,8750	72,14	39,99	18,65	74,05	12,52	82,70	67,63	51,14	34,89	21,84	88,26	80,47	63,65	41,88	24,22
2,1875	81,01	54,62	29,07	16,67	15,23	86,82	74,66	57,95	41,06	26,68	89,78	84,27	72,71	53,93	33,45
2,500	83,60	61,51	33,25	17,07	15,50	87,42	76,00	60,32	45,57	33,81	90,30	87,73	80,23	65,87	45,75
2,8125	84,61	62,31	35,13	19,13	16,24	88,75	78,10	66,35	52,31	42,01	92,13	90,41	85,37	74,51	57,54
3,1250	85,42	64,42	40,83	25,06	18,83	91,55	83,78	72,09	60,59	50,24	93,32	91,82	88,21	80,47	66,65
3,7500	89,51	77,66	50,82	40,87	24,09	92,65	86,86	76,80	65,67	51,09	94,23	93,71	92,10	88,43	80,75
4,3750	91,12	79,95	63,65	44,41	29,07	94,50	90,94	83,33	77,47	65,20	95,14	94,67	93,74	91,91	87,98
5,0000	93,03	83,41	69,41	56,34	43,55	95,18	91,98	85,68	76,68	68,04	95,99	95,68	95,15	94,05	91,89
5,6250	93,94	86,45	75,23	63,58	49,25	95,91	94,15	89,62	82,04	74,03	96,24	96,09	95,77	95,13	93,80
6,2500	96,92	89,10	76,92	65,82	55,81	96,45	94,78	90,85	86,35	76,53	96,76	96,60	96,33	95,89	95,13
7,1875	95,98	90,87	81,86	72,53	64,43	97,01	95,95	93,55	89,03	82,58	97,26	97,14	96,96	96,70	96,28
8,4375	96,81	93,32	86,17	77,37	70,76	97,56	96,98	95,44	92,44	87,60	97,64	97,59	97,50	97,37	97,13
10,000	97,64	95,46	90,21	82,23	76,89	98,02	97,71	92,01	95,17	91,67	98,13	98,09	98,02	97,93	97,80
S	0,723	0,256	0,083	0,124	0,107	0,819	0,440	0,204	0,165	0,105	0,773	0,350	0,108	0,074	0,041

Таблица 2

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,74	0,47	0,24	0,12	0,04	0,84	0,76	0,63	0,48	0,34	0,85	0,79	0,69	0,57	0,43
0,2	0,54	0,15	0,01	0,04	0,09	0,68	0,49	0,29	0,14	0,09	0,69	0,54	0,33	0,13	0,02
0,3	0,40	0,06	0,01	0,08	0,05	0,53	0,32	0,14	0,07	0,08	0,55	0,35	0,12	0,03	0,07
0,4	0,32	0,05	0,01	0,07	0,04	0,42	0,24	0,09	0,06	0,07	0,42	0,23	0,04	0,05	0,04
0,5	0,29	0,09	0,0	0,02	0,05	0,33	0,20	0,08	0,04	0,05	0,33	0,17	0,02	0,04	0,02
0,6	0,24	0,15	0,09	0,05	0,02	0,25	0,17	0,09	0,04	0,03	0,24	0,14	0,03	0,02	0,02
0,7	0,15	0,07	0,04	0,04	0,04	0,18	0,14	0,10	0,05	0,03	0,28	0,11	0,05	0,0	0,02
0,8	0,06	0,0	0,01	0,01	0,01	0,10	0,09	0,08	0,06	0,05	0,10	0,08	0,05	0,03	0,0
0,9	0,03	0,01	0,0	0,0	0,01	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02

Таблица 3

Концентрация энергии и число штреля S при $\varepsilon = 0{,}2$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,250	55,66	19,21	6,08	9,46	7,93	64,8	39,64	19,29	10,66	7,91	69,81	51,17	27,07	11,09	5,9
1,5625	58,82	23,59	8,90	10,40	9,00	68,86	49,82	34,38	22,61	15,24	76,23	64,81	42,07	23,12	10,44
1,8750	68,91	35,56	16,87	13,66	12,11	80,34	65,95	50,68	35,68	23,25	84,14	75,76	57,18	37,62	17,32
2,1875	77,02	48,19	24,96	16,01	14,55	86,29	74,34	57,77	41,76	28,31	88,16	80,82	67,10	46,17	25,05
2,500	79,11	50,63	26,42	16,19	14,69	86,44	74,97	59,71	45,66	34,15	89,01	85,52	74,81	50,29	33,64
2,8125	79,42	51,20	27,90	17,62	15,26	86,98	76,61	67,06	51,82	47,76	90,56	89,99	83,54	71,14	52,10
3,1250	80,54	56,16	33,97	22,03	17,66	89,01	81,41	7,45	59,34	50,18	91,11	90,42	87,17	78,89	63,43
3,7500	88,76	73,91	50,17	29,77	21,17	90,91	84,65	74,22	63,35	54,85	92,66	98,40	90,94	87,38	79,77
4,3750	90,30	75,16	52,84	33,89	27,83	94,02	89,70	81,39	71,35	63,37	94,69	93,77	92,50	90,74	87,02
5,0000	91,77	81,63	66,14	47,71	32,14	94,40	90,97	84,11	74,46	65,44	95,34	95,11	94,43	93,23	90,82
5,6250	93,11	85,03	70,68	52,10	35,51	95,31	93,58	88,77	80,62	72,24	95,62	95,56	95,30	94,60	93,06
6,2500	94,22	86,59	73,91	60,15	46,84	95,93	94,16	90,09	83,35	75,17	96,27	96,09	95,83	95,40	94,59
7,1875	95,54	89,91	79,73	67,46	53,95	96,61	95,38	92,77	87,89	81,01	96,89	96,67	96,43	96,18	95,82
8,4375	96,18	92,38	85,18	75,80	65,71	97,12	96,61	95,10	91,94	86,77	97,20	97,25	97,23	97,06	96,72
10,000	97,33	94,77	88,92	80,93	73,52	97,80	97,49	96,73	94,79	91,16	97,93	97,91	97,86	97,74	97,60
S	0,724	0,253	0,083	0,125	0,105	0,818	0,427	0,189	0,150	0,092	0,769	0,333	0,106	0,061	0,045

Таблица 4

Частотно-контрастиая характеристика при $\varepsilon = 0{,}2$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,70	0,40	0,17	0,07	0,03	0,81	0,72	0,59	0,44	0,29	0,82	0,76	0,66	0,53	0,39
0,2	0,48	0,12	0,01	0,08	0,08	0,62	0,43	0,22	0,07	0,02	0,64	0,49	0,28	0,09	0,05
0,3	0,38	0,08	0,02	0,07	0,04	0,48	0,26	0,08	0,01	0,03	0,50	0,31	0,11	0,02	0,04
0,4	0,29	0,06	0,01	0,06	0,03	0,36	0,17	0,04	0,01	0,04	0,39	0,24	0,09	0,0	0,02
0,5	0,25	0,06	0,01	0,05	0,04	0,31	0,17	0,06	0,03	0,04	0,32	0,19	0,06	0,02	0,04
0,6	0,24	0,13	0,05	0,01	0,03	0,26	0,18	0,09	0,04	0,03	0,25	0,14	0,03	0,02	0,02
0,7	0,16	0,09	0,06	0,06	0,06	0,18	0,15	0,10	0,06	0,03	0,17	0,11	0,05	0,0	0,02
0,8	0,07	0,01	0,01	0,01	0,01	0,10	0,10	0,08	0,07	0,05	0,10	0,08	0,05	0,03	0,00
0,9	0,03	0,01	0,01	0,0	0,01	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02

Таблица 5

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}3$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,250	49,98	17,54	5,59	8,46	7,23	56,95	34,41	16,13	9,92	4,99	61,66	44,24	21,34	8,05	2,66
1,5625	54,02	21,66	9,22	9,64	8,39	63,24	45,22	31,52	20,87	13,66	68,87	55,57	34,78	16,96	5,66
1,8750	65,66	37,15	14,88	13,10	11,51	77,30	62,26	46,86	32,49	20,79	80,77	71,30	51,15	28,26	11,73
2,1875	73,13	40,63	20,23	15,15	13,50	84,56	70,03	52,78	32,58	25,52	86,86	77,84	62,33	39,15	19,32
2,500	73,46	41,22	20,65	15,35	13,55	84,88	71,01	54,30	41,61	32,14	88,27	83,92	77,81	54,44	32,19
2,8125	74,28	42,98	22,41	16,43	14,24	85,52	73,21	59,95	48,65	41,68	89,97	88,03	81,70	68,06	47,70
3,1250	75,76	50,83	20,34	19,97	16,68	88,06	79,92	68,04	57,35	42,69	90,53	89,62	85,81	76,24	50,76
3,7500	86,27	67,36	41,52	23,92	19,24	90,36	84,39	73,24	61,37	52,76	91,79	91,62	90,12	86,06	77,15
4,3750	87,28	68,5	46,02	28,73	22,06	92,14	87,81	78,29	68,95	61,23	92,97	92,52	91,72	80,96	85,72
5,0000	91,14	79,13	50,22	30,20	26,92	93,35	89,29	82,12	73,32	63,19	94,42	93,81	92,89	91,83	90,05
5,6250	91,78	80,00	60,58	41,62	29,62	94,61	93,50	87,18	78,31	69,31	94,95	94,60	93,95	93,07	91,83
6,2500	93,62	81,18	70,09	52,82	97,76	94,96	93,21	88,53	80,74	71,87	95,28	95,40	95,28	94,68	93,53
7,1875	94,59	87,82	74,72	58,37	43,37	95,93	96,72	92,09	87,00	78,57	96,22	96,04	95,82	95,61	95,20
8,4375	95,72	91,06	81,49	68,48	54,66	96,71	95,98	94,13	90,72	85,33	96,78	96,62	96,44	96,28	96,10
10,000	96,83	94,04	87,25	74,98	65,80	97,31	96,94	96,15	94,80	89,84	97,43	97,36	97,28	97,21	92,24
S	0,723	0,254	0,083	0,124	0,105	0,809	0,412	0,171	0,137	0,080	0,754	0,305	0,114	0,071	0,051

Таблица 6

Частотно-контрастиая характеристика при $\varepsilon = 0{,}3$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,66	0,34	0,11	0,05	0,06	0,79	0,69	0,55	0,39	0,23	0,80	0,73	0,63	0,50	0,35
0,2	0,44	0,10	0,02	0,08	0,05	0,57	0,36	0,14	0,01	0,05	0,59	0,44	0,24	0,05	0,07
0,3	0,34	0,09	0,02	0,06	0,04	0,39	0,17	0,03	0,05	0,01	0,43	0,27	0,10	0,0	0,02
0,4	0,26	0,07	0,01	0,04	0,03	0,30	0,13	0,01	0,01	0,06	0,34	0,24	0,12	0,03	0,01
0,5	0,23	0,05	0,02	0,05	0,03	0,28	0,15	0,05	0,03	0,06	0,30	0,21	0,09	0,01	0,02
0,6	0,23	0,09	0,01	0,02	0,04	0,26	0,17	0,08	0,03	0,03	0,26	0,16	0,05	0,02	0,03
0,7	0,17	0,11	0,08	0,08	0,07	0,19	0,15	0,10	0,06	0,03	0,18	0,12	0,05	0,0	0,02
0,8	0,07	0,01	0,01	0,01	0,01	0,11	0,10	0,09	0,07	0,05	0,11	0,08	0,06	0,03	0,01
0,9	0,03	0,0	0,01	0,0	0,02	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,04	0,04	0,03	0,03	0,02

Таблица 7

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}4$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,250	43,41	15,00	5,02	7,51	6,12	49,83	29,14	14,07	8,75	5,71	53,25	35,77	15,91	5,29	0,79
1,5625	49,06	19,18	7,39	8,91	7,51	57,50	40,27	27,67	17,95	11,10	62,78	49,53	29,14	12,48	2,79
1,8750	62,35	28,19	12,56	12,33	10,56	73,93	56,83	40,31	27,23	17,06	78,07	67,86	46,65	23,65	8,14
2,1875	60,06	33,00	15,34	14,03	12,03	81,10	62,78	44,26	31,21	21,46	85,41	75,27	58,83	34,62	15,27
2,500	69,21	33,37	15,60	14,13	12,13	81,78	63,67	46,02	35,34	27,16	86,91	81,63	70,51	50,05	27,56
2,8125	70,63	36,41	17,69	15,12	13,01	83,21	68,03	53,10	43,26	36,55	89,03	86,02	78,19	63,11	41,49
3,1250	75,86	46,03	25,23	18,13	15,71	87,57	77,81	64,36	51,90	42,16	90,24	87,97	82,36	71,33	53,45
3,7500	80,74	56,24	32,25	20,15	17,48	89,76	83,00	68,98	54,66	46,53	90,96	90,54	88,58	83,46	72,69
4,3750	82,46	62,72	39,34	25,02	20,56	90,97	87,16	78,05	66,84	57,82	91,60	61,78	91,40	89,45	84,15
5,0000	89,79	73,26	48,00	29,03	22,86	92,86	88,70	81,15	70,14	59,63	93,04	93,37	92,63	91,64	89,61
5,6250	90,39	75,35	52,23	33,49	25,73	93,69	90,85	85,25	76,48	67,19	94,50	94,10	93,51	92,75	91,53
6,2500	92,46	81,41	62,16	42,03	29,51	94,84	92,34	86,99	78,88	69,69	95,31	94,87	94,27	93,62	92,86
7,1875	93,13	84,03	67,96	49,66	36,02	95,44	94,16	90,58	84,14	76,02	95,65	95,80	95,77	95,38	94,56
8,4375	95,02	88,89	76,26	59,63	44,55	96,34	95,61	93,70	89,46	82,58	96,49	96,40	96,32	96,22	95,98
10,000	96,34	92,27	83,60	71,23	57,51	97,15	96,68	95,68	93,35	88,76	97,30	97,29	97,22	97,07	96,87
S	0,725	0,251	0,084	0,125	0,102	0,808	0,402	0,155	0,126	0,076	0,7421	0,2713	0,1302	0,0807	0,0508

Таблица 8

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}4$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,61	0,27	0,07	0,06	0,09	0,75	0,64	0,48	0,31	0,15	0,77	0,70	0,59	0,46	0,31
0,2	0,39	0,09	0,02	0,07	0,04	0,50	0,28	0,05	0,08	0,09	0,54	0,40	0,21	0,04	0,07
0,3	0,27	0,08	0,03	0,05	0,02	0,30	0,08	0,06	0,06	0,02	0,35	0,25	0,12	0,03	0,01
0,4	0,22	0,07	0,03	0,05	0,03	0,24	0,08	0,01	0,01	0,05	0,29	0,21	0,12	0,04	0,01
0,5	0,20	0,05	0,01	0,04	0,03	0,24	0,12	0,04	0,03	0,06	0,27	0,20	0,12	0,05	0,01
0,6	0,19	0,05	0,02	0,04	0,03	0,24	0,15	0,07	0,04	0,04	0,25	0,18	0,09	0,02	0,02
0,7	0,19	0,12	0,08	0,05	0,03	0,20	0,16	0,10	0,06	0,03	0,20	0,13	0,06	0,01	0,02
0,8	0,08	0,02	0,01	0,01	0,02	0,12	0,11	0,09	0,07	0,06	0,11	0,09	0,06	0,03	0,01
0,9	0,03	0,0	0,01	0,0	0,102	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03

Таблица 9

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}5$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,250	35,96	12,98	4,30	6,02	5,18	40,20	22,74	11,79	7,64	4,68	43,23	28,22	11,66	3,45	0,78
1,5625	43,56	17,06	6,41	7,69	6,66	50,15	33,71	22,42	14,56	8,55	55,58	43,22	24,28	9,62	2,01
1,8750	57,47	24,30	10,08	10,83	9,36	67,23	47,19	31,26	21,09	12,94	73,05	62,30	41,33	19,34	6,10
2,1875	62,63	27,00	11,41	11,98	10,37	72,58	50,75	33,41	23,60	16,79	79,22	68,52	52,25	29,24	12,30
2,500	62,86	27,46	11,18	12,14	10,50	73,04	52,05	36,11	27,28	21,63	80,74	74,61	62,76	42,83	22,32
2,8125	65,80	31,24	14,53	13,50	11,70	77,19	59,72	44,15	34,90	27,82	83,93	79,66	70,10	53,05	32,87
3,1250	72,00	39,55	20,50	16,28	14,14	84,64	71,26	53,70	39,83	31,39	87,93	83,78	75,76	62,70	43,87
3,7500	74,33	43,61	23,49	17,46	15,09	86,64	74,60	57,03	43,65	36,20	89,76	88,68	85,52	78,49	64,75
4,3750	79,49	55,13	32,99	21,79	18,46	89,62	84,48	71,94	57,19	45,88	90,27	90,10	88,92	85,46	78,48
5,0000	82,34	60,62	36,91	23,11	19,43	90,49	86,11	74,29	59,50	48,88	90,99	91,04	90,75	89,62	86,22
5,6250	86,01	68,53	44,78	28,27	23,00	91,44	89,29	82,54	71,20	59,27	91,76	91,90	91,89	91,57	89,97
6,2500	89,21	73,18	48,78	30,39	24,17	92,80	90,16	84,10	73,10	61,14	93,45	92,99	92,48	92,07	91,46
7,1875	91,78	79,89	59,11	39,68	29,42	93,97	91,80	88,11	80,95	70,73	94,62	94,17	93,55	93,02	92,60
8,4375	92,79	84,44	68,62	49,66	35,53	95,01	93,99	90,87	85,75	78,29	95,03	95,08	95,02	94,75	94,21
10,000	94,82	89,52	77,15	59,28	43,15	95,86	95,45	94,24	90,76	84,59	96,01	95,81	95,81	95,74	95,64
S	0,721	0,257	0,085	0,120	0,102	0,793	0,388	0,144	0,113	0,070	0,705	0,226	0,148	0,077	0,049

Таблица 10

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}5$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,55	0,20	0,05	0,08	0,08	0,70	0,57	0,38	0,18	0,02	0,73	0,66	0,55	0,41	0,27
0,2	0,35	0,09	0,01	0,06	0,05	0,40	0,17	0,04	0,12	0,07	0,46	0,34	0,19	0,06	0,03
0,3	0,21	0,06	0,03	0,04	0,02	0,22	0,04	0,04	0,01	0,04	0,29	0,22	0,14	0,06	0,01
0,4	0,17	0,05	0,02	0,04	0,03	0,17	0,04	0,02	0,01	0,03	0,23	0,17	0,11	0,04	0,01
0,5	0,16	0,06	0,02	0,04	0,03	0,17	0,07	0,01	0,02	0,04	0,21	0,17	0,11	0,06	0,03
0,6	0,16	0,04	0,01	0,03	0,02	0,20	0,13	0,06	0,04	0,04	0,22	0,18	0,13	0,07	0,03
0,7	0,17	0,07	0,02	0,02	0,04	0,21	0,16	0,09	0,05	0,03	0,21	0,15	0,08	0,02	0,02
0,8	0,11	0,05	0,02	0,02	0,02	0,13	0,12	0,10	0,08	0,06	0,13	0,10	0,07	0,03	0,01
0,9	0,03	0,0	0,01	0,01	0,03	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04	0,03	0,03

Таблица 11

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}6$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,00	26,77	10,31	2,90	4,18	4,53	29,05	8,08	5,97	3,11	1,68	28,18	13,95	4,16	1,68	1,60
1,25	28,46	11,17	3,27	4,47	4,57	30,85	9,23	9,90	5,86	3,60	33,22	21,39	9,16	3,24	1,84
1,50	36,24	14,80	4,80	5,90	5,90	40,54	13,17	16,67	10,91	6,51	45,96	35,61	18,69	6,66	2,50
1,75	46,90	19,73	6,87	7,90	7,76	52,70	17,77	21,30	14,58	9,02	59,98	48,11	28,31	11,15	4,02
2,00	52,35	22,02	7,67	9,09	9,08	58,27	19,93	22,88	15,85	10,96	65,12	54,15	36,52	18,63	6,78
2,25	52,85	22,30	7,77	9,21	9,22	59,05	20,20	23,70	17,37	12,85	66,57	57,86	43,66	26,50	10,85
2,50	54,36	23,60	8,69	9,69	9,55	61,07	21,91	27,36	20,89	16,48	69,32	64,22	52,13	35,45	17,10
2,75	58,69	26,91	10,82	10,93	10,51	66,94	25,32	33,22	25,07	19,52	74,79	69,61	58,92	43,76	24,48
3,00	64,93	31,76	13,99	12,90	12,10	75,02	30,79	39,08	27,94	21,58	81,35	76,09	66,35	50,97	32,57
4,00	70,75	39,14	19,77	15,88	14,47	81,95	39,01	51,05	38,44	30,60	85,65	84,74	80,38	73,04	61,14
5,00	75,26	47,75	27,02	19,27	17,10	86,41	46,93	61,20	46,55	37,84	88,55	88,25	87,21	84,65	79,55
6,00	79,96	58,51	36,32	23,15	19,78	88,83	55,12	72,18	56,48	44,98	88,93	89,09	89,10	88,66	87,06
7,00	85,53	69,31	46,00	28,36	23,84	90,39	63,60	81,50	68,21	54,18	90,56	90,48	90,36	90,15	89,68
8,00	89,05	75,98	53,93	35,18	29,35	91,53	70,93	86,71	77,86	64,85	92,23	91,91	91,53	91,19	90,92
9,00	90,50	79,29	59,46	41,47	34,17	92,39	75,62	89,10	83,67	73,52	93,10	92,88	92,51	92,10	91,74
10,00	91,38	81,84	64,40	47,32	38,78	93,29	79,48	90,50	86,54	80,84	93,67	93,60	93,45	93,23	92,911
S	0,715	0,278	0,080	0,110	0,113	0,765	0,209	0,134	0,100	0,068	0,645	0,259	0,148	0,089	0,060

Таблица 12

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}6$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,459	0,158	0,028	0,074	0,064	0,584	0,454	0,238	0,07	0,116	0,658	0,594	0,490	0,366	0,236
0,2	0,239	0,092	0,01	0,032	0,050	0,272	0,058	0,072	0,062	0,026	0,346	0,280	0,198	0,110	0,044
0,3	0,160	0,068	0,024	0,034	0,030	0,164	0,030	0,020	0,010	0,030	0,222	0,168	0,138	0,084	0,040
0,4	0,130	0,052	0,018	0,014	0,016	0,130	0,030	0,002	0,010	0,020	0,172	0,150	0,110	0,070	0,040
0,5	0,120	0,040	0,005	0,020	0,050	0,130	0,050	0,001	0,010	0,020	0,160	0,140	0,100	0,070	0,040
0,6	0,131	0,042	0,016	0,018	0,032	0,134	0,074	0,024	0,012	0,022	0,162	0,134	0,102	0,064	0,034
0,7	0,150	0,040	0,006	0,028	0,030	0,170	0,124	0,076	0,044	0,03	0,180	0,156	0,116	0,076	0,036
0,8	0,049	0,084	0,048	0,046	0,042	0,152	0,134	0,110	0,076	0,056	0,152	0,118	0,084	0,046	0,012
0,9	0,001	0,002	0,016	0,036	0,030	0,056	0,054	0,056	0,044	0,044	0,056	0,046	0,044	0,042	0,030

Таблица 13

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}7$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,3750	25,51	10,90	4,25	4,92	4,58	30,70	22,09	13,78	9,13	6,93	32,60	24,22	10,99	3,98	3,21
2,0625	43,71	20,37	9,47	9,25	8,43	51,92	39,99	27,65	19,41	15,10	53,04	43,58	30,28	16,28	7,13
2,7500	54,71	26,76	11,86	10,47	9,73	63,29	48,36	34,39	25,14	20,18	68,35	62,98	52,52	37,15	20,20
3,4375	63,02	37,60	19,99	14,61	13,23	70,74	57,93	43,62	32,34	25,24	74,74	71,02	65,46	55,11	39,87
4,1250	72,48	45,68	24,69	16,67	14,73	80,54	68,38	52,97	39,73	31,16	83,99	80,65	75,15	67,37	56,22
4,8125	77,99	56,06	33,66	21,37	18,31	83,07	72,74	59,18	45,97	35,83	86,50	84,95	81,87	76,81	69,17
5,5000	82,94	64,33	41,00	25,12	20,09	87,59	81,08	69,71	55,80	43,72	89,05	87,89	85,69	82,14	76,86
6,1875	85,63	71,18	49,06	31,38	24,40	88,57	83,52	73,24	59,99	47,57	89,19	89,19	88,16	86,23	82,94
6,8750	88,39	78,56	57,47	36,77	27,14	89,53	87,23	80,57	69,25	56,40	89,90	89,91	89,71	89,02	87,47
7,5625	89,09	81,63	63,78	43,73	31,77	90,37	89,48	83,80	72,90	60,13	90,14	90,28	90,34	90,07	89,27
8,2500	90,22	85,16	70,08	50,12	35,99	90,70	90,38	86,88	79,07	67,93	90,44	90,61	90,86	91,04	90,86
8,9375	90,87	86,53	74,35	56,27	40,88	91,63	91,56	89,64	83,44	72,57	91,49	91,49	91,47	91,42	91,34
9,6250	91,20	87,77	78,63	62,59	45,93	92,08	91,91	90,41	85,76	77,21	92,04	92,04	92,05	92,03	91,92
10,2125	92,00	88,42	80,62	66,58	50,69	92,95	92,43	91,65	89,10	82,63	93,12	92,92	92,66	92,44	92,28
11,0000	92,54	89,17	83,09	71,18	55,43	93,51	92,78	92,15	90,07	84,55	93,92	93,71	93,40	93,05	92,74
11,6875	93,25	90,19	84,40	73,80	59,52	94,00	93,27	92,63	91,50	88,20	94,31	94,16	93,92	93,64	93,31
S	0,72	0,27	0,09	0,13	0,12	0,84	0,63	0,38	0,18	0,11	0,61	0,29	0,17	0,11	0,08

Таблица 14

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}7$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,46	0,18	0,01	0,01	0,05	0,57	0,46	0,32	0,18	0,13	0,59	0,54	0,46	0,36	0,25
0,2	0,21	0,07	0,02	0,03	0,03	0,27	0,23	0,19	0,14	0,10	0,27	0,25	0,20	0,15	0,10
0,3	0,14	0,05	0,01	0,02	0,03	0,18	0,16	0,13	0,09	0,06	0,18	0,16	0,14	0,10	0,07
0,4	0,11	0,04	0,01	0,02	0,02	0,14	0,12	0,09	0,05	0,03	0,14	0,12	0,10	0,08	0,05
0,5	0,09	0,04	0,01	0,01	0,01	0,11	0,09	0,06	0,03	0,01	0,11	0,10	0,09	0,07	0,04
0,6	0,08	0,03	0,01	0,02	0,01	0,10	0,07	0,04	0,02	0,01	0,10	0,09	0,07	0,06	0,04
0,7	0,08	0,03	0,01	0,02	0,01	0,10	0,06	0,02	0,01	0,01	0,11	0,10	0,08	0,06	0,04
0,8	0,10	0,05	0,02	0,03	0,02	0,11	0,05	0,01	0,01	0,01	0,13	0,12	0,10	0,08	0,06
0,9	0,10	0,01	0	0	0	0,14	0,10	0,06	0,04	0,03	0,14	0,12	0,09	0,06	0,03

Таблица 15

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}8$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,4375	20,31	8,88	1,87	1,20	1,94	23,78	18,65	12,86	8,20	4,92	24,83	17,77	7,73	4,06	4,27
2,1563	29,66	13,83	3,82	2,37	3,05	35,68	30,43	22,83	15,61	11,09	35,67	31,27	22,45	12,02	6,81
2,8750	43,32	20,94	6,06	3,33	4,17	50,93	41,52	31,06	22,47	16,99	52,86	47,68	40,22	30,23	18,15
3,5938	49,39	25,62	8,53	4,18	4,55	53,37	48,39	37,84	28,48	21,67	60,59	58,60	53,80	45,70	34,06
4,3125	57,17	32,38	13,27	6,27	5,49	66,27	57,95	46,45	35,19	27,04	68,09	65,59	61,76	56,03	47,75
5,0313	65,57	39,13	17,05	7,64	5,99	73,94	63,92	51,26	39,92	31,26	76,91	74,60	70,74	65,72	58,71
5,7500	70,11	45,72	22,84	10,33	6,86	77,17	68,68	57,95	46,80	36,92	80,12	78,84	76,35	72,36	66,90
6,4688	75,62	53,69	29,61	13,65	7,84	82,54	75,70	65,10	52,82	42,04	84,29	82,95	80,79	78,06	73,99

Продолжение табл. 15

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
7,1875	79,91	59,24	34,70	16,67	9,07	85,58	78,86	68,83	57,92	47,49	87,50	86,51	84,80	82,34	79,16
7,9063	82,99	66,29	42,33	21,35	11,05	86,89	82,16	74,82	64,85	53,54	88,40	87,83	86,78	85,10	82,72
8,6250	85,65	72,13	49,21	26,11	13,01	88,61	85,47	78,84	68,88	57,60	89,33	88,94	88,27	87,20	85,59
9,3438	87,18	76,42	55,38	31,73	16,44	89,17	86,73	81,41	73,44	63,54	89,67	89,47	89,07	88,42	87,38
10,0625	88,97	81,59	62,56	37,80	19,79	89,59	88,48	85,25	78,51	68,31	89,80	89,77	89,68	89,44	88,95
10,7813	89,74	84,52	67,85	43,67	23,74	89,98	89,62	87,03	80,89	71,88	89,89	89,94	89,97	90,42	89,76
11,5000	90,32	86,78	73,06	50,71	29,33	90,34	90,34	88,64	84,32	77,06	90,12	90,22	90,34	90,83	90,38
S	0,76	0,32	0,06	0,04	0,07	0,83	0,77	0,54	0,37	0,21	0,55	0,31	0,20	0,14	0,10

Таблица 16

Частотно-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}8$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,31	0,08	0,01	0,03	0,06	0,42	0,36	0,28	0,20	0,17	0,43	0,40	0,36	0,30	0,24
0,2	0,14	0,06	0	0	0,01	0,19	0,18	0,17	0,15	0,13	0,19	0,18	0,16	0,14	0,12
0,3	0,10	0,04	0	0	0,01	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,13	0,12	0,11	0,10	0,08
0,4	0,07	0,03	0	0	0	0,09	0,09	0,08	0,06	0,05	0,09	0,09	0,08	0,07	0,06
0,5	0,06	0,02	0	0	0,01	0,07	0,07	0,06	0,04	0,03	0,08	0,07	0,07	0,06	0,05
0,6	0,05	0,02	0	0	0,01	0,07	0,06	0,05	0,03	0,02	0,07	0,06	0,06	0,05	0,04
0,7	0,05	0,02	0	0	0	0,06	0,05	0,04	0,02	0,01	0,06	0,06	0,06	0,05	0,04
0,8	0,05	0,02	0	0	0	0,06	0,05	0,03	0,01	0	0,07	0,06	0,06	0,05	0,04
0,9	0,07	0,03	0,01	0,01	0,01	0,08	0,05	0,02	0	0	0,09	0,08	0,08	0,07	0,06

Таблица 17

Концентрация энергии и число Штреля S при $\varepsilon = 0{,}9$

Диаметр $2r_0$	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,4375	12,55	8,81	4,59	1,52	0,24	12,95	11,05	9,54	7,07	3,86	12,98	8,41	3,48	2,60	2,55
2,1563	17,11	12,20	6,44	2,24	0,47	19,61	18,97	16,05	12,75	9,70	18,54	16,35	11,23	5,80	4,20
2,8750	25,81	18,34	9,83	3,55	0,83	27,86	25,41	22,34	18,93	15,28	27,70	24,99	21,55	16,15	9,41
3,5938	32,52	23,23	12,60	4,66	1,12	34,59	31,51	28,31	24,34	19,72	35,83	34,21	30,83	26,34	20,17
4,3125	36,24	26,20	14,61	5,83	1,72	40,00	38,27	34,07	28,90	24,04	39,97	39,32	37,58	33,86	29,02
5,0313	42,86	31,27	17,81	7,51	2,46	46,58	43,54	38,85	33,79	28,46	46,89	45,42	43,45	41,20	37,48
5,7500	48,77	35,92	20,85	9,05	3,07	51,99	48,02	43,64	38,30	32,02	53,56	52,43	50,23	47,36	44,32
6,4688	51,90	38,93	23,47	11,05	4,35	56,28	53,65	48,64	42,16	35,76	56,82	56,40	55,51	53,50	50,33
7,1875	57,16	43,35	26,93	13,49	5,78	61,73	58,38	52,84	46,50	40,11	62,21	61,26	59,97	58,56	56,45
7,9063	62,62	47,99	30,27	15,53	6,87	66,46	62,29	57,11	50,95	43,75	68,04	67,20	65,69	63,70	61,43
8,6250	65,55	51,24	33,56	18,33	8,78	70,12	67,01	61,79	54,78	47,51	71,05	70,75	69,95	68,53	66,40
9,3438	69,50	55,18	37,34	21,47	10,87	74,18	70,96	65,26	58,56	51,72	74,79	74,13	73,25	72,07	70,50
10,0625	73,73	59,24	40,77	24,05	12,50	77,69	73,73	68,65	62,53	55,19	79,06	78,44	77,34	75,91	74,21
10,7813	75,99	62,28	44,46	27,50	15,07	80,02	76,96	72,17	65,57	58,35	81,07	80,73	80,11	79,05	77,51
11,5000	78,53	65,64	48,43	31,35	17,90	82,59	79,82	74,71	68,52	61,92	83,19	82,77	82,12	81,28	80,12
S	0,89	0,62	0,32	0,10	0,01	0,96	0,85	0,77	0,72	0,62	0,51	0,29	0,21	0,16	0,15

Таблица 18

Частотио-контрастная характеристика при $\varepsilon = 0{,}9$

ω	C_{40}/λ					C_{31}/λ					C_{22}/λ				
	0,2	0,4	0,6	8,0	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	0,16	0,11	0,06	0,02	0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,16	0,17	0,17	0,17	0,16	0,16
0,2	0,08	0,05	0,01	0	0,01	0,09	0,09	0,09	0,08	0,08	0,09	0,09	0,08	0,08	0,08
0,3	0,06	0,04	0,02	0,01	0	0,06	0,06	0,06	0,06	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
0,4	0,04	0,03	0,01	0	0	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
0,5	0,03	0,01	0	0	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
0,6	0,03	0,02	0,01	0	0	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03
0,7	0,03	0,02	0,01	0	0	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03
0,8	0,03	0,02	0	0	0	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03
0,9	0,04	0,02	0	0	0,01	0,04	0,04	0,03	0,02	0,01	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Автоматизация** обработки интерферограмм при контроле оптических систем/В. А. Зверев, И. П. Агурок, С. А. Родионов, М. Н. Сокольский//Оптико-мех. пром-сть. — 1978. — № 9. — С. 7.

2. **Агурок И. П.** Вычисление оптимальных углов разворота нескольких компонентов при сборке оптических систем//Оптико-мех. пром-сть. — 1982.— № 11. — С. 21.

3. **Афанасьев В. А.** Оптические измерения. — М.: Недра, 1968. — 263 с.

4. **Бахвалов Н. Г.** Численные методы. — М.: Наука, 1973. — 632 с.

5. **Бездидько С. Н.** Применение полиномов Цернике в оптике//Оптико-мех. пром-сть. — 1974. — № 9. — С. 58.

6. **Богатырева Н. Н., Ган М. А.** Расчет влияния зональных ошибок на качество изображения оптических систем//Оптико-мех. пром-сть. — 1980. — № 11. — С. 19.

7. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики. — М.: Наука, 1970. — 856 с.

8. **Влияние** погрешностей сборки и установки корректора на результаты контроля формы поверхностей несферических зеркал/И. П. Агурок, В. А. Зверев, С. А. Родионов, М. Н. Сокольский//Оптико-мех. пром-сть. — 1980. — № 3. — С. 16.

9. **Волосов Д. С.** Фотографическая оптика. — М.: Искусство, 1971. — 671 с.

10. **Вычислительная** оптика: Справочник/Под ред. М. М. Русинова. — Л.: Машиностроение, 1984. — 424 с.

11. **Гальперн Д. Ю.** Методы расчета оптических систем//Тр. ГОИ. — 1970. Т. 37. Вып. 167. С. 48.

12. **Гальперн Д. Ю.** Определение ЧКХ оптических систем, имеющих хроматические аберрации, и выбор вида коррекции хроматизма//Оптико-мех. пром-сть. — 1964. — № 9. — С. 18.

13. **Гальперн Д. Ю.** О разрешении оптическими системами сдвига штрихов//ЖТФ. — 1946. — № 16. — Вып. 8. — № 8. — С. 925—930.

14. **Ган М. А., Котов В. В., Устинов С. И.** Анализ деформаций волновых фронтов реальных оптических систем//Оптико-мех. пром-сть. — 1984. — № 5. — С. 17.

15. **Грамматин А. П., Кунделева Н. Е.** Алгоритм автоматизированного расчета допусков на конструктивные элементы оптических систем с учетом технологических границ//Оптико-мех. пром-сть. — 1982. — № 9. — С. 25.

16. **Грамматин А. П., Кунделева Н. Е.** Расчет допусков на конструктивные элементы оптических систем с учетом технологических границ//Оптико-мех. пром-сть. — 1981. — № 6. — С. 61.

17. **Грейм И. А., Сокольский М. Н.** Свойства телескопических линз и элементы их расчета//Тр. СЗПИ. — 1970. — № 9. — С. 8.

18. **Губель Н. Н.** Аберрации децентрированных оптических систем. — Л.: Машиностроение, 1975. — 272 с.

19. **Гудмен Д.** Введение в Фурье-оптику/Пер. с англ. — М.: Мир, 1972. — 364 с.

20. **Доладугина В. С.** К вопросу об оптической однородности заготовок из стекла//Оптико-мех. пром-сть. — 1962. — № 4. — С. 32.

21. **Зверев В. А., Родионов С. А., Сокольский М. Н.** Об оценке влияния местных деформаций волнового фронта на качество оптического изображения// Оптика и спектроскопия. — 1974. — Т. 36. — Вып. 4. — С. 792.

22. **Зверев В. А., Родионов С. А., Сокольский М. Н.** Проблемы создания адаптивного зеркала//Изв. АН СССР. Сер. физ. — Т. 44. — № 10. — С. 2066.

23. **Кожевников Ю. Т.** Оптические призмы. — М.: Машиностроение, 1984.— 184 с.

24. **Комиссарук В. А.** Распределение освещенности в изображении точки и передаточная функция при двойном лучепреломлении в элементах оптической системы//Оптика и спектроскопия. — 1970. — Т. 29. — Вып. 1. — С. 178.

25. **Кунделева Н. В.** Структура осевого пучка лучей при наличии астигматических ошибок поверхностей//Оптико-мех. пром-сть. — 1980. —№ 9. — С. 18.

26. **Линфут Е. Х.** Оценка качества изображения//Оптико-мех. пром-сть. — 1965. — № 7. — С. 35. — № 9. — С. 40.

27. **Максутов Д. Д.** Изготовление и исследование астрономической оптики. — Л.: ОГИЗ, 1948. — 280 с.

28. **Мальцев М. Д.** Расчет допусков на оптические детали. — М.: Машиностроение, 1974. — 166 с.

29. **Марешаль А., Франсон М.** Структура оптического изображения/Пер. с франц. — М.: Мир, 1964. 295 с.

30. **Неплохов Е. М., Сокольский М. Н.** Оценка точности работы системы управления оптическим телескопом//Астрофизич. исследования. Изв. САО АН СССР. — 1974. — Т. 6. — С. 92.

31. **Нефедов Б. Л.** Методы решения задач по вычислительной оптике. — Л.: Машиностроение, 1966. — 266 с.

32. **Об оптимальной** балансировке сферической аберрации и выборе плоскости наилучшей установки в системах с центральным экранированием/ В. А. Зверев, С. А. Родионов, М. Н. Сокольский, Н. И. Хлусова. — 1974. — Т. 37. Вып. 6. — С. 1150.

33. **Обработка** интерферограмм на ЭВМ и определение функции рассеяния точки и оптической передаточной функции при контроле и доводке оптических систем/М. А. Ган, С. И. Устинов, В. В. Котов, П. А. Сергеев, И. Н. Цвикевич//Оптико-мех. пром-сть. — 1978. — № 9. — С. 25.

34. **О'Нейл Э** Введение в статистическую оптику. — М.: Мир, 1966. — 232 с.

35. **Оптимальная** компенсация погрешностей изготовления астрономических зеркал юстировкой телескопа/И. П. Агурок, В. А. Зверев, С. А. Родионов, М. Н. Сокольский, В. В. Усоскин//Оптико-мех. пром-сть. — 1980. — № 7. — С. 17.

36. **Оптический** производственный контроль/Пер. с англ.; Под ред. Д. Малакары. — М.: Машиностроение, 1985. — 400 с.

37. **Папулис А.** Теория систем и преобразований в оптике/Пер. с англ. М.: Мир, 1971. — 495 с.

38. **Пейсахсон И. В., Тарнакин И. Н.** О расчете хода луча в произвольной оптической системе//Оптико-мех. пром-сть. — 1966. — № 11. — С. 15.

39. **Погарев Г. В.** Юстировка оптических приборов. — Л.: Машиностроение, 1968. — 291 с.

40. **Подводная** фотография/Э. В. Бабак, П. Д. Иванов, Б. Н. Котлецов, С. А. Родионов. — М.: Машиностроение, 1969. — 176 с.

41. **Пуряев Д. Т.** Методы контроля оптических асферических поверхностей.— М.: Машиностроение, 1976. — 262 с.

42. **Родионов С. А.** Автоматизация проектирования оптических систем. — Л.: Машиностроение, 1982. — 269 с.

43. **Родионов С. А., Лапо Л. М.** Полихроматическая коррекция аберраций в осевой точке центрированной оптической системы//Оптико-мех. пром-сть. — 1981. — № 3. — С. 17.

44. **Родионов С. А., Сокольский М. Н.** О допусках на двоение изображения в оптических приборах//Изв. вузов. Приборостроение. — 1972. — Т. 15. — № 1.— С. 122.

45. **Родионов С. А., Сокольский М. Н., Лапо Л. М.** О допусках на поперечный хроматизм, вносимый клиновидностью развертки призм//Оптико-мех. пром-сть. — 1973. — № 9. — С. 15.

46. **Родионов С. А., Сокольский М. Н., Лапо Л. М.** Передаточные характеристики оптических систем при наличии поперечного хроматизма//Оптика и спектроскопия. — 1977. — Т. 43. — Вып. 6. — С. 1104.

47. **Русинов М. М.** Техническая оптика. — Л.: Машиностроение, 1979. — 323 с.

48. **Рябова Н. В.** Составные активные зеркала для телескопов//Оптико-мех. пром-сть. 1975. — № 11. — С. 58.

49. **Рябова Н. В., Ган М. А.** Исследование качества изображения, создаваемого фазированным составным зеркалом//Оптико-мех. пром-сть. 1981. — № 8.— С. 25.

50. **Савин В. А.** Расчет допустимого диаметра пузыря в визуальных системах//Оптико-мех. пром-сть. — № 9. — С. 18.

51. **Синцов В. Н., Запрягаев А. Ф.** Апертурный синтез в оптике//УФН. — 1974. — Т. 114. — С. 655.

52. **Слюсарев Г. Г.** Методы расчета оптических систем. — Л.: Машиностроение, 1969. — 672 с.

53. **Сокольский М. Н.** Влияние аберраций оптической системы на точность нониального совмещения штрихов//Оптика и спектроскопия. — 1970. — Т. 29. — Вып. 1. — С. 183.

54. **Сокольский М. Н.** Влияние аберраций оптической системы на чувствительность продольных и поперечных наводок: Автореф. дис. на соискание учен. степ. канд. техн. наук. — Л.: ГОИ, 1972. — 18 с.

55. **Сокольский М. Н.** Выбор требований к оптическому материалу. — Л.: ЛИТМО, 1983. — 35 с.

56. **Сокольский М. Н.** Расчет допусков на аберрации оптических систем. — Л.: ЛИТМО, 1986. — 83 с.

57. **Сокольский М. Н.** Об ошибках измерений в приборах, обладающих несимметричными аберрациями типа комы и поперечного хроматизма//Оптико-мех. пром-сть. — 1972. — № 9. — С. 25.

58. **Сокольский М. Н.** О точности продольных наводок в оптических приборах//Оптика и спектроскопия. — 1970. — Т. 29. — Вып. 2. — С. 401.

59. **Сокольский М. Н.** Расчет допусков на углы отражательных призм. — Л.: ЛИТМО, 1982. — 35 с.

60. **Сокольский М. Н.** Теоретические основы расчета допусков в оптических приборах. — Л.: ЛИТМО, 1980. — 64 с.

61. **Справочник** конструктора оптико-механических приборов/Под ред. М. Я. Кругера, В. А. Панова. — Л.: Машиностроение, 1967. — 760 с.

62. **Степин Ю. А., Васильев Е. А.** Децентрировка. Определение и методы измерения/Оптико-мех. пром-сть. — 1974. — № 9. — С. 46.

63. **Степин Ю. А., Васильев Е. А.** Наиболее рациональное обоснование допуска на децентрировку и особенности его контроля//Оптико-мех. пром-сть. — 1974. — № 10. — С. 61.

64. **Теория** оптических систем/Б. Н. Бегунов, Н. П. Заказнов, С. И. Кирюшин, В. И. Кузичев. — М.: Машиностроение, 1981. — 430 с.

65. **Тудоровский А. И.** Влияние ошибок изготовления отражательных призм на ход лучей в них//ЖТФ. — 1934. — Т. 4. — Вып. 4. — С. 10.

66. **Тудоровский А. И.** Теория оптических приборов. — М.: Изд-во АН СССР, 1948. — Т. 1. — 661 с.

67. **Уэзерелл У.** Оценка качества оптического изображения: Пер. с англ.// Проектирование оптических систем: Сб. статей. — М.: Мир, 1983. — С. 178—329.

68. **Фабри Ш.** Общее введение в фотометрию. — М.—Л.: ОНТИ, 1934. — 175 с.

69. **Худсон Д.** Статистика для физиков. — М.: Мир. 1970. — 296 с.

70. **Чирков В. М., Цеснек Л. С., Позднов С. В.** Применение ЭВМ для расчета допусков на параметры сложных оптических систем/Оптико-мех. пром-сть. — 1981. — № 11. — С. 47.

71. **Чуриловский В. Н.** Инварианта пирамидальности//Оптико-мех. пром-сть. — 1932. — № 11. — С. 7.

72. **Чуриловский В. Н.** Теория оптических компенсаторов, применяемых в дальномерах с базой в приборе/Оптико-мех. пром-сть. — 1933. — № 4. — С. 5.— № 5. — С. 7. — № 6. — С. 8.

73. **Чуриловский В. Н.** Теория оптических приборов. М.—Л.: Машиностроение, 1966. — 564 с.

74. **Anurag Sharma, Visia Kumar D., Ghatak A. K.** Tracing raus through graded — index media: a new metod//Applied Opt. — 1982. — V. 21. 2 № 6. — P. 984.

75. **Davis G. E.** Scattering of light by an air bubles in water//J. Opt. Soc. — 1955. — V. 45. — № 7. — P. 572.

76. **Grossmann W.** Erlauterung der Methodik zur Bestimmung der pabfehlertoleranzen optischer Funktionsflächen nach Rantsch//Feingerätetechnik. — 1973.— Bd. 22. — № 3. — S. 134.

77. **Hofmann C., Pabst S., Eichler W.** Durch schlieren verursachte Verringerung der Abbildungsqualität von Hocheistungsobjektiven mit kleinen Restweblenaberrationen//Feingerätetechnik. — 1976. — Bd. 25. — № 10. — S. 455. — № 11. — S. 506.

78. **Hopkins H. H.** Wave theory of aberrations. — London and N. Y.: Oxford Univ. Press, 1950. — 169 p.

79. **Influence** of strial in the ideal optical system on the image quality/B. Lisowska, K. Pietraszkiewicz, H. Plokarz, F. Rotaiczyk// Optica Applicata. — 1978. — V. 8. — № 3. — S. 101—106.

80. **Keller R.** Die Intinsitätsverteilung im bildeines punktförmigen Objekts bei einer mit schlieren behafteten Abbildung//Optik. — 1964. — Bd. 21. — № 7.— S. 360.

81. **Köhler H.** Der Einfluss von Glasschlieren auf die Güte der optischen Abbildung//Optik. — 1964. — Bd. 21. — № 7. — S. 339.

82. **Köhler H., Keller R.** Kontrastübertragungsfunktion einer optischen Abbildung, die durch Rechteckschlieren gestärt ist//Optik. — Bd. 21. — № 7. — S. 372.

83. **Lecomme P.** Influence du chromatisme sur les images de diffraction//Revue d'Optuque. — 1957. — V. 36. — № 1. — P. 1. — № 2. — P. 71.

84. **Milton R.** Image-motion modulation transfer functions//Photogr. Sci. and Enging. — 1965. — № 9. — P. 4.

85. **O' Neill E. L.** Transfer function for an annular aperature//J. Opt. Soc. — 1956. — V. 46. — № 3. — P. 280.

86. **Ratajczyk F.** A method of calculation of permissible birefringenece in lines of the optical instruments//Optik. — 1984. — V. 68. — № 1. — P. 61.

87. **Ratajszyk F.** Influence of bubbles on the background distribution due to scattering in the optical image//Optica Applicata. — 1977. — V. 7. — № 3. — P. 73—77.

88. **Ratajszyk F.** On influence of the tringle stric on the strehl definition of the aberrational optical systems//Optica Applicata. — 1976. — V. 6. — № 4. — P. 137.

89. **Steel W. H.** Calcul de la repartition de la lumiere dans l'image d'une ligne//Revue d'Optique. — 1952. — V. 31. — № 7. — P. 334.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Глава 1. **Расчет допустимых значений аберраций оптических систем** 6

1.1. Характеристика качества изображения . . . . . —
1.2. Волновые аберрации 13
1.3. Критерии качества изображения 23
1.4. Расчет допустимых значений аберраций широкого класса оптических приборов 41
1.5. Расчет допустимых значений аберраций конкретных оптических систем 57

Глава 2. **Расчет допусков формы оптических поверхностей** 83

2.1. Виды отклонений формы поверхности . . . . . —
2.2. Расчет допуска кривизны поверхности 88
2.3. Расчет допуска формы поверхности с астигматическим отклонением 96
2.4. Суммирование астигматических отклонений и распределение допуска по отдельным поверхностям 97
2.5. Расчет допуска формы поверхности с местными отклонениями 102
2.6. Расчет допуска формы поверхности с зональными отклонениями 110
2.7. Расчет допусков расположения и формы поверхности элементов синтезированного зеркала 127
2.8. Компенсация отклонений формы поверхности юстировкой оптической системы 134
2.9. Технологичность изготовления оптических поверхностей 137

Глава 3. **Расчет допусков центрировки линз и оптических компонентов** 140

3.1. Определение децентрировки, способы нормирования и контроля . . . . . —
3.2. Разложение волновой аберрации оптической системы по ортогональным полиномам при наличии децентрировок оптических поверхностей 145
3.3. Влияние аберраций децентрированной системы на качество изображения 154
3.4. Расчет допусков центрировки 156

Глава 4. **Расчет допусков углов отражательных призм** 164

4.1. Расчет допусков углов в меридиональном сечении призмы —
4.2. Расчет допусков углов призмы, вызывающих двоение изображения 173
4.3. Расчет допусков пирамидальности призмы 176

Глава 5. **Выбор требований к оптическому материалу** 181

5.1. Расчет допустимых отклонений показателя преломления и средней дисперсии . . . . . —
5.2. Выбор категории показателя ослабления 184
5.3. Выбор категории и класса пузырности 185
5.4. Выбор категории бессвильности 189
5.5. Выбор категории оптической однородности 196
5.6. Выбор категории двойного лучепреломления 201

Приложение 204

Список литературы 216

Производственное издание

СОКОЛЬСКИЙ Михаил Наумович

ДОПУСКИ И КАЧЕСТВО ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Редактор *Н. А. Жукова*
Переплет художника *А. А. Парушкина*
Художественный редактор *С. С. Венедиктов*
Технический редактор *Т. П. Малашкина*
Корректоры *А. И. Лавриненко, Ю. М. Махмутова*

ИБ № 6081

Сдано в набор 16.01.89. Подписано в печать 14.07.89. М-27000.
Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2.
Гарнитура литературная. Печать высокая.
Усл. печ. л. 14,0. Усл. кр.-отт. 14,0. Уч.-изд. л. 15,43.
Тираж 5500 экз. Заказ 684. Цена 1 р. 10 к.

Ленинградское отделение ордена Трудового Красного Знамени издательства «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10.

Типография № 6 издательства «Машиностроение»
при Государственном комитете СССР по печати.
193144, г. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

Отпечатано в Ленинградской типографии № 4 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой при Государственном комитете СССР по печати. 190000, Ленинград, Прачечный переулок, 6.

ЛИНИЯ ОТРЕЗА

Уважаемый читатель!

В целях получения информации о качестве наших изданий просим Вас в прилагаемой анкете подчеркнуть позиции, соответствующие Вашей оценке этой книги.

1. В книге существует:
   а) острая необходимость
   б) значительная потребность
   в) незначительная потребность

2. Эффективность книги с точки зрения практического вклада в отрасль:
   а) весьма высокая
   б) высокая
   в) сомнительная
   г) незначительная

3. Эффективность книги с точки зрения теоретического вклада в отрасль:
   а) весьма высокая
   б) высокая
   в) сомнительная
   г) незначительная

4. Материал книги соответствует достижениям мировой науки и техники в данной отрасли:
   а) в полной мере
   б) частично
   в) слабо

5. Книга сохранит свою актуальность
   а) 1—2—года
   б) в течение 5 лет
   в) длительное время

6. Название книги отвечает содержанию:
   а) в полной мере
   б) частично
   в) слабо

Дополнительные замечания предлагаем Вам приложить отдельно.

Фамилия, имя, отчество . . . . . .

. . . . . .

Ученое звание . . . . . .

. . . . . .

Специальность . . . . . .

. . . . . .

Место работы, должность . . . . . .

. . . . . .

Стаж работы . . . . . .

Просим отрезать страницу по линии отреза и в почтовом конверте выслать по адресу: 191065, Ленинград, ул. Дзержинского, 10, ЛО изд-ва «Машиностроение»

Сокольский М. Н. **Допуски и качество оптического изображения**

ЛИНИЯ ОТРЕЗА